

## Тема: Повторення навчального матеріалу.

### Логарифмічні рівняння і нерівності

Посилання

на

підручник:

<https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-11-klas-2019/13-matematyka-11-klas/merzlyak-ag-matematyka-algebra-i-poch-analizu-ta-geometriya-riven-standartu-11-kl.pdf>

### Матеріали до теми:

#### Логарифмічні рівняння

Логарифмічними називають рівняння, які містять змінну під знаком логарифма.

**Приклад 1.** Логарифмічні рівняння:

$$\lg x = 1 + \lg^2 x, \log_2(x + 3) = 9, \sqrt{\lg x} = \lg \sqrt{x}.$$

Розв'язати логарифмічне рівняння – це означає знайти всі його корені або довести, що рівняння коренів не має.

Найпростіше логарифмічне рівняння має вигляд  $\log_a x = b$ , де  $a > 0, a \neq 1, x > 0$ . З означення логарифма випливає, що  $x = a^b$ .

Інший вигляд найпростішого логарифмічного рівняння:

$$\log_a x = \log_a b, \text{ де } a > 0, a \neq 1, x > 0, b > 0.$$

Із цього рівняння випливає, що  $x=b$ . Дійсно із рівності на підставі означення логарифма і логарифмічної тотожності маємо

$$x = a^{\log_a b} = b.$$

Найпростішим логарифмічним рівнянням є рівняння

$$\log_a x = b, \text{ де } x > 0, x \neq 1, a > 0.$$

За означенням логарифма маємо

$$x^b = a, \text{ звідси } x = a^{\frac{1}{b}}.$$

В основному, усі логарифмічні рівняння зводяться до розв'язування найпростіших рівнянь.

Зазначимо, що в прикладах використовуються тільки такі перетворення, які не призводять до втрати коренів, але можуть привести до одержання сторонніх коренів. Тому перевірка кожного з одержаних коренів обов'язкова, якщо немає впевненості у рівносильності рівнянь.

*Основні методи розв'язування логарифмічних рівнянь*

1. Метод зведення логарифмічного рівняння до алгебраїчного.
2. Метод потенціювання.
3. Метод зведення логарифмів до однієї основи.
4. Метод логарифмування.
5. Графічний метод розв'язування логарифмічних рівнянь.

## Системи логарифмічних рівнянь

При розв'язуванні систем логарифмічних рівнянь використовують такі самі способи, що й при розв'язуванні алгебраїчних систем.

**Завдання.** Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} \lg x - \lg y = 7, \\ \lg x + \lg y = 5. \end{cases}$$

Розв'язання

Додамо і віднімемо почленно рівняння системи, тоді одержимо:

$$\begin{cases} 2 \lg x = 12, & \begin{cases} \lg x = 6, \\ \lg y = -1; \end{cases} & \begin{cases} x = 10^6, \\ y = 10^{-1}. \end{cases} \\ -2 \lg y = 2; \end{cases}$$

Відповідь:  $(10^6; 10^{-1})$ .

## Логарифмічні нерівності

Як відомо, логарифмічна функція  $y = \log_a x$  зростає при  $a > 1$ , спадає – при  $0 < a < 1$ . Зі зростанням функції  $y = \log_a x$  у першому випадку і спадання – у другому впливає:

1) При  $a > 1$  нерівність  $\log_a x_2 > \log_a x_1$  рівносильна системі

$$\begin{cases} x_2 > x_1, \\ x_1 > 0, \\ x_2 > 0. \end{cases}$$

2) При  $0 < a < 1$  нерівність  $\log_a x_2 > \log_a x_1$  рівносильна системі

$$\begin{cases} x_2 < x_1, \\ x_1 > 0, \\ x_2 > 0. \end{cases}$$

Як правило, логарифмічна нерівність зводиться до нерівностей виду  $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ , де  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

Якщо  $a > 1$ , то нерівність  $\log_a f(x) > \log_a g(x)$  рівносильна системі нерівностей

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) > g(x). \end{cases}$$

Якщо  $0 < a < 1$ , то нерівність  $\log_a f(x) > \log_a g(x)$  рівносильна системі нерівностей

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) < g(x). \end{cases}$$

### Завдання:

1. Повторити §1, п.6-7.
2. Виконати письмово вправи: 24.160, 24.168, 24.171.

**ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!!** Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу [valentinatalavera@ukr.net](mailto:valentinatalavera@ukr.net), у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу [valentinatalavera@ukr.net](mailto:valentinatalavera@ukr.net)