Тема: Повторення навчального матеріалу.

Логарифмічні рівняння і нерівності

Посилання на підручник: https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-11-klas-2019/13-matematyka-11-klas/merzlyak-ag-matematyka-algebra-i-poch-analizu-ta-geometriya-riven-standartu-11-kl.pdf

Матеріали до теми:

Логарифмічні рівняння

Логарифмічними називають *рівняння, які містять змінну під знаком логарифма.*

Приклад 1. Логарифмічні рівняння:

$$\lg x = 1 + \lg^2 x,\ \log_2(x+3) = 9,\ \sqrt{\lg x} = \lg\sqrt{x}.$$

Розв'язати логарифмічне рівняння – це означає знайти всі його корені або довести, що рівняння коренів не має.

Найпростіше логарифмічне рівняння має вигляд $\log_a x = b$, де $a > 0, a \neq 1, x > 0$. З означення логарифма випливає, що $x = a^b$.

Інший вигляд найпростішого логарифмічного рівняння:

$$\log_a x = \log_a b, \text{ де } a > 0, a \neq 1, x > 0, b > 0.$$

Із цього рівняння випливає, що *x=b*. Дійсно із рівності на підставі означення логарифма і логарифмічної тотожності маємо

$$x = a^{\log_a b} = b.$$

Найпростішим логарифмічним рівнянням є рівняння

$$\log_a x = b, \text{ де } x > 0, x \neq 1, a > 0.$$

За означенням логарифма маємо

$$x^b = a, \text{ звідси } x = a^{\frac{1}{2}}.$$

В основному, усі логарифмічні рівняння зводяться до розв'язування найпростіших рівнянь.

Зазначимо, що в прикладах використовуються тільки такі перетворення, які не призводять до втрати коренів, але можуть привести до одержання сторонніх коренів. Тому перевірка кожного з одержаних коренів обов'язкова, якщо немає впевненості у рівносильності рівнянь.

Основні методи розв'язування логарифмічних рівнянь

1. Метод зведення логарифмічного рівняння до алгебрагічного.
2. Метод потенціювання.
3. Метод зведення логарифмів до однієї основи.
4. Метод логарифмування.
5. Графічний метод розв'язування логарифмічних рівнянь.

Системи логарифмічних рівнянь

При розв'язуванні систем логарифмічних рівнянь використовують такі самі способи, що й при розв'язуванні алгебраїчних систем.

Завдання. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} \lg x - \lg y = 7, \\ \lg x + \lg y = 5. \end{cases}$$

Розв'язання

Додамо і віднімемо почленно рівняння системи, тоді одержимо:

$$\begin{cases} 2\lg x = 12, \\ -2\lg y = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} \lg x = 6, \\ \lg y = -1; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 10^6, \\ y = 10^{-1}. \end{cases}$$

Відповідь: $(10^6; 10^{-1})$.

Логарифмічні нерівності

Як відомо, логарифмічна функція $y = \log_a x$ зростає при $a>1$, спадає – при $0<a<1$. Зі зростанням функції $y = \log_a x$ у першому випадку і спадання – у другому випливає:

1) При $a>1$ нерівність $\log_a x_2 > \log_a x_1$ рівносильна системі

$$\begin{cases} x_2 > x_1, \\ x_1 > 0, \\ x_2 > 0. \end{cases}$$

2) При $0<a<1$ нерівність $\log_a x_2 > \log_a x_1$ рівносильна системі

$$\begin{cases} x_2 < x_1, \\ x_1 > 0, \\ x_2 > 0. \end{cases}$$

Як правило, логарифмічна нерівність зводиться до нерівностей виду $\log_a f(x) > \log_a g(x)$, де $a > 0, a \neq 1$.

Якщо $a>1$, то нерівність $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ рівносильна системі нерівностей

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) > g(x). \end{cases}$$

Якщо $0<a<1$, то нерівність $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ рівносильна системі нерівностей

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) < g(x). \end{cases}$$

Завдання:

1. Повторити §1, п.6-7.
2. Виконати письмово вправи: 24.160, 24.168, 24.171.

<u>ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!!</u> Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net , у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net