

10.SINIF MATEMATİK DERS PLANI

BÖLÜM I

Dersin Adı	Matematik	Tarih	17-21 Şubat 2025
Sınıf	10	Süre	6 ders saati
Alt Öğrenme Alanı	İKİNCİ DERECEDEDEN DENKLEMLER		
Konu	İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemlerin Çözümü		

BÖLÜM II

Kazanım	10.4.1.2. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer
Değerler	YARDIMSEVERLİK - Cömert Olma, Fedakar Olma
Yöntem ve Teknikler	Düz anlatım, soru-cevap, problem çözme, örnek olay, beyin fırtınası, kavram haritası
Kullanılan Araç-Gereçler	Ders kitabı, yazı tahtası, etkileşimli tahta, z-kitap, internet, fotoğraf, pergel, cetvel

BÖLÜM III

Öğrenme-Öğretme Süreci
İKİNCİ DERECEDEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLERİN ÇÖZÜMÜ

Örnek

$x^2 + 4x - 5$ ifadesini tam kare ve iki kare farkına ait özdeşlikleri kullanarak çarpanlarına ayırınız.

Çözüm

$x^2 + 4x - 5$ ifadesine, içerisinde $(x + 2)^2$ ni bulunduracak biçimde düzenlemek amacıyla 4 eklenir ve çıkarılırsa $\underbrace{x^2 + 4x + 4}_{(x+2)^2} - 4 - 5 = (x + 2)^2 - 9$ olur. İki kare farkı şeklinde olan bu ifade çarpanlarına ayrılırsa:

$$(x + 2)^2 - 3^2 = (x + 2 + 3) \cdot (x + 2 - 3) = (x + 5) \cdot (x - 1) \text{ olur.}$$

İpucu

$\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = x^2 + bx + \frac{b^2}{4}$ olduğundan $x^2 + bx + c$ ifadesinde $\left(x + \frac{b}{2}\right)^2$ ni elde etmek için bu ifadeye $\frac{b^2}{4}$ terimi eklenip çıkarılır.

Örnek

$x^2 - 6x - 3$ ifadesini tam kare ve iki kare farkına ait özdeşlikleri kullanarak çarpanlarına ayırınız.

Çözüm

$x^2 - 6x - 3$ ifadesine 9 eklenir ve çıkarılırsa $\left(-\frac{6}{2}\right)^2 = 9$

$$\underbrace{x^2 - 6x + 9}_{(x-3)^2} - 9 - 3 = (x - 3)^2 - 12 = (x - 3)^2 - (2\sqrt{3})^2 = (x - 3 + 2\sqrt{3}) \cdot (x - 3 - 2\sqrt{3}) \text{ olur.}$$

Örnek

$2x^2 - 10x + 9$ ifadesini tam kare ve iki kare farkına ait özdeşlikleri kullanarak çarpanlarına ayırınız.

Çözüm

$2x^2 - 10x + 9$ ifadesi 2 parantezine alınarak $2 \cdot \left(x^2 - 5x + \frac{9}{2}\right)$ elde edilir. Bu ifadede parantez içerisine $\frac{25}{4}$ sayısı eklenir ve çıkarılırsa $\left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$

$$\begin{aligned} 2 \cdot \left(\underbrace{x^2 - 5x + \frac{25}{4}}_{\left(x - \frac{5}{2}\right)^2} - \frac{25}{4} + \frac{9}{2} \right) &= 2 \cdot \left[\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{7}{4} \right] \\ &= 2 \cdot \left[\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2 \right] \\ &= 2 \cdot \left(x - \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}\right) \cdot \left(x - \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}\right) \\ &= 2 \cdot \left(x + \frac{\sqrt{7} - 5}{2}\right) \cdot \left(x - \frac{\sqrt{7} + 5}{2}\right) \text{ olur.} \end{aligned}$$



Bilgi

$a \neq 0$, $a, b, c, p, q \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde $ax^2 + bx + c$ üç terimliyi çarpanlarına ayrılıyorsa çözüm kümesi aşağıdaki gibi bulunur.

$ax^2 + bx + c = 0$ ifadesinde $px \cdot qx = ax^2$, $m \cdot n = c$ ve $p \cdot n \cdot x + q \cdot m \cdot x = bx$ ise

$$\begin{array}{cc} px & m \\ \swarrow \searrow & \\ qx & n \end{array}$$

$ax^2 + bx + c = (px + m) \cdot (qx + n) = 0$ olur. Bu iki çarpanın çarpımları 0 olduğuna göre

$$px + m = 0 \quad \text{veya} \quad qx + n = 0$$

$$p \cdot x = -m \quad q \cdot x = -n$$

$$x = -\frac{m}{p} \quad x = -\frac{n}{q} \text{ olur.}$$

Bulunan x değerlerine $ax^2 + bx + c = 0$ **denkleminin kökleri** denir. Bu kökler x_1 ve x_2 ile gösterilebilir (Bulunan köklerden herhangi birine $x_1 = -\frac{m}{p}$, diğerine ise $x_2 = -\frac{n}{q}$ denilebilir.). Denklemin çözüm kümesi $\text{ÇK} = \left\{ -\frac{m}{p}, -\frac{n}{q} \right\}$ şeklinde gösterilir.



Örnek

$x^2 + 2x + 6 = 0$ denkleminin gerçekte sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.



Çözüm

$x^2 + 2x + 6$ ifadesi kolaylıkla çarpanlara ayrılmadığından 1 eklenip ve çıkarılarak içinde tam kare ifade bulunduracak duruma getirilirse

$$\underbrace{x^2 + 2x + 1}_{(x+1)^2} - 1 + 6 = 0$$

$$(x+1)^2$$

$$(x+1)^2 + 5 = 0$$

$$(x+1)^2 = -5 \text{ olur.}$$

$\forall x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $(x+1)^2 \geq 0$ olması gerektiğinden $(x+1)^2 = -5$ denklemini sağlayan gerçekte kökler bulunamaz. Dolayısıyla $x^2 + 2x + 6 = 0$ denkleminin çözüm kümesi $\text{ÇK} = \emptyset$ dir.



Örnek

$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ denkleminin gerçel sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.



Çözüm

x^2 yerine t yazılarak değişken değiştirme yöntemi uygulanır. Verilen denklem ikinci dereceden denkleme dönüştürülmüş olur.

$$x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2)^2 - 5x^2 + 4 = t^2 - 5t + 4 = (t-1) \cdot (t-4) = 0$$

$$t = 1 \text{ veya } t = 4 \Rightarrow x^2 = 1 \text{ veya } x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 1 \text{ veya } x = \pm 2$$

$$\text{ÇK} = \{-2, -1, 1, 2\} \text{ olur.}$$



İpucu

$a \neq 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde $c = 0$ için denklem $ax^2 + bx = 0$ biçiminde yazılır ve ortak çarpan parantezine alma yöntemi kullanılarak çözüm kümesi bulunabilir.



Örnek

$x^2 - 12 = 0$ denkleminin gerçel sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.



Çözüm

$x^2 - 12 = 0$ ise $x^2 = 12$ olur. Buradan $x_1 = \sqrt{12}$ veya $x_2 = -\sqrt{12}$ olur.

$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ve $-\sqrt{12} = -2\sqrt{3}$ olarak yazılırsa $\text{ÇK} = \{-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}\}$ bulunur.



Örnek 14

$-2x^2 - 18 = 0$ denkleminin gerçel sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.



Çözüm

$-2x^2 - 18 = 0$ ise $-2x^2 = 18$ veya $x^2 = -9$ olur. Herhangi bir gerçel sayının karesi bir negatif sayı olamayacağından verilen denklemin $\text{ÇK} = \emptyset$ olur.

İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemin Köklerini Veren Formül ve Diskriminant Kavramı



Örnek

$x^2 + 5x - 6 = 0$ denkleminin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.



Çözüm

$x^2 + 5x - 6 = 0$ denkleminin katsayıları; $a = 1$, $b = 5$ ve $c = -6$ dir. Önce diskriminant (Δ) hesaplanarak köklerin varlığı araştırılır.

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) \\ &= 25 + 24 \\ &= 49 \text{ olur.}\end{aligned}$$

$\Delta > 0$ olduğundan $x^2 + 5x - 6 = 0$ denkleminin birbirinden farklı iki gerçek kökü vardır ve bu kökler;

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 + \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 + 7}{2} = 1,$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 - \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 - 7}{2} = -6 \text{ olarak bulunur.}$$

Buradan $\text{ÇK} = \{-6, 1\}$ olur.



Örnek

Aşağıdaki denklemlerin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.

a) $2x^2 + 3x + 3 = 0$ b) $x^2 - 12x + 36 = 0$



Çözüm

a) $2x^2 + 3x + 3 = 0$ denkleminin katsayıları; $a = 2$, $b = 3$ ve $c = 3$ olur.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 9 - 24 = -15 \text{ bulunur.}$$

$\Delta < 0$ olduğundan $2x^2 + 3x + 3 = 0$ denkleminin gerçek sayı kökleri yoktur.

Dolayısıyla $\text{ÇK} = \emptyset$ olur.

b) $x^2 - 12x + 36 = 0$ denkleminin katsayıları; $a = 1$, $b = -12$ ve $c = 36$ olur.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36 = 144 - 144 = 0 \text{ bulunur.}$$

$\Delta = 0$ olduğundan $x^2 - 12x + 36 = 0$ denkleminin eşit iki kökü vardır.

$$x_1 = x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-12) \pm \sqrt{0}}{2} = 6 \text{ olur.}$$



Örnek



Güzelyalı Mahallesi sakinleri, sokak hayvanlarının içebilmesi için mahallelerinden geçen doğrusal bir yolun kaldırımına eşit aralıklarla noktalar belirleyip daha sonra bu noktalara su kapları koymuştur. Art arda belirlenen iki nokta arası mesafe, toplam kap sayısına eşit ve baştaki ile sondaki nokta arası uzaklık 110 metre olduğuna göre koyulan toplam kap sayısını bulunuz.



Çözüm

Koyulan toplam kap sayısına x denilirse art arda belirlenen iki nokta arası mesafe de x olur. Toplam kap sayısı x ise toplam aralık sayısı $x - 1$ dir. Buradan $x \cdot (x - 1) = 110$ denklemi elde edilir. Bu denklem aşağıdaki gibi çözülürse

$$x^2 - x - 110 = 0 \Rightarrow (x - 11) \cdot (x + 10) = 0 \text{ olur.}$$

$$\begin{array}{r} x^2 - x - 110 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ x \quad -11 \\ x \quad 10 \end{array}$$

Buradan $x - 11 = 0 \Rightarrow x_1 = 11$ veya $x + 10 = 0 \Rightarrow x_2 = -10$ olur.

Kap sayısı negatif olamayacağından toplam kap sayısı 11 dir.



Örnek

$m \neq -4$ ve $m \in \mathbb{R}$ olmak üzere $(m + 4)x^2 + mx + 3m - 1 = 0$ denkleminin bir kökü -2 olduğuna göre diğer kökünü bulunuz.



Çözüm

-2 değeri $(m + 4)x^2 + mx + 3m - 1 = 0$ denkleminin bir kökü olduğundan denklemde x yerine -2 yazılırsa denklemi sağlar.

$$(m + 4) \cdot (-2)^2 + m \cdot (-2) + 3m - 1 = 0$$

$$4 \cdot (m + 4) - 2m + 3m - 1 = 0$$

$$4m + 16 + m - 1 = 0$$

$$5m + 15 = 0$$

$$\frac{5m}{5} = \frac{-15}{5}$$

$$m = -3 \text{ olur.}$$

$(m + 4)x^2 + mx + 3m - 1 = 0$ denkleminde m yerine -3 yazılırsa

$$(-3 + 4)x^2 - 3x + 3 \cdot (-3) - 1 = 0$$

$x^2 - 3x - 10 = 0$ denklemi elde edilir. Bu denklemin kökleri

$$x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x - 5) \cdot (x + 2) = 0 \text{ olur. Buradan } x - 5 = 0 \Rightarrow x_1 = 5 \text{ veya } x + 2 = 0 \Rightarrow x_2 = -2 \text{ bulunur.}$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x - 10 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ x \quad -5 \\ x \quad 2 \end{array}$$

Buradan diğer kökün 5 olduğu görülür.



Örnek

$m \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x^2 - 4x + 2m - 3 = 0$ ve $2x^2 - 6x + 4m + 2 = 0$ denklemlerinin birer kökü aynı olduğuna göre bu kökün kaç olduğunu bulunuz.



Çözüm

Her iki denklemin ortak kökü x olsun. $x^2 - 4x + 2m - 3 = 0$ ve $2x^2 - 6x + 4m + 2 = 0$ denklemlerinde bulunan x^2 li terimleri yok etmek için $x^2 - 4x + 2m - 3 = 0$ denkleminde eşitliğin her iki tarafı -2 ile çarpılırsa $-2x^2 + 8x - 4m + 6 = 0$ elde edilir. Bu denklem $2x^2 - 6x + 4m + 2 = 0$ denklemi ile taraf tarafa toplanırsa

$$\begin{array}{r} -2x^2 + 8x - 4m + 6 = 0 \\ + 2x^2 - 6x + 4m + 2 = 0 \\ \hline 2x + 8 = 0 \\ 2x = -8 \\ x = -4 \text{ olur.} \end{array}$$

Bulunan $x = -4$ değeri her iki denklemin ortak köküdür.



Örnek



Yürüme engeli olan Fatih, Fethiye'de düzenlenen bir doğa yürüyüşüne tekerlekli sandalyesiyle katılmıştır.

- Doğa yürüyüşü 2 parkurdan oluşmaktadır. 1. parkur 9 km, 2. parkur ise 10 km uzunluğundadır.
- Fatih, iki parkuru toplam 5 saatte tamamlamıştır.
- Fatih'in 2. parkuru geçme hızı, 1. parkuru geçme hızından 2 km/sa. daha fazladır.

Verilen bu bilgilere göre

- a) Fatih'in 1. parkurdaki ortalama hızının kaç km/sa. olduğunu bulunuz.
- b) Fatih'in bu iki parkur boyunca ortalama hızının kaç km/sa. olduğunu bulunuz.

a) Fatih'in 1. parkurdaki ortalama hızı x km/sa. olsun. Bu durumda 2. parkurdaki ortalama hızı $(x+2)$ kaç km/sa. olur. Fatih'in 1. parkuru ve 2. parkuru geçerken kullandığı toplam süre zaman = $\frac{\text{yol}}{\text{hız}}$ formülü yardımıyla yazılır ve toplanırsa $\frac{9}{x} + \frac{10}{x+2} = 5$ denklemi elde edilir. Buradan

$$\frac{9}{x} + \frac{10}{x+2} = 5$$

$$\frac{9x+18}{x^2+2x} + \frac{10x}{x^2+2x} = 5$$

$$\frac{19x+18}{x^2+2x} = 5$$

$$5x^2 + 10x = 19x + 18$$

$$5x^2 - 9x - 18 = 0 \text{ denklemi elde edilir.}$$

$$5x^2 - 9x - 18 = 0 \text{ ise } (5x+6) \cdot (x-3) = 0 \text{ dır. Buradan } 5x+6=0 \text{ ise } x_1 = -\frac{6}{5} \text{ veya } x-3=0 \text{ ise } x_2 = 3 \text{ olur.}$$

Fatih'in hızı negatif olamayacağından 1. parkurdaki ortalama hızı 3 km/sa. olur.

b) $V_{\text{ort}} = \frac{\text{Toplam yol}}{\text{Toplam süre}}$ formülü yardımıyla Fatih'in iki parkur boyunca ortalama hızı

$$\frac{9+10}{5} = \frac{19}{5} = 3,8 \text{ km/sa. olur.}$$

BÖLÜM IV

Ölçme ve Değerlendirme

1. Aşağıda verilen denklemlerin gerçekteki çözüm kümesini bulunuz.

- a) $x^2 - 25 = 0$
- b) $2x^2 - 11x = 0$
- c) $x^2 - 10x + 21 = 0$
- ç) $-2x^2 + 11x - 15 = 0$

2. $x^2 - 2x - 6 = 0$ denkleminin gerçekteki köklerinden küçük olanı bulunuz.

3. $m \neq 3$ ve $m \in \mathbb{R}$ olmak üzere $(m-3)x^2 - 8x + 1 = 0$ denkleminin gerçekteki kökleri olmadığına göre m nin değer aralığını bulunuz.

6. $a \neq 0$ ve $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere aşağıda verilen denklemlerin gerçekteki çözüm kümesini bulunuz.

- a) $x^2 - 2ax - 3a^2 = 0$
- b) $x^2 - (a+b)x + a \cdot b = 0$
- c) $ax^2 - (5a-3)x - 15 = 0$

7. $m > n > 0$ ve $m, n \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x^2 + (2m-n)x - 2mn = 0$ denkleminin gerçekteki köklerinden büyük olanı bulunuz.

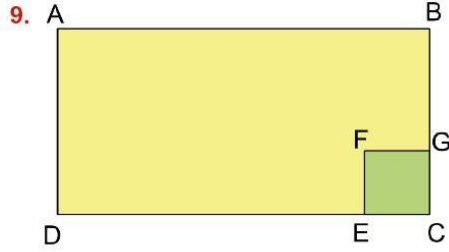
8. $m \in \mathbb{R}$ olmak üzere $-3x^2 + (m-3)x + m + 12 = 0$ denkleminin bir kökü 2 olduğuna göre m ifadesinin değerini bulunuz.

4. $m \neq -3$ ve $m \in \mathbb{R}$ olmak üzere $(m+3)x^2 - mx - 3x + m = 0$ denkleminin çakışık iki kökü olduğuna göre m değerini bulunuz.

5. $m \in \mathbb{R}$ olmak üzere

- $x^2 - 4x + 2m = 0$ denkleminin farklı iki gerçel kökü vardır.
- $x^2 + 6x + m + 11 = 0$ denkleminin gerçel kökleri yoktur.

Yukarıda verilen bu bilgilere göre m nin kaç farklı tam sayı değeri alabileceğini bulunuz.



Yukarıda şekli verilen dikdörtgen biçimindeki bir kartondan kare biçimindeki FGCE karton parçası kesilerek atılıyor. $|AB| = 2 \cdot |AD| = 6 \cdot |GC|$ ve kalan şeklin alanı 68 santimetrekare olduğuna göre ABCD dikdörtgeninin çevresinin kaç cm olduğunu bulunuz.

10. $m \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $x^2 + 3x + m - 3 = 0$ ve $x^2 + (m+1)x - 1 = 0$ denklemlerinin birer kökü ortak olduğuna göre m değerini bulunuz.

Dersin Diğer Derslerle İlişkisi

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına İlişkin Açıklamalar

Konu öngörülen ders saatinde işlenmiş olup gerekli değerlendirmeler yapılarak amacına ulaşmıştır.

Matematik Öğretmeni

.../.../2025
UYGUNDUR
Okul Müdürü