

Série 8

Exercice N°1 :

Un nombre **Polydivisible** est un entier naturel qui possède les propriétés suivantes :

1. Le nombre formé par ses deux chiffres en allant de gauche à droite est un multiple de 2.
2. Le nombre formé par ses trois premiers chiffres en allant de gauche à droite est un multiple de 3.
3. Le nombre formé par ses quatre premiers chiffres en allant de gauche à droite est un multiple de 4.
4. Etc..

Exemple 1:

345654 est un nombre **Polydivisible** en effet :

- 34 est un multiple de 2.
- 345 est un multiple de 3.
- 3456 est un multiple de 4.
- 34565 est un multiple de 5.
- 345654 est un multiple de 6.

Exemple 2:

12345 est un nombre **non Polydivisible**, parce que 1234 n'est pas divisible par 4.

Travail demandé

Ecrire un programme Pascal qui permet de chercher et d'afficher tous les nombres **Polydivisibles** d'un intervalle $[a,b]$ avec $100 \leq a < b$.

Exercice N°2 :

Un « programme » est une chaîne ayant la caractéristique de contenir toutes les lettres de l'alphabet (sans distinction entre majuscule et minuscule), même si elle peut parfois être dénuée de sens véritable.

Exemple de chaîne programme :

« Monsieur Jack vous dactylographiez bien mieux que votre ami Wolf. »

Une chaîne est dite « palindrome » si elle se lit de la même façon dans les deux sens de gauche à droite ou de droite à gauche.

Exemple de chaîne palindrome :

« Radar »

Travail demandé

Ecrire un programme Pascal qui permet de saisir une chaîne de caractère non vide formée uniquement par des lettres et des espaces, de déterminer et d'afficher si celle-ci est **programme** ou **palindrome** ou **programme et palindrome** en même temps.

Exercice N°3 :

Un nombre est dit **abondant** s'il est strictement supérieur à la somme de ses diviseurs sauf lui-même.

Exemple :

10 est abondant.

En effet, les diviseurs de 10 sauf lui-même sont 1, 2 et 5.

Comme $1+2+5=8$ et $10 > 8$, alors 10 est abondant.

Un nombre est dit **déficient** s'il est strictement inférieur à la somme de ses diviseurs sauf lui-même.

Exemple :

12 est abondant.

En effet, les diviseurs de 12 sauf lui-même sont 1, 2, 3, 4 et 6.

Comme $1+2+3+4+6=16$ et $12 < 16$, alors 10 est déficient.

Travail demandé

Ecrire un programme Pascal qui permet de remplir un tableau **Nombre** par **N** entier strictement positifs avec $5 \leq N \leq 25$, puis de transférer, les nombres **déficients** dans un tableau **TD** et les nombres **abondants** dans un tableau **TA** et d'afficher les deux tableaux résultants (**TD** et **TA**).

Exemple : Dans le tableau **Nombre** suivant

10	12	118	6	45	118	100
----	----	-----	---	----	-----	-----

Nombre

On obtient les tableaux **TD** et **TA** suivant :

12	100					
----	-----	--	--	--	--	--

TD

10	118	45	118			
----	-----	----	-----	--	--	--

TA

Exercice N°4 :

Un nombre est appelé **k-parfait** si et seulement si, la somme de tous les diviseurs de tous les diviseurs positifs de **P**, y compris 1 et lui-même est égale à $k \cdot P$, avec k un entier naturel donné.

Exemple :

- Le nombre 28 est **2-parfait**, car la somme de ses diviseurs est $56=2*28$.
- Le nombre 120 est **3-parfait**, car la somme de ses diviseurs est $360=3*120$.

Travail demandé

Ecrire un programme Pascal qui permet de chercher et d'afficher tous les nombres de l'intervalle $[N,M]$ avec $10 < N \leq M < 31000$ qui sont **2-parfaits** suivis par ceux qui sont **3-parfaits** sur une autre ligne et ceux qui sont **4-parfaits** sur une autre ligne.

Exercice N°5 :

Pour sécuriser l'envoi des messages, deux chercheurs cryptent leurs messages en utilisant une clé de cryptage selon le principe suivant :

1. Saisir le message à crypter **msg**, sachant qu'il est composé par des lettres minuscules et des espaces.
2. Saisir une clé de cryptage **chcle** qui est une chaîne formée uniquement par des lettres minuscules et ayant la même longueur que le message à crypter
3. Remplacer chaque lettre du message **msg** d'indice i par la lettre minuscule d'ordre alphabétique k sachant que :
 - $k = \text{ABS} (\text{ord}(\text{msg}[i]) - \text{ord}(\text{chcle}[i])) + 1$.
 - L'espace ne sera pas crypté.

Exemple : Soit le message « bonne reception » et soit la clé « homeofhappiness ».

Message	b	o	n	n	e		r	e	c	e	p	t	i	o	n
La clé de cryptage	h	o	m	e	o	f	h	a	p	p	i	n	e	s	s
Message crypté	g	a	b	j	k		k	e	n	t	h	g	e	e	f

En effet :

- La lettre « b » sera remplacé par la lettre d'ordre alphabétique k
 $= \text{ABS} (\text{ord}("b") - \text{ord}("c")) + 1$, qui est « g ». En effet, $k = \text{ABS} (66-72) + 1 = 7$, qui est l'ordre alphabétique de la lettre « g » .
- La lettre « o » sera remplacé par la lettre d'ordre alphabétique k
 $= \text{ABS} (\text{ord}("o") - \text{ord}("o")) + 1$, qui est « a ». En effet, $k = \text{ABS} (79-79) + 1 = 1$, qui est l'ordre alphabétique de la lettre « a » .
- Etc.

Travail demandé :

Ecrire un programme Pascal qui permet de saisir un message **msg** et une clé de cryptage **chcle** en respectant les contraintes citées ci-dessus puis d'afficher le message crypté en utilisant le principe décrit précédemment.

Exercice N°6 :

Pour sécuriser l'envoi des messages, deux chercheurs cryptent leurs messages en utilisant le principe suivant :

1. Saisir le message à crypter **msg**, sachant qu'il est composé par des lettres et des espaces.

2. Faire la somme des chiffres du code ASCII de chaque lettre du message **msg**. Dans le cas où cette somme n'est pas un nombre à un seul chiffre, on reprend l'addition jusqu'à obtenir un seul chiffre auquel on ajoute une valeur allant de 0 à 17. Le nombre obtenu représentera le rang alphabétique de la lettre de remplacement en majuscule.

N.B : L'espace ne sera pas crypté

Exemple : Pour le message « **Bac Sc** », on aura après cryptage le résultat sera « **RSL RZ** ». En effet :

- La lettre « B » est remplacée par la lettre « R » car le code ASCII de « B » est 66 et après addition des chiffres on obtient 3 ($5+6=12 \rightarrow 1+2=3$) et si la valeur aléatoire est 15, l'ordre alphabétique du caractère de remplacement est $18=3+15$ qui est la lettre « R ».
- La lettre « a » est remplacée par la lettre « S » car le code ASCII de « a » est 97 et après addition des chiffres on obtient 7 ($9+7=16 \rightarrow 1+6=7$) et si la valeur aléatoire est 12, l'ordre alphabétique du caractère de remplacement est $19=7+12$ qui est la lettre « S ».
- La lettre « c » est remplacée par la lettre « L » car le code ASCII de « c » est 99 et après addition des chiffres on obtient 9 ($9+9=18 \rightarrow 1+8=9$) et si la valeur aléatoire est 13, l'ordre alphabétique du caractère de remplacement est $12=3+9$ qui est la lettre « L ».
- La lettre « S » est remplacée par la lettre « R » car le code ASCII de « S » est 83 et après addition des chiffres on obtient 2 ($8+3=11 \rightarrow 1+1=2$) et si la valeur aléatoire est 16, l'ordre alphabétique du caractère de remplacement est $18=2+16$ qui est la lettre « R ».
- La lettre « c » est remplacée par la lettre « L » car le code ASCII de « c » est 99 et après addition des chiffres on obtient 9 ($9+9=18 \rightarrow 1+8=9$) et si la valeur aléatoire est 13, l'ordre alphabétique du caractère de remplacement est $12=3+9$ qui est la lettre « L ».

Travail demandé :

Ecrire un programme Pascal qui permet de saisir une chaîne non vide formée par des lettres et des espaces, de la crypter selon le principe décrit ci-dessous et d'afficher le résultat obtenu.

Exercice N°7 :

La décomposition **PGCD(A,B)** en facteurs premiers (avec $A \geq 8$ et $B \geq 2$) est le produit des facteurs premiers apparaissant à la fois dans la décomposition de **A** et de **B** munis du plus petit des exposants trouvés dans la décomposition de **A** et de **B**.

N.B : On dit qu'un nombre **a** admet le nombre **b** comme facteur premier lorsque **b** est un nombre premier qui divise **a**.

Travail demandé :

Ecrire un programme Pascal qui permet de saisir deux entiers **A** et **B** ($10 \leq A \leq B \leq 10000$), de chercher et d'afficher la décomposition en facteurs premiers du **PGCD(A,B)** en utilisant le principe décrit ci-dessus.

Exemple :

Pour **A** = 378 et **B** = 8820

Liste des facteurs premiers de **A** = 378 = $2 \cdot 3^3 \cdot 7$

Liste des facteurs premiers de **B** = 8820 = $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7^2$

Alors le programme affiche : PGCD(378,8820) = $2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 126$

Exercice N°8 :

Un nombre est dit **k-pp (Presque Premiers)**, s'il s'écrit sous la forme d'un produit de **k** nombres premiers non nécessairement distincts.

Exemple :

243 = 3^5 est un nombre **2-pp** car il est le produit de deux nombres premiers.

32 = 2^5 est un nombre **5-pp** car il est le produit de cinq nombres premiers.

17 = 17 est un nombre **1-pp** car il est premier.

Travail demandé :

Ecrire un programme Pascal qui permet de remplir un tableau **T** par **N** ($5 \leq N \leq 50$), entiers positifs de 3 chiffres de chercher et d'afficher les **k-pp** nombres du tableau **T**. Sachant que **k** est un entier choisi aléatoirement de l'intervalle[2,5].

Exemple :

Pour **N** = 5 et **k** = 3 et le tableau **T** suivant

T	231	846	187	722	490
----------	-----	-----	-----	-----	-----

Les nombres 231 et 732 sont dits 3-pp et seront affichés puisque :

$$231 = 3 \cdot 11 \cdot 7$$

$$722 = 2 \cdot 19 \cdot 19$$

N.B : Un nombre est dit premier s'il est divisible par 1 et lui-même. Par définition, 1 n'est pas un nombre premier.

Exercice N°9 :

On se propose de construire à partir d'un chiffre **A** impair donné par une pyramide composée de **L** lignes. Chaque ligne est calculée en fonction de la ligne qui la précède en insérant à son début et à sa fin un chiffre **C** tel que

C = (la somme des chiffres de la ligne précédente + nombre de chiffres de la ligne précédente) MOD 10

La dernière ligne de la pyramide correspond au premier nombre divisible par 7

Exemple : Pour $E = 1$

1
212
82128
6821286
068212860
20682128602
8206821286028
682068212860286

La ligne 6 est calculée en insérant le chiffre C au début et à la fin du nombre de la ligne 5.

Avec $C = ((0+6+8+2+1+2+8+6+0) + 9) \text{ MOD } 10 = 42 \text{ MOD } 10 = 2$

NB : Le chiffre 0 à gauche est pris au compte dans le calcul du nombre de chiffres de la ligne précédente.

Pour déterminer si un nombre N est divisible par 7, il suffit de le décomposer en des tranches de trois chiffres en commençant par la fin et de les additionner alternativement des + et des - devant les tranches en commençant par l'opérateur +. On effectue l'opération ainsi écrite, si le résultat est divisible par 7 alors N est divisible par 7.

(C'est le premier nombre divisible par 7)

Exemple :

Pour $N = 682068212860286$ et en appliquant la règle de divisibilité par 7 ci-dessus, on obtient $+286-860+212-068+682 = 252$ qui est divisible par 7 donc N est divisible par 7.

Travail demandé :

Ecrire un programme Pascal qui permet de saisir un entier E impair ($1 \leq E \leq 9$), d'afficher les entiers correspondants à E selon le principe décrit précédemment à raison d'un entier par ligne.

Exemple : Le candidat n'est appelé à afficher les entiers sous la forme d'une pyramide.