الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

.وزارة التربية الوطنية. مديرية التربية لولاية غرداية

.اختبار البكالوريا التجريبية . دورة:ماي 2015

الشعبة:علوم تجريبية. المستوى:نهائي.

اختبار في مادة:الرياضيات. عالج أحد الموضوعين على الخيار المدة: 3 ساعات ونصف.

الموضوع الأول

التمرين الأول:(4.5ن)

الفضاء منسوب لمعلم متعامد ومتجانس$\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.نعتبر النقط
$C(-4,0,-3), B(-2,-6,5), A(1,-2,4)$.

1/ أ) بين أن النقاط $A; B; C$ ليست في استقامية.

ب) بين أن الشعاع ناظمي$\vec{n}(1,-1,-1)$للمستوي(ABC) .

ج) عين المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) .

2/ أ)أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم المار بالنقطةO والعمودي على المستوي (ABC) .

ب) ماهي إحداثيات النقطةO' المسقط العمودي للنقطةO على المستوي (ABC) .

3/ لتكن H المسقط العمودي للنقطةO على المستقيم (BC) وt عدد حقيقي حيث $\vec{BH} = t\vec{BC}$.

أ) بين أن$t = \frac{\vec{BO}.\vec{BC}}{\|\vec{BC}\|^2}$.

ب) استنتج قيمة العدد الحقيقي t واحداثيات النقطة H .

التمرين الثاني:(05ن)

المستوي المركب منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(o;u;v)$ ،نعتبر النقاط $A; B; C$ لواحقها على الترتيب

$$Z_c = -4 + i; Z_B = 2 + 3i; Z_A = -i$$

1/ أ) أكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{Z_c - Z_A}{Z_B - Z_A}$.

ب) عين طويلة العدد المركب $\frac{Z_c - Z_A}{Z_B - Z_A}$ وعمدة له ثم استنتج طبيعة المثلثABC .

2/نعتبر التحويل النقطيT في المستوي الذي يرفق بكل نقطةM ذات الاحقة Z النقطةZ' حيث :

$$Z' = iZ - 1 - i$$

1) عين طبيعة التحويل T محددا عناصره المميزة.
2) ماهي صورة B بالتحويل T .

3 / لتكن D النقطة ذات الاحقة $Z_D = -6 + 2i$.

1) بين أن النقاط $A; D; C$ في استقامية.
2) عين نسبة التحاكي H الذي مركزه A ويحول النقطة C إلى D .
3) عين العناصر المميزة للتشابه S الذي مركزه A ويحول B الى D .

التمرين الثالث (04.5ن)

I) $(U_n)_{n\epsilon N}$ متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حيث:

$$\{ln(U_1) + ln(U_5) = -12 \; ln(U_2) - ln(U_4) = 4$$

1/ عين أساس المتتالية (U_n) وحدها الأول.

2/ تحقق أن $U_n = \frac{1}{e^{2n}}$

II) $(V_n)_{n\epsilon N}$ متتالية معرفة كما يلي: $V_n = lnU_n + lnU_{n+1}$

1) أتبث أن المتتالية (V_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
2) أحسب U_n و V_n.

لتكن الدالة f المعرفة على $[0. 2]$ب:

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$$

أدرس اتجاه تغير الدالة f/1 واستنتج أنه إذا كان $x \in [1, 2]$ فان $f(x) \in [1, 2]$.

نعرف المتتالية $(w_n)_{n\epsilon N}$ /2 كما يلي:

$$\{w_0 = 2 \qquad w_{n+1} = f(w_n)$$

أ) أنقل الشكل المقابل على ورقة الإجابة ومثل عليه الحدود الثلاثة الأولى من (w_n).(موضحا خطوط الإنشاء دون حسابها)

ب) ماهو تخمينك حول اتجاه التغير والتقارب المتتالية (w_n).

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $2 < w_n < 1$.

ب) بين أن المتتالية (w_n) متناقصة.

ج)استنتج أن (w_n) متقاربة و أحسب نهايتها

التمرين الرابع (06ن)

I. 1/نعتبر المعادلة التفاضلية التالية:

$$y' + y = 2e^{-x} \ldots\ldots (1)$$

yهي الدالة للمتغير الحقيقي x وقابلة لاشتقاق على R.

أ) حل المعادلة التفاضلية (2) ..... $y' + y = 0$ ب)لتكن الدالة hالمعرفة على R ب : $h(x) = 2xe^{-x}$.
تحقق أن الدالةhحل للمعادلة التفاضلية (1)

2/نقبل أن حلول المعادلة التفاضلية (1) تكتب على الشكل $g + h$ حيث gحل للمعادلة التفاضلية (2).

أ)عين مجموعة حلول المعادلة التفاضلية (1).

ب)عين الدالة fحل المعادلة التفاضلية (1)التي تحقق الشرط $f(0) = -1$.

II. نعتبر الدالةg المعرفة على $[0, +\infty[$ ب: $g(x) = (2x - 1)e^{-x}$.

ليكن(C_g) التمثيل البياني للدالة gفي المستوي الى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$و $\|\vec{j}\| = 2cm$.

أ)أحسب $g(x)$.

ب)أحسب الدالة المشتقة$g'(x)$ للدالةg واستنتج اتجاه تغير الدالةg ثم شكل جدول تغيرات الدالةg.

2/أ)عين احداثيا نقط تقاطع المنحني (C_g) مع محور الفواصل.

ب)أعط معادلة لكل من المماسين(T) و(T') للمنحنى (C_g) عند النقطتين اللتان فاصلتاهما $\frac{3}{2}$ و $\frac{1}{2}$ على الترتيب.

ج)أرسم (C_g) و(T) و(T') في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

3/أ)تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 0$ فان:

$$g(x) = -\ g'(x) + 2e^{-x}$$

ب)استنتج دالة أصلية لدالة gعلى$]\infty + ,0]$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول(4.5):

المستوي المركب منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر العددالمركب Zحيث:

$Z = x + iy,\ (x,y) \in R^2$. و نقطةM لاحقتها Z .

نعتبر $p(Z)$حيث:$p(Z) = |z|^2 + 4iZ - 5 - 4i$

1/عين مجموعة النقطMحتى يكون$P(Z)$حقيقي.

2/ عين مجموعة النقطM حتى يكون$P(Z)$ تخيلي صرف .

3/حل في Cالمعادلة$p(z) = 4$.

4/نرمز إلىz_1الحل الذي جزءه التخلي سالب وZ_2 الى الحل الاخر.AصورةZ_1 وB صورةZ_2.

5/ CنظيرةA بالنسبة الى المبدأO.

1) عين Cلاحقة النقطة ثم استنتج طبيعة المثلثABC.
2) عين مركز التشابه الذي نسبته $\sqrt{2}$وزاويته$\frac{3\pi}{4}$ ويحول B الى C.

التمرين الثاني :(05ن)

الفضاء منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط

$D(-3,4,4);\ C(-2,-7,-7);\ B(2,2,-1);\ A(0,0,1)$

و المستوي (P) المعرف بالتمثيل الوسيطي

$$(\alpha,\beta)\in R^2;\{x = 1 + 3\alpha + \beta\ y = 1 - 2\alpha\ z = 4 + \alpha + \beta$$

1/أ)بين أن النقط $A;B;C$ تعين مستوي(ABC).

ب)تحقق أن الشعاع$\vec{n}(3,-2,1)$ ناظمي للمستوي(ABC) ثم أكتب المعادلة الديكارتية (ABC).

2/ أ)أكتب المعادلة الديكارتية للمستوي (P) ثم بيين أن المستويين (P) و(ABC) متعامدان.

ب)بين أن تقاطع (P) و(ABC) المستقيم(Δ)ذو التمثيل الوسيطي التالي

$$\{x =- 2 + t\ y =- 7 + 4t\ z =- 7 + 5t\ ;t\in R$$

ج)أحسب المسافة بين النقطة Dوالمستوي (ABC)والمسافة بين النقطةD والمستوي (P) ثم استنتج المسافة بينD و(Δ).

3/(Q) المستوي الذي يشمل النقطةD والعمودي على كل من المستويين (P) و(ABC).

أ)أكتب المعادلة الديكارتية للمستوي (Q) .

ب)بين أن المستويات (P) و(ABC)و(Q)تتقاطع في نقطة Hواحدة, ثم عين إحداثياتH.

ج)أحسب بطريقة أخرى المسافة بين النقطةDوالمستقيم (Δ) .

التمرينالثالث:(04.5ن)

لتكن (U_n)المتتالية المعرفة علىN:

$$\{U_0 = \frac{1}{8} \qquad U_{n+1} = U_n(2 - U_n)$$

1/ أ)أحسب U_1و U_2 .

ب)باستعمال المنحنى(C) الممثل للدالة$h(x) = x(2 - x)$ والمستقيم ذو المعادلة $y = x$ومثل الحدود $U_2;U_3$; $U_1;U_0$على محور الفواصل (موضحا خطوط الإنشاء).

2/أ)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي nلدينا$0 < U_n < 1$.

ب)بين أن المتتالية U_nمتزايدة ثم ماذا تستنتج.

3/لتكن المتتالية(V_n) المعرفة ب: $V_n = 1 - U_n$.

أ)عبر V_{n+1} عن بدلالة V_n ثم ضع تخمينا حول عبارة V_n بدلالةn.

ب) أثبت هذا التخمين باستعمال البرهان بالتراجع مستنتجا نهايتي كل من (U_n)و(V_n).

التمرين الرابع :(06 ن)

I. نعتبر الدالة gالمعرفة على$]0, +\infty[$ بالشكل:

$$g(x) = x^2 - 2lnx$$

1/أدرس تغيرات الدالةg.

2/استنتج إشارة$g(x)$على المجال$]0, +\infty[$.

II. نعتبر الدالة fالمعرفة على$]0, +\infty[$ كالتالي:

$$f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1+lnx}{x}$$

وليكن(C_f) التمثيل البياني للدالة fفي المستوي الى معلم متعامد ومتجانس$(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1/أحسب نهاية الدالة fعند0 ثم فسر النتيجة بيانيا.

2/أ)أحسب نهاية الدالة fعند$+\infty$.

ب)بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = \frac{x}{2}$ هومستقيم مقارب مائل للمنحنى(C_f).

ج)أدرس الوضع النسبي بين(C_f) و(Δ) على المجال$]0, +\infty[$.

3/أدرس تغيرات الدالة f .

4/بين أنه توجد نقطة وحيدة Bمن المنحنى$\left(C_f\right)$ يكون عندها المماس(T) للمنحنى$\left(C_f\right)$ موازيا للمستقيم(Δ) يطلب تعيين احداثييها ثم أكتب معادلة المماس(T).

5/بين أن المعادلة$f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا αحيث $0.34 < \alpha < 0.35$.

6/أنشئ المنحنى$\left(C_f\right)$ و المستقيمين(Δ)و(T).

7/أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى$\left(C_f\right)$ والمستقيم(Δ) والمستقيمان$x = 1$ و$x = 2$.

8/ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي mعدد وإشارة حلول المعادلة$(x) = \frac{x}{2} + m$.

بالتوفيق في البكالوريا