Таблицы истинности.

Таблица Истинности - таблица, с помощью которой устанавливается истинностное значение сложного высказывания при данных значениях входящих в него простых высказываний. В классической математической логике предполагается, что каждое простое (не содержащее логических связок) высказывание является либо истинным, либо ложным, но не тем и другим одновременно. Нам не известно, истинно или ложно данное простое высказывание, чтобы установить это, потребовалось бы обратиться к фактам действительности, но логика этого не делает. Однако мы знаем, что у высказывания имеется лишь две возможности — быть истинным либо быть ложным. Когда с помощью логических связок мы соединяем простые высказывания в сложное, встает вопрос: при каких условиях сложное высказывание считается истинным, а при каких — ложным? Для ответа на этот вопрос и служат Т. и. Каждая логическая связка имеет свою таблицу, которая показывает, при каких наборах значений простых высказываний сложное высказывание с этой связкой будет истинным, а при каких — ложным. Приведем Т. и. для отрицания, конъюнкции, дизъюнкции и импликации («и» означает «истина», «л» - «ложь»): Пользуясь приведенными таблицами, для любого сложного высказывания, содержащего указанные связки, можем построить Т. и.. которая покажет, когда высказывание истинно и когда — ложно. В качестве примера построим Т. и. для такого высказывания: (А v~B) —> В. Сначала, руководствуясь таблицей для отрицания, выписываем значения ~В (в таблице опущены): 1) «л»; 2) «и»; 3) «л»; 4) «и». Затем устанавливаем значения дизъюнктивного высказывания, стоящего в скобках. Для случая (1): А истинно, ~ В — ложно, в таблице для дизъюнкции это соответствует случаю (2), при котором дизъюнкция истинна, поэтому под нашим высказыванием пишем «и», и т. д. И наконец, выписываем значения истинности для импликации, которая в данном случае является главной связкой нашего высказывания. Построенная таблица говорит, что наше сложное высказывание истинно при первом и третьем наборах значений простых высказываний и ложно при втором и четвертом наборах. Т. и. позволяет выделить из класса формул нашего языка всегда истинные формулы (тавтологии), всегда ложные формулы, установить отношение логического следования между формулами, их эквивалентность и т. д. Наряду с двузначными Т. и. в логике используются таблицы с тремя, четырьмя и т. д. значениями истинности, построением и анализом которых занимается многозначная логика.

Таблицу, показывающую, какие значения принимает составное высказывание при всех сочетаниях (наборах) значений входящих в него простых высказываний, называют **таблицей истинности** составного высказывания.

Составные высказывания в алгебре логики записываются с помощью логических выражений. Для любого логического выражения достаточно просто построить таблицу истинности.

Алгоритм построения таблицы истинности:

1. Подсчитать количество переменных **n** в логическом выражении.

2. Определить число строк в таблице, которое равно $m = 2^n$.

3. Подсчитать количество логических операций в логическом выражении и определить количество столбцов в таблице: **количество переменных + количество операций = количество столбцов**.

4. Ввести названия столбцов таблицы в соответствии с последовательностью выполнения логических операций с учетом скобок и приоритетов.

5. Заполнить стобцы входных переменных наборами значений.

6. Провести заполнение таблицы истинности по столбцам, выполняя логические операции в соответствии с установленной в п.4 последовательностью.

Наборы входных переменных, во избежание ошибок, рекомендуют перечислять следующим образом:

а) разделить колонку значений первой переменной пополам и заполнить верхнюю часть колонки нулями (ложь), а нижнюю единицами (истина);

б) разделить колонку значений второй переменной на четыре части и заполнить каждую четверть чередующимися группами нулей и единиц, начиная с группы нулей;

в) продолжать деление колонок значений последующих переменных на 8, 16 и т.д. частей и заполнение их группами нулей или единиц до тех пор, пока группы нулей и единиц не будут состоять из одного символа.

Пример: для формулы A&(Bv ¬B&¬C) построить таблицу истинности.

Решение

Количество логических переменных **3**, следовательно, количество строк в таблице истинности должно быть $\mathbf{2^3=8}$.

Количество логических операций в формуле **5**, следовательно количество столбцов в таблице истинности должно быть **3+5=8**.

A	B	C	¬B	¬C	¬B&¬C	Bv(¬B&¬C)	A&(Bv¬B&¬C)
0	0	0	1	1	1	1	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1

Истинность составных высказываний, образованных в результате выполнения каких-либо логических операций над простыми высказываниями, зависит только от истинности исходных высказываний. Чаще всего для установления значений сложных высказываний используют таблицы истинности.

Таблица истинности – это таблица, устанавливающая соответствие между всеми возможными наборами логических переменных, входящих в логическую функцию, и значениями функции.

Рассмотрим построение таблиц истинности на примере операций, рассмотренных в предыдущем разделе. Начнем с унарной операции отрицания Ā. Поскольку операция выполняется над одним операндом (А), принимающим всего два значения (1-истина; 0-ложь), таблица будет иметь три строки и два столбца. В заголовке таблицы укажем высказывание А и результат отрицания Ā, как показано на рисунке.

А	Ā

Далее в первом столбце разместим все возможные значения высказывания А, а во втором – значения логической функции Ā, как показано на рисунке.

А	Ā
0	1
1	0

Приведем таблицу истинности логического умножения (конъюнкции).

А	В	А Λ В
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Заметим, что составное высказывание А Λ В истинно только в том случае, когда истинны ода высказывания и А, и В.

Таблица истинности логического сложения приведена на следующем рисунке.

А	В	А V В
0	0	0
0	1	1
1	0	1

1	1	1

Составное высказывание A V B ложно лишь в случае, когда оба операнда ложны.

Таблица истинности импликации, выглядит следующим образом.

A	B	A -› B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Составное высказывание A -› B ложно лишь в случае, когда ложь имплицируется истиной. Таблица истинности эквивалентности представлена на следующем рисунке.

A	B	A ~ B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Составное высказывание A ~ B истинно в том случае, когда значения операндов совпадают. Полезно иметь под рукой сводную таблицу истинности.

Сводная таблица истинности

A	0	0	1	1
B	0	1	0	1
Коньюнкция A Λ B	0	0	0	1
Дизъюнкция A V B	0	1	1	1
Импликация A -› B	1	1	0	1
Эквиваленция A ~ B	1	0	0	1

Заметим, что таблицы истинности находят широкое применение для

- вычисления истинности сложных высказываний;
- установления эквивалентности высказываний;
- определения тавтологий.

Два сложных высказывания называют эквивалентными, если совпадают их таблицы истинности.

Высказывания, истинность которых постоянна и не зависит от истинности входящих в них простых высказываний, а определяется только их структурой, называются тождественными или тавтологиями. Различают тождественно-истинные и тождественно-ложные высказывания