Преподаватель Семенова Ольга Леонидовна

Математика

Группа ХКМ 1/1

11.11.2022

Лекция

Радианное измерение углов.

Поворот точки вокруг начала координат.

1.**Образовательная**: рассмотреть определение угла в 1 радиан; формировать навыки перевода измерения углов из радианной меры в градусную и обратно; рассмотреть поворота точки вокруг начала координат.

*2.***Воспитательная***:* воспитать логическое мышление, внимание.

*3.***Развивающая***:* развитие коммуникативных качеств, критического мышления, познавательной активности студентов.

Формируемые общие и профессиональные компетенции: Материал лекционного занятия на тему: «Радианное измерение углов. Поворот точки вокруг начала координат» формирует такие общие компетенции:

- ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.
- ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.
- ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.
- ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.
- ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.
- ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.
- ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.
- ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.
- ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

Интеграционные связи: тема взаимосвязана с предыдущими темами дисциплины «Математика».

Литература

1. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни / [Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева и др.]. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 2016. – 463 с.

Вопросы лекции:

1) Радианное измерение углов.
2) Поворот точки вокруг начала координат.

Рассмотрим окружность радиуса, равному 1 единичному отрезку, в прямоугольной системе координат xOy с центром в начале координат. Такую окружность называют *единичной* или *тригонометрической*. (рис.1)

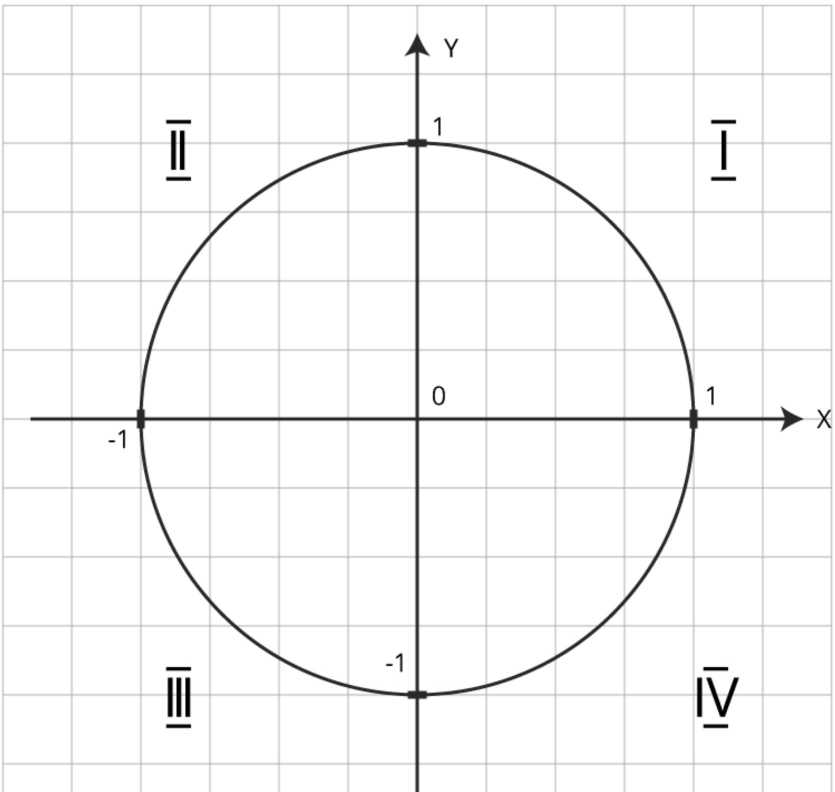


Рис. 1

Длина этой окружности $C = 2\pi R$. А учитывая, что R=1, $C = 2\pi$, осями координат она поделена на четыре дуги, которые находятся соответственно в I, II, III и IV координатных четвертях.

Вычислите длину каждой дуги.

Ответ. длина каждой дуги равна $\frac{1}{4}$ части окружности или $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

Длина полуокружности равна π. А так как образовался развернутый угол, то $\pi = 180^\circ$.

Рассмотрим дугу, равную по длине радиусу единичной окружности. Полученный центральный угол POM равен длине дуги MP=R.

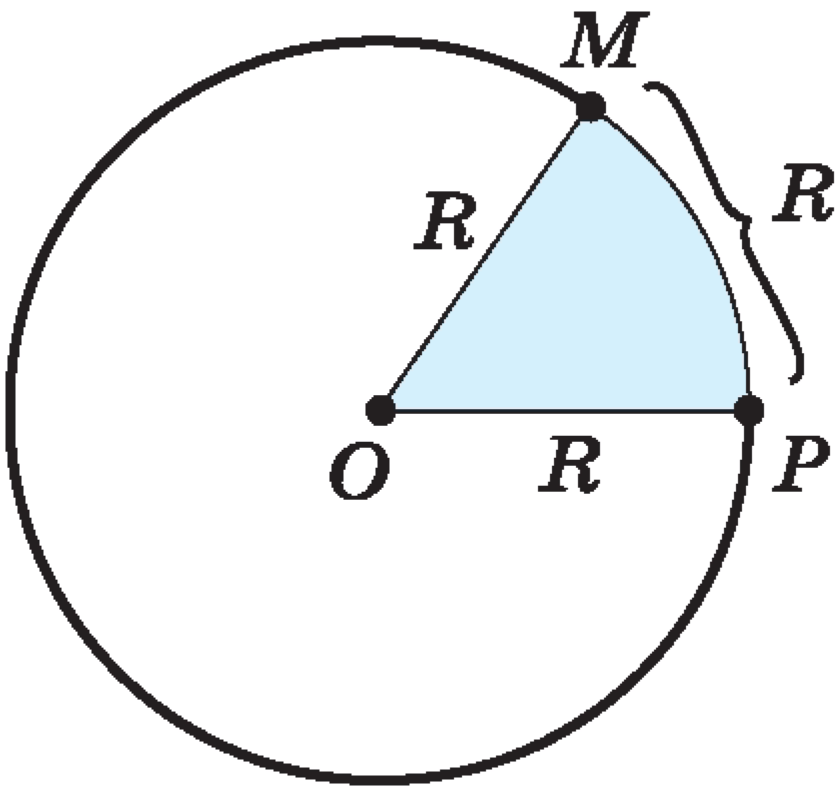


рис.3

Определение. Углом в 1 радиан называется центральный угол, опирающийся на дугу, равную по длине радиусу окружности.

Обозначается ***1рад.***

$$\mathbf{1}\text{рад} = \frac{180^\circ}{\pi};$$

подставим в эту формулу $\pi \approx 3{,}14$, получим: **1** рад $\approx$ **57,3**°;

Угол, равный α рад, вычисляется по формуле: α *рад=(180/π α)°* (1)

Длину дуги *l* окружности радиуса R (рис.4)

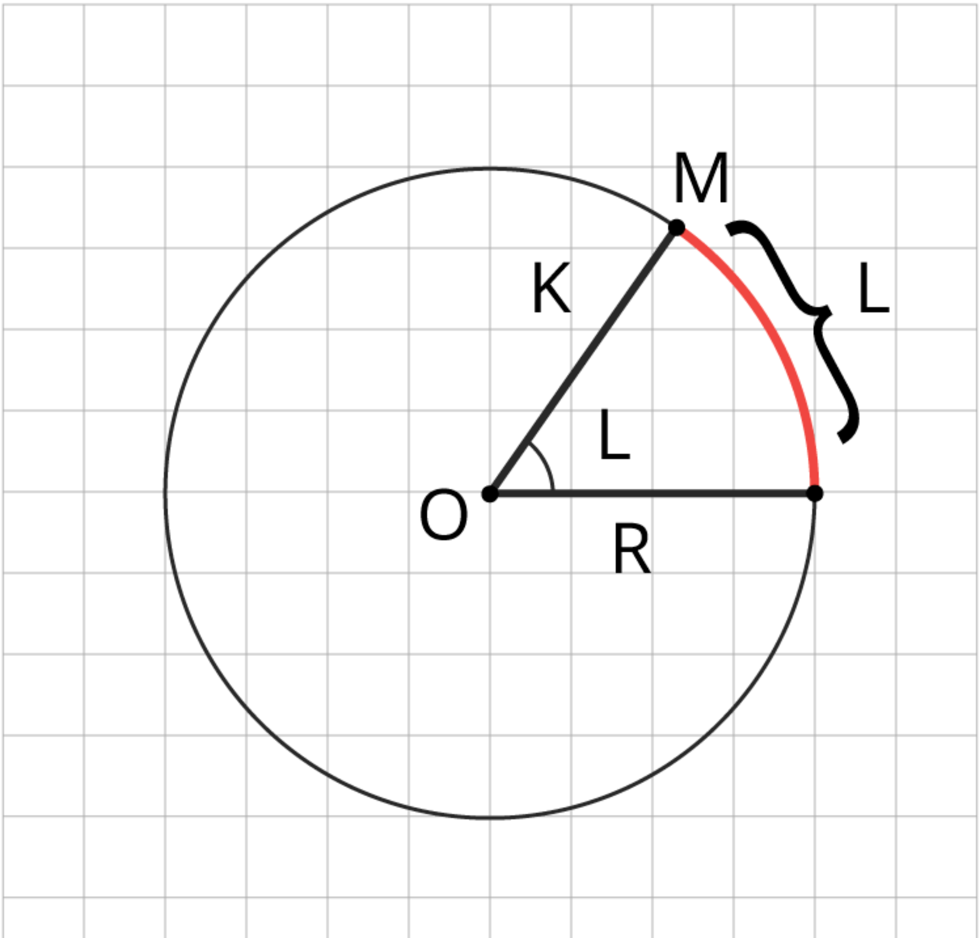


Рис. 4

можно вычислять по формуле $l = \alpha R$ (3)

А **площадь S кругового сектора** радиуса R и дугой α рад (рис.5)

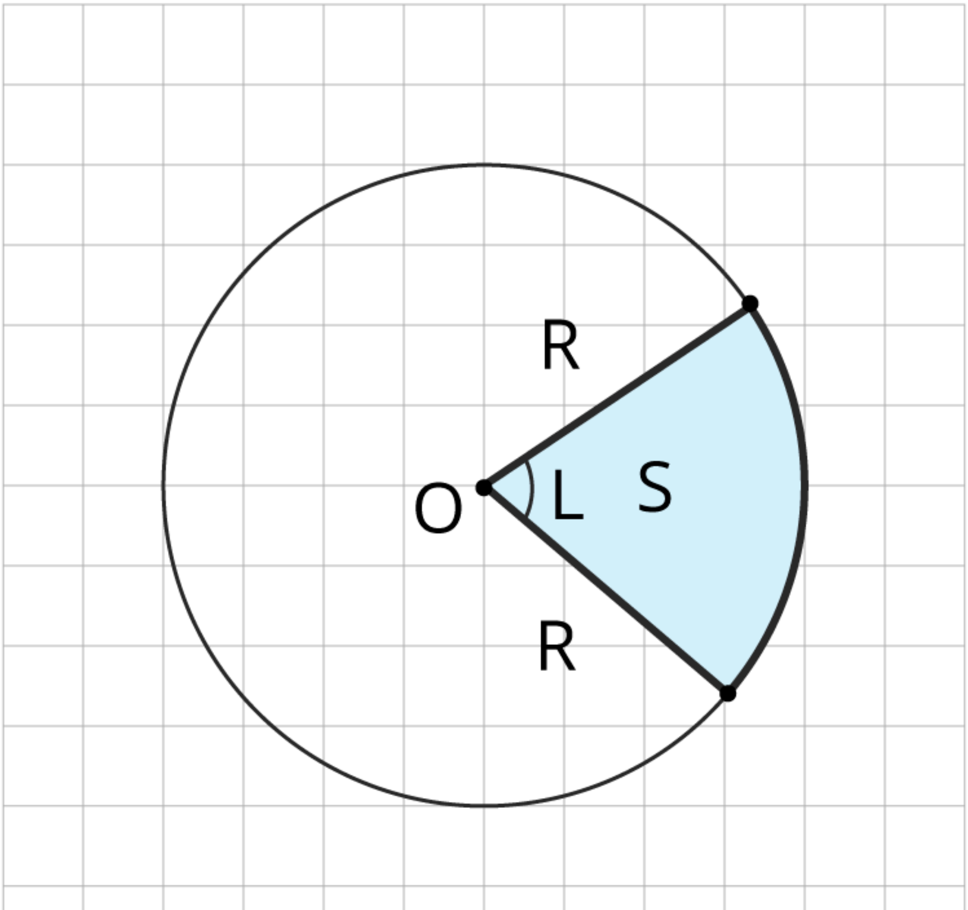


Рис. 5

находят по формуле: $S = \frac{R^2}{2}\alpha$, где $\alpha \in (0;\pi)$ (4)

Вернёмся к единичной окружности в координатной плоскости.

Каждая точка этой окружности будет иметь координаты x и y такие, что выполняются неравенства **-1≤ x ≤ 1; -1≤ y ≤ 1.**

Введём понятие поворота точки. (рис.2)

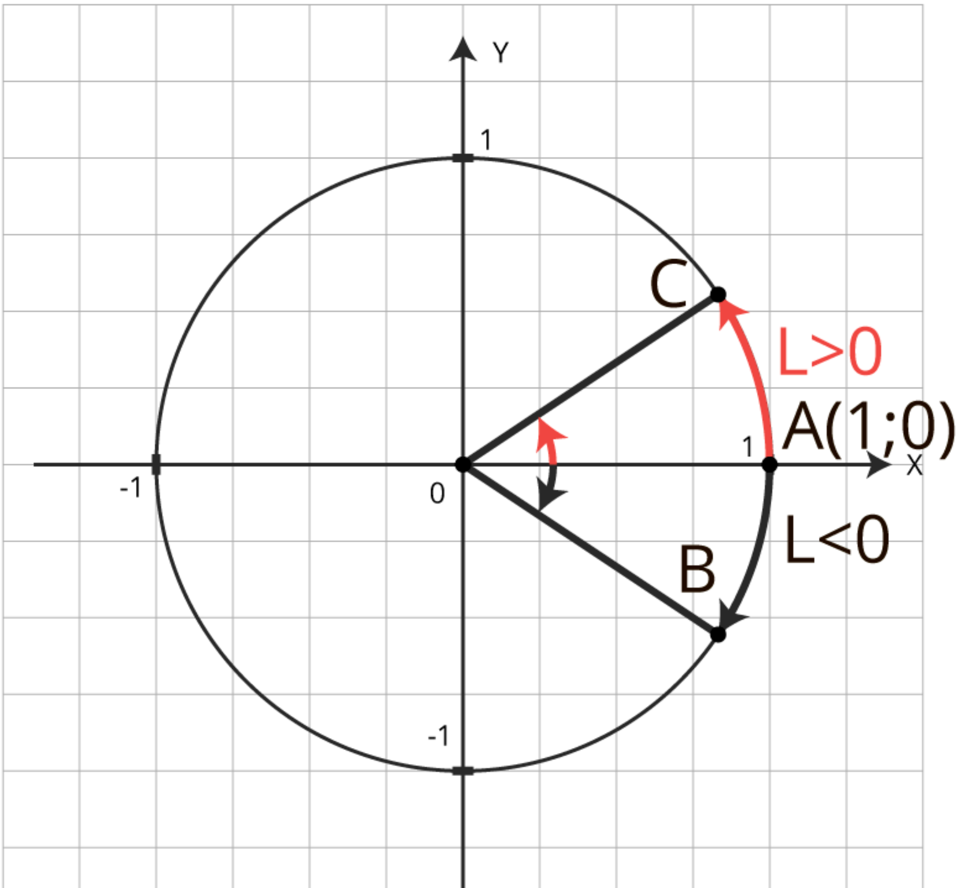


Рис. 2

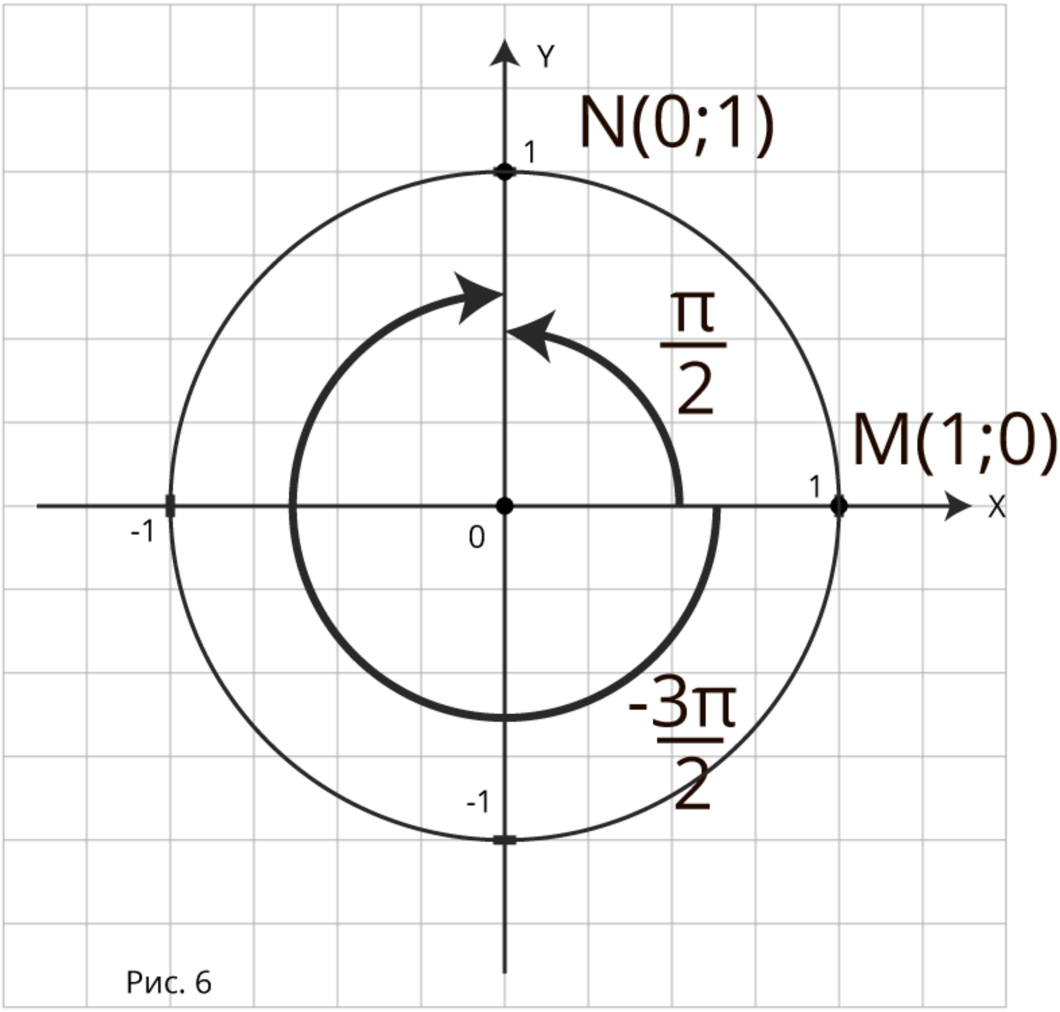
1. Пусть $\alpha > 0$. Тогда точка A(1;0) будет двигаться по единичной окружности против часовой стрелки. Она пройдёт путь α рад от точки A(1;0) до точки B. Говорят, точка B получена из точки A поворотом на угол α.
2. Пусть $\alpha < 0$. Тогда точка A(1;0) будет двигаться по единичной окружности по часовой стрелки . Она пройдёт путь α рад от точки A(1;0)до точки C. Говорят, точка C получена из точки A поворотом на угол - α.

При повороте на 0 рад точка остаётся на месте.

Давайте рассмотрим такой пример:

при повороте точки M(1;0) на угол $\frac{\pi}{2}$ получается точка N (0;1). В эту же точку можно попасть из точки M(1;0) при повороте на

угол $-\frac{3\pi}{2}$ (рис.6)



(рис.6)

Примеры и разбор решения заданий тренировочного модуля

Пример 1.

Найти градусную меру угла, равного $\frac{2\pi}{3}$ рад.

Решение: Используя формулу (1),

находим $\frac{2\pi}{3}$ рад $= (\frac{180}{\pi} \cdot \frac{2\pi}{3}) = 120$.

Так как $180 = \pi$, то $1 = \frac{\pi}{180}$ рад, тогда $\alpha° = \frac{\pi}{180°}\alpha$ рад **(2)**

Ответ: $120°$.

Пример 2. Найти радианную меру угла, равного 60°; 20°.

Решение:

Вычисляем по формуле (2): $60° = \frac{\pi}{180°} \cdot 60° = \frac{\pi}{3}$ рад

$20° = \frac{\pi}{180°} \cdot 20° = \frac{\pi}{9}$ рад

При обозначении мер угла, наименование «рад» опускают.

Ответ: $\frac{\pi}{3}$ рад, $\frac{\pi}{9}$ рад.

Пример 3. Найти длину дуги окружности радиуса 6 см, если её радианная мера $\frac{3\pi}{4}$.

Решение: Используя формулу (3),

получим: $l = \alpha R = 6\,\frac{3\pi}{4} = 4{,}5\pi$ (см)

Ответ: $4{,}5\pi$ (см).

Пример 4. Найти площадь сектора, если радиус окружности 10 м, а радианная мера центрального угла $\frac{9\pi}{10}$.

Решение:

По формуле (4) вычисляем $S = \frac{R^2}{2} \cdot \alpha = \frac{10^2}{2} \cdot \frac{9\pi}{10} = 45\,\pi$(м)

Ответ: 45 π м^2

Пример 5. Найти координаты точки M, полученной из точки N(1;0) поворотом на угол, равный $\frac{\pi}{4}$.

Решение: Абсцисса точки M равна отрезку OK, ордината отрезку OT=MK. Так как $\frac{\pi}{4} = 45°$, то

прямоугольный равнобедренный треугольник OMK имеет равные катеты и гипотенузу OM=R=1. По теореме Пифагора можно найти длины катетов. Они равны $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Учитывая, что точка М находится в I координатной четверти, её координаты положительны. $M(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2})$.

На окружности можно найти координаты любой точки.

Ответ: $M(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2})$.

Домашнее задание

Изучить материал, ответить на вопросы:

1) Что называют углом в 1 радиан?
2) Запишите формулу перевода меры угла из радианной в градусную.

Решить задания:

1) Найти градусную меру угла, равного π/4 рад.
2) Найти радианную меру угла, равного
   а) 45^0,
   б) 120^0.

Ответы присылать на электронную почту: teacher-m2022@yandex.ru