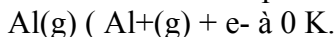


Partie I – Propriétés de l'atome

I.A – Les énergies d'ionisation

L'énergie d'ionisation

Il est associée à la perte d'un électron selon le processus :



$\Delta_r U^\circ = I_n N_A$ d'où (la valeur numérique de n n'est donnée qu'avec deux chiffres à la fin de l'énoncé) d'où les valeurs :

$\Delta_r U_1^\circ = 56 \text{ kJ.mol}^{-1}$; $\Delta_r U_2^\circ = 170 \text{ kJ.mol}^{-1}$; $\Delta_r U_3^\circ = 260 \text{ kJ.mol}^{-1}$; $\Delta_r U_4^\circ = 1100 \text{ kJ.mol}^{-1}$

Al^{3+} est le seul ion aluminium possible : il possède la structure électronique du néon. On peut aussi remarquer que I_1 , I_2 et I_3 ont des valeurs comparables, alors que I_4 est bien plus élevée

: la perte du quatrième électron est beaucoup plus coûteuse énergiquement.

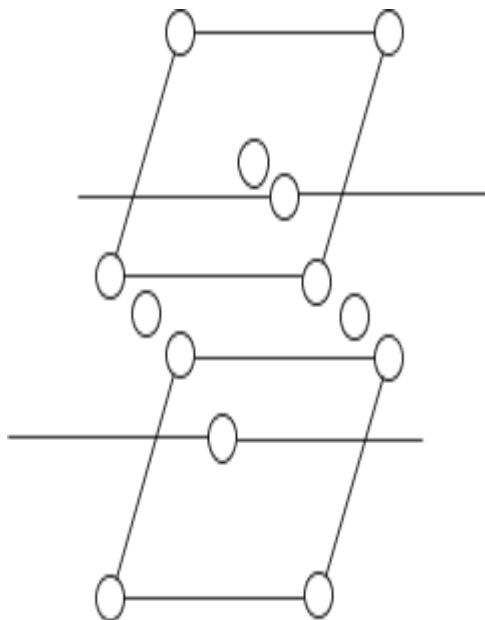
I.B – L'aluminium, atome central de quelques molécules

I.B.1) C'est une structure en AX_3E_0 , plane, ayant la forme d'un triangle équilatéral d'après la théorie VSEPR.

I.B.2) La lacune électronique de l'aluminium peut être comblée par un doublet d'un ion chlorure.

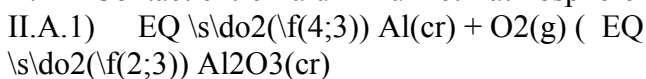
AlCl_4^- a une structure en AX_4E_0 ayant la forme d'un tétraèdre régulier (l'ion aluminium est au centre).

I.B.3) On peut proposer par exemple



Partie II – Réflexion de la lumière sur l'aluminium

II.A – Contact entre l'aluminium et l'atmosphère



$$\Delta_r G^\circ(T) = \Delta_r H^\circ - T \Delta_r S^\circ = \Delta_r H^\circ(\text{Al}_2\text{O}_3) - T \Delta_r S^\circ(\text{Al}_2\text{O}_3) - T \Delta_r S^\circ(\text{O}_2) - T \Delta_r S^\circ(\text{Al})$$

$$\Delta_r G^\circ(T) = -RT \ln K^\circ(T) = RT \ln \left(\frac{P_{\text{O}_2}}{P^\circ} \right) \quad \text{A } 298 \text{ K, } \Delta_r G^\circ(298 \text{ K}) = -105 \text{ kJ.mol}^{-1}, \quad P_{\text{O}_2} = \exp\left(-\frac{426}{T}\right) \text{ bar} = 10^{-185} \text{ bar}$$

Cette pression est

négligeable. II.A.2) $\frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} \gg 1$, l'aluminium est corrodé. En réalité, il est passivé.

II.B – Télescope

II.B.1) Dans un métal, les équations de Maxwell s'écrivent:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E} &= 0; \operatorname{div} \vec{B} = 0; \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \end{aligned}$$

Pour une onde sinusoïdale de pulsation ω écrite en notation complexe, $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - kx)}$, on peut donc écrire l'équation de Maxwell-Ampère sous la forme :

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \vec{E} \quad \text{avec} \quad \vec{j} = -\sigma \vec{E}$$

En posant $n^2 = 1 + \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega}$, les équations sont alors les mêmes que dans un diélectrique d'indice n .

II.B.2) Le rapport $\frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \frac{c}{\lambda}}$ est supérieur à 222 pour des longueurs d'ondes supérieures à 100 nm. On peut donc négliger le 1 devant lui dans l'expression de n^2 . Alors, on peut écrire $n = \sqrt{\frac{\sigma \lambda}{\epsilon_0 c}}$ avec $\frac{\sigma \lambda}{\epsilon_0 c} < 1$ ($\frac{\sigma \lambda}{\epsilon_0 c} = 0,067 \ll 1$).

II.B.3) Le milieu est absorbant.

II.B.4) Avec $n = \sqrt{1 - i \frac{\sigma \lambda}{\epsilon_0 c}}$, le vecteur d'onde est $k = \frac{2\pi}{\lambda} (1 - i \frac{\sigma \lambda}{\epsilon_0 c}) = k' - ik''$. La profondeur de pénétration de l'onde, $\delta = \frac{1}{k''}$, est de l'ordre $\sqrt{\lambda}$. Si l'épaisseur d'aluminium est supérieure à quelques δ , l'amplitude de l'onde devient négligeable, comme si l'aluminium occupait tout un demi-espace.

Numériquement, $\sqrt{\lambda}$ vaut quelques nm.

II.B.5) Le dioptre plan ($z = 0$) sépare deux milieux diélectriques d'indices respectifs n_1 et n_2 . Envisageons une onde incidente plane progressive monochromatique à polarisation rectiligne en incidence normale $\vec{E} = E_0 \exp(i\omega t - in_1 z/c)$.

Elle donne naissance au niveau du dioptre (plan $z = 0$) à :

- une onde réfléchie $E_0 \exp(i\omega t + in_1 z/c)$
- et une onde transmise $E_0 \exp(i\omega t - in_2 z/c)$

On définit les coefficients de réflexion et de transmission par $r = \frac{E_0}{E_0}$ et $t = \frac{E_0}{E_0}$.

Les champs magnétiques correspondants sont :

- pour l'onde incidente $n_1 E_0 \exp(i\omega t - in_1 z/c)$
- pour l'onde réfléchie $-n_1 E_0 \exp(i\omega t + in_1 z/c)$
- pour l'onde transmise $n_2 E_0 \exp(i\omega t - in_2 z/c)$

A la traversée de la surface, il y a conservation de la composante tangentielle de $\vec{E}$ et (il n'y a pas de courants surfaciques au niveau du dioptre séparant deux diélectriques) de $\vec{B}$. ceci fournit deux relations liant r et t : $1 + r = t$ et $n_1(1 - r) = n_2 t$. D'où l'on déduit :

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad \text{et} \quad t = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

dans le volume délimité par les deux palettes. Lors de la rotation, ce volume diminue, le gaz est comprimé, la pression augmente jusqu'à atteindre la valeur P_2 , pression d'éjection. A chaque demi-tour, on évacue un volume V_1 du gaz de l'enceinte à la pression P_1 .

III.B.3) b) Pour des pressions de l'ordre de 10^{-1} Pa, l'huile se vaporise et l'étanchéité n'est plus assurée.

$$\text{III.B.4) } \Delta Q_{\text{cédée}} = - \Delta Q = dU - \Delta W = - \int P dV + V dP; g - 1)$$

Pour une transformation polytropique, $PV^\gamma = \text{cste}$, donc $V dP = - \gamma P dV$, d'où

$$\Delta Q_{\text{cédée}} = - \int P dV (g - \gamma)$$

Pour une compression, $dV < 0$, et par conséquent, $\Delta Q_{\text{cédée}} > 0$ si $\gamma > g$.

III.B.5)

$$\Delta W_c = - P dV = - P_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^\gamma}$$

$$W_c = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left(\left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma - 1 \right) = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} - 1 \right)$$

$$= \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} - 1 \right)$$

III.B.6)

$$W_p = - P_1 V_1 + P_2 V_2 + W_c$$

$$\text{III.B.7) } \Delta Q_{\text{cédée}} = - \int P dV \quad \Delta Q_{\text{cédée}} = \int P dV$$

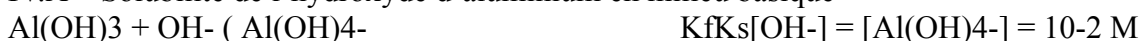
On retrouve $\Delta Q_{\text{cédée}} > 0$ si $\gamma > g$, et $\Delta Q_{\text{cédée}} = 0$ si $\gamma = g$, transformation adiabatique. III.B.8) Il y a deux cycles par tour de pompe. $P = \frac{P_1 + P_2}{2}$

La puissance consommée par la pompe est sûrement bien supérieure, elle est dissipée principalement en frottements et chaleur.

$$D = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} - 1 \right) N_A \frac{R}{M} \quad \text{avec } T \text{ la température du gaz, } T = 293 \text{ K.}$$

Partie IV – Comportement de l'aluminium en présence d'eau

IV.A – Solubilité de l'hydroxyde d'aluminium en milieu basique



Cette concentration est loin d'être négligeable, la plaque est décapée.

Pour réaliser une telle solution, avec $[\text{NH}_3] + [\text{NH}_4^+] = 1 \text{ M}$ et $\text{pH} = \text{pK}_a + \log \frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]}$, il faut choisir ici $[\text{NH}_3] = 0,833$, donc $v(\text{NH}_3) = 0,833/6 \text{ L} = 0,139 \text{ mL}$, et $[\text{NH}_4^+] = 0,167$, donc $m(\text{NH}_4\text{Cl}) = 0,167 \text{ M}(\text{NH}_4\text{Cl}) = 0,167 \text{ g}$.

IV.B – Composé chimique stable en présence d'eau

$$\Delta G^\circ = - \Delta_r G^\circ = - (\Delta_r G^\circ(\text{Al}_2\text{O}_3) + 3 \Delta_r G^\circ(\text{H}_2\text{O}) - 2 \Delta_r G^\circ(\text{Al(OH)}_3)) = 36,8 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

Toutes les phases sont pures et condensées, $Q = 1$, $A = A^\circ > 0$, l'hydroxyde d'aluminium est donc instable.

IV.C – Stockage d'énergie

$\text{Al} + \frac{3}{2} \text{H}_2\text{O} = \frac{1}{2} \text{Al}_2\text{O}_3 + \frac{3}{2} \text{H}_2$
 $Q = \Delta_r H^\circ$ avec $\Delta_r H^\circ = \frac{1}{2} \Delta_f H^\circ(\text{Al}_2\text{O}_3) - \frac{3}{2} \Delta_f H^\circ(\text{H}_2\text{O})$
 $= -409,3 \text{ kJ.mol}^{-1} |Q| = 15 \text{ MJC}$ est trois fois plus faible que pour les carburants commerciaux usuels.

Παρτιε ζ – Οπτιθυεε: χαραχτ[ριστιθυεσ δ'υν τ[λεσχοπε

V.A – Figure de diffraction à « l'infini » donnée par le miroir sous incidence normale
V.A.1)

V.A.2) EMBED Equation.3 Voir le cours pour la démonstration.

V.A.3) $1 < 1,22 < \sqrt{2}$

On remarque même que 1,22 est très proche de la moyenne arithmétique de 1 et $\sqrt{2}$.

V.B – Luminosité d'un télescope

V.B.1) a) ✓ f'

V.B.1) b) L'intensité est proportionnelle à la surface du miroir, c'est-à-dire à D^2 , et inversement proportionnelle à la surface de l'image, c'est-à-dire à f'^2 .
Par conséquent, $x = -2$ et $y = 0$.

V.B.2) L'intensité est proportionnelle à la surface du miroir, c'est-à-dire à D^2 , et inversement proportionnelle à la surface de l'image, c'est-à-dire à $f'^2 \propto 1/D^2$.
Par conséquent, $x' = -2$ et $y' = 2$.

V.B.3) D est 20 fois plus grand. D'après le résultat précédent, le télescope de 25 m de diamètre est donc 400 fois plus lumineux pour l'observation d'une étoile (non résolue) mais n'est pas plus lumineux pour l'observation d'une planète.

V.C – Pouvoir de résolution

V.C.1) D'après le critère de Rayleigh, il faut $\theta > \theta_{\min} = \frac{1,22\lambda}{D}$

V.C.2) Les longueurs d'ondes sont identiques. Les intensités sont comparables, l'ordre de grandeur de $\theta_{\min}$ est convenable dans ce cas.
On veut donc $D > \frac{1,22\lambda}{\theta}$.
Pour une longueur d'onde de 600 nm, $D_{\min} = 7 \text{ mm}$.
Pour la raie à 21 cm de l'oxygène, $D_{\min} = 2640 \text{ m}$.

V.D – Phénomènes limitant le pouvoir de résolution

V.D.1) L'atmosphère perturbe les rayons.

V.D.2) L'optique adaptative ; l'utilisation d'un télescope spatial.

V.D.3) Les grands télescopes sont plus lumineux et permettent d'observer des étoiles de plus faible magnitude.

V.E – Forme du miroir

V.E.1) Rayons paraxiaux (peu inclinés et peu éloignés de l'axe optique).

Tous les rayons parallèles à l'axe optique convergent au foyer F situé au milieu de [OS].

V.E.2) Parce que le stigmatisme est absolu pour le couple : objet à l'infini sur l'axe (F.

V.F – Aberration due au caractère sphérique du miroir

V.F.1)

On a $h = FP \tan(2\alpha)$. Dans le triangle OPA, $OP \sin(\alpha) = OA \sin(p - 2\alpha)$. De plus, $FP = OP - R \cos(2\alpha)$.

$h = R \sin(\alpha) \sin(2\alpha) - (R \cos(2\alpha) - R) \tan(2\alpha)$ d'où $h = R (\sin(3\alpha) - \cos(2\alpha) \tan(2\alpha)) = F(\alpha)$

V.F.2) Il faut que $h(D/2) < h(1,22 \lambda; D)$ et $F(\alpha_m) < h(1,22 \lambda; 2D)$

V.F.3) Pour ce télescope, $h_{\max} = 2F(\alpha_m)$ avec $\sin(\alpha_m) = D/2R$

Numériquement, $\sin(\alpha_m) = D/2R$, $F(\alpha_m) = 4,58 \cdot 10^{-6}$, et donc

$h_{\max} = 11 \lambda$

$h(1,22 \lambda; D) = 8 \lambda$

Les ordres de grandeurs sont identiques, le télescope a été bien dimensionné, aucun des deux défauts n'est prépondérant devant l'autre.

V.F.4) Pour $D/R \ll 1$, $F(D/2) \approx D^3/128R^3$. De plus, $\alpha_m \approx D/2R$ et $F(\alpha_m) \approx D^3/16R^3$

Alors, $F(D/2) \approx D^3/128R^3$ et $F(\alpha_m) \approx D^3/16R^3$ $F(\alpha_m) < h(1,22 \lambda; 2D) = h(1,22 \lambda; 16)$

Numériquement, $F(D/2) < 41 \text{ nm}$, ce qui est tout petit. Il faut comparer ceci à la valeur maximale de λ , 57 nm.

Partie VI – Mécanique : observation d'une étoile double

VI.A – On repère par rapport à des étoiles suffisamment éloignées pour être considérées comme fixes.

VI.B – Le système des deux étoiles est isolé.

VI.C.1) Les planètes décrivent des ellipses dont l'un des foyers est le soleil ;
 Les trajectoires sont décrites selon la loi des aires (en des temps égaux, le rayon vecteur balaie des aires égales) ;
 Le rapport du carré de la période au cube du demi grand-axe est indépendant de la planète.

VI.C.2) Voir cours.

VI.C.3) $\frac{GMm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$ avec $T = \frac{2\pi r}{v}$, on obtient $\frac{GM}{r^3} = \frac{4\pi^2}{T^2}$

VI.D – Le rapport des masses est inverse de celui des distances au barycentre. D'après la figure, $\frac{m_2}{m_1} = \frac{r_1}{r_2}$.
 Toujours d'après la figure, $T = 50 \text{ ans}$.

VI.E – Méthode des parallaxes.

VI.F – Non, la figure n'est qu'une projection des trajectoires.

VI.G – La masse m_1 , soumise à la force $\frac{Gm_1m_2}{(a_1 + a_2)^2}$ est en mouvement circulaire uniforme (rayon a_1), d'où $m_1 a_1 \frac{v_1^2}{a_1} = \frac{Gm_1m_2}{(a_1 + a_2)^2}$, et par conséquent, $m_2 = a_1 \frac{v_1^2}{G(a_1 + a_2)^2}$.
 De même, $m_1 = a_2 \frac{v_2^2}{G(a_1 + a_2)^2}$.

VI.H.1) Par effet Doppler

VI.H.2) Il suffit de remplacer a par $\frac{vT}{2\pi}$ dans les formules précédentes : par exemple, $m_1 = \frac{v_2^2}{G(a_1 + a_2)^2} \frac{v_1^2}{v_2^2}$

VI.H.3) $m_1 = 7,0.10^{30} \text{ kg}$; $m_2 = 4,2.10^{30} \text{ kg}$.
 Comme les masses sont du même ordre de grandeur, on peut supposer que les deux étoiles sont de même nature que le soleil.