一、矩陣的運算

1.同階才可相加減➪對應元相加減

2.矩陣的係數積➪每一個元都要乘以k倍

3.矩陣的乘法

(1)何時可乘➪前行等於後列

(2)如何乘➪列行內積

(3)性質➪結合律(順序不變)、分配律、不滿足交換律、消去律與二項式定理

(4)AB=BA何時會成立➪1.必須為同階方陣

2.其一為單位矩陣I_n或0矩陣

3.兩者互為乘法反矩陣

(5)何時滿足消去律?

當C存在C^{-1}時，即detC≠0

則AC=BC➪A=B成立

推廣:若AC=BC，且A≠B，消去律不成立➪detC=0

若A≠B，則AC≠BC➪錯

(6)AB=0，則A、B可能皆不為0矩陣;當矩陣A、B都不是0矩陣時，乘機AB可能是0矩陣

推廣:若AB=0，則det(A)、det(B)至少一者為0

若AB=0且det(A)≠0，則B=0

(7)A^2=I，不代表A=I或-I

4.乘法單位元素I_n➪為一個主對角線都是1，其他元都是0的n階方陣

5.如何求乘法反方陣

(1)定義

已知:A為一n階方陣，且det(A)≠0

若:存在另一n階方陣B，滿足AB=I_n

則:稱B為A之乘法反方陣

記為A^{-1}=B

其中:1.不是每個方陣都有乘法反方陣

2.若方陣有乘法反方陣，則其乘法反方陣只有一個

3.當A、B都是n階方陣，若AB=I_n，則BA=I_n

即:若B為A的乘法反方陣，則A亦為B的乘法反方陣

(2)何時存在乘法反方陣➪1.方陣

2.detA≠0

(3)二階方陣的乘法反方陣➪det分之主換次變

(4)性質

設A為n階方陣，B為n階方陣，且det(A)≠0，det(B)≠0，則:

1.AA^{-1}=A^{-1}A=I_n

2.$(A^{-1})^{-1}$=A

3.$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

4.det(AB)=det(A).det(B)

5.det(A^{-1})=$\frac{1}{det(A)}$

6.若AB=I, 則$A^{n}B^{n}$=$B^{n}A^{n}$=I

注意:當A、B為認二個n階方陣, $A^{n}B^{n}\neq(AB)^{n}$

7.若AB=I, 則$(A+B)^{n}$=$\sum_{k=0}^{n} C_{k}^{n}A^{n-k}B^{k}$ → (二項式定理)

二、轉移矩陣的特性

1.各元的值介於0~1

2.每一行中各元的和都等於1

3.若A、B是轉移矩陣, 則:

(1)AB、A^{2}、...也是轉移矩陣

(2)$\frac{1}{2}$(A+B)、$\frac{1}{2}$($A^{2}+B^{2}$)、...也是轉移矩陣

但A+B一定不是轉移矩陣

4.如果一轉移矩陣A可達到穩定狀態, 則滿足AX=X的n×1矩陣X