13 група

Урок №32

Тема уроку: Розв'язування більш складних тригонометричних рівнянь
https://subject.com.ua/lesson/mathematics/10klas_2/34.html-конспект уроку

Відео https://www.youtube.com/watch?v=lWnIYxhaVxU- Більш складні тригонометричні рівняння Пояснення

Урок №33

Тема уроку: РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ
https://subject.com.ua/lesson/mathematics/10klas_2/35.html-конспект уроку

Відео https://www.youtube.com/watch?v=N9F1LGxZ8Gs- 20 Більш складні тригонометричні рівняння Практика

Урок №34

Тема уроку:Узагальнення знань.Підготовка до ЗНО

https://www.youtube.com/watch?v=X151FCSW-fg- Підготовка до ЗНО. Розв'язання прикладів

Урок №35

Тема уроку: КОНТРОЛЬНА РОБОТА
https://subject.com.ua/lesson/mathematics/10klas_2/36.html

Урок№64

Тема уроку: Вимірювання відстаней у просторі:від прямої до площини, між площинами
Мета: сформувати поняття відстані від прямої до паралельної їй площини, між паралельними площинами.Розвивати графічні здібності, логічне мислення, математичну мову, уяву. Виховувати любов до математики.

Тип уроку: засвоєння нових знань і вмінь.
Обладнання та наочність: таблиця.

ХІД УРОКУ

I. Організаційний етап.
II. Перевірка домашнього завдання.

2. Виконання тестових завдань із подальшою самоперевіркою і самооцінюванням

Варіант 1

1) Із точки А до площини а проведено похилу АВ. Знайдіть довжину проекції цієї похилої на площину а, якщо АВ = 26 см, а відстань від точки А до площини а дорівнює 10

см.

А. 26 см. Б. 16 см. В. 24 см. Г. √776 см.

2) Через точку О перетину діагоналей квадрата проведено перпендикуляр КО до площини квадрата. Знайдіть відстань від точки К до сторін квадрата, якщо сторона квадрата дорівнює 10 см, а відстань від точки К до площини квадрата дорівнює 5√2 см.

А. 10 см. Б. 5√3 см. В. 100 см. Г. 50 см.

Варіант 2

1) Із точки М до площини α проведено похилу MN. Знайдіть довжину похилої, якщо довжина її проекції на площину α дорівнює 8 см, а точка М віддалена від площини α на 6 см.

А. 10 см. Б. 6 см. В. 100 см. Г. 50 см.

2) Через точку О перетину діагоналей квадрата проведено перпендикуляр КО до площини квадрата. Знайдіть сторону квадрата, якщо відстань від точки К до площини квадрата дорівнює 12 см, а до сторін квадрата — 20 см.

А. 16 см. Б. 20 см. В. 32 см. Г. 18 см.

Відповіді

Варіант 1. 1) В. 2) Б.

Варіант 2. 1) А. 2) В.

III. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ

Фронтальне опитування

1. Сформулюйте означення паралельних прямих у просторі. Наведіть приклади паралельних прямих у навколишньому середовищі.

2. Бічні сторони рівнобічної трапеції дорівнюють 5 см, основи — 3 см і 9 см. Знайдіть відстань між основами цієї трапеції.

3. Сформулюйте означення мимобіжних прямих. Наведіть приклади мимобіжних прямих у навколишньому середовищі.

4. Сформулюйте означення і наведіть приклади в навколишньому середовищі:

а) паралельних прямої і площини; б) паралельних площин.

IV. ВИВЧЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ

План вивчення теми

1. Відстань від прямої до паралельної площини.

2. Відстань між площинами.

3. Відстань між паралельними прямими.

4. Відстань між мимобіжними прямими.

5. Приклади знаходження зазначених відстаней:

V. ЗАСВОЄННЯ НОВИХ ЗНАНЬ І СПОСОБІВ ДІЙ

Робота з підручником Г.П.Бевз,В.Г.Бевз Математика.Алгебра і початки аналізу та геометрія.Рівень стандарту.10клас.стор.234-240

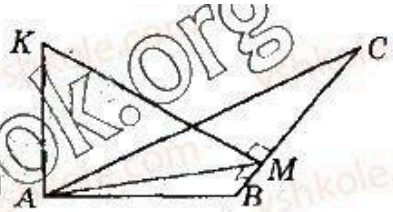
VI. ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАНЬ І ВМІНЬ

1. Робота з підручником

Розв'язування задач

1148. *Дано:* $AK \perp (ABC)$; $\triangle AC$; $AB = 13$ см; $BC = 14$ см; $AC = 15$ см; $AK = 16$ см; $KM \perp BC$.

Знайти: KM.



Розв'язання. Знайдемо $S_{\triangle ABC}$ за формулою Герона.

Півпериметр $p = \dfrac{13+14+15}{2} = 21$ (см).

$S_{\triangle ABC} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = \sqrt{21\cdot 8\cdot 7\cdot 6} = \sqrt{7^2\cdot 3^2\cdot 4^2} = 7\cdot 3\cdot 4 = 84$ (см^2).

$S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{2} BC \cdot AM$.

Знайдемо висоту $\triangle ABC$, проведену до сторони BC:

$AM = \dfrac{2S_{\triangle ABC}}{BC} = \dfrac{2\cdot 84}{14} = 12$ (см).

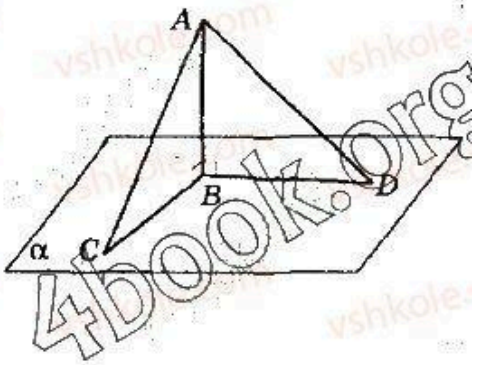
З $\triangle AKM$ ($\angle A = 90°$) за теоремою Піфагора $KM^2 = AM^2 + AK^2$;

$KM = \sqrt{AM^2 + AK^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20$ (см).

Відповідь: 20 см.

4book.org

1155. *Дано:* AC і AD — похилі; $AB \perp \alpha$; т. $C \in \alpha$; т. $D \in \alpha$; $AC = 17$ м; $AD = 10$ м; $CB - BD = 9$ м.
Знайти: AB.



Розв'язання. Нехай довжина CB дорівнює x м, тоді довжина BD дорівнює $(x - 9)$ м.
З $\triangle ABC$ за теоремою Піфагора: $AC^2 = AB^2 + BC^2$;
$AB^2 = AC^2 - BC^2$ (1).
З $\triangle ABD$ за теоремою Піфагора:
$AD^2 = BD^2 + AB^2$; $AB^2 = AD^2 - BD^2$ (2).
(1) = (2). Звідси маємо: $AC^2 - BC^2 = AD^2 - BD^2$.
Складаємо та розв'язуємо рівняння:
$17^2 - x^2 = 10^2 - (x - 9)^2$; $289 - x^2 = 100 - x^2 + 18x - 81$; $18x = 289 - 100 + 81$;
$18x = 270$; $x = 15$, $CB = 15$ см. Тоді $BD = 15 - 9 = 6$ (см).
Повернемося до рівності (1).
$AB^2 = AC^2 - BC^2$;

$$AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{17^2 - 15^2} = \sqrt{(17-15)(17+15)} = \sqrt{2 \cdot 32} = \sqrt{64} = 8 \text{ (см)}.$$

Відповідь: 8 см.

VII. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ, РЕФЛЕКСІЯ

VIII. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

1. Завдання за підручником: _ст234-240 №№1150,1157

2. Додаткове завдання. Доведіть, що відстань між мимобіжними прямими дорівнює

відстані між паралельними площинами, що містять ці прямі.

Урок № 65

Тема уроку: Розв’язування задач

Мета уроку: узагальнити знання учнів із теми «Відстані в просторі»; удосконалити вміння розв'язувати задачі з цієї теми; прагнути до вдосконалення результатів своєї діяльності;

Тип уроку: узагальнення і вдосконалення знань.

Обладнання та наочність:

Хід уроку

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП
II. ПЕРЕВІРКА ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ
1. Перевірка завдання, заданого за підручником
III. УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ЗНАНЬ

Фронтальне опитування

1. Яке слово є ключовим у всіх означеннях відстаней у просторі?

2. Сформулюйте означення відстані:

1) від точки до прямої; 2) від точки до площини; 3) від прямої до паралельної площини; 4) між паралельними площинами; 5) між паралельними прямими; 6) між мимобіжними прямими.

3. Проілюструйте кожне з означень на відповідних моделях або предметах навколишнього середовища.

IV. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

1. Робота з підручником

1159. *Дано:* $ABCD$ — квадрат; $AA_1 \perp \alpha$; $BB_1 \perp \alpha$; $CC_1 \perp \alpha$; $DD_1 \perp \alpha$; $AC \cap BD = O$; $OO_1 \perp \alpha$; $AA_1 = 13$ м, $BB_1 = 14$ м, $CC_1 = 17$ м.

Знайти: DD_1 і OO_1.

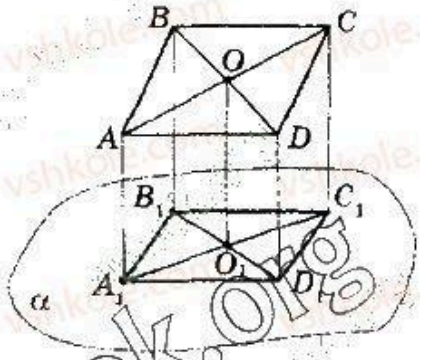
Розв'язання. $AO = OC$ і $BO = OD$ за властивістю діагоналей паралелограма. Тоді $A_1O_1 = O_1C$ за теоремою Фалеса ($AA_1 \parallel OO_1 \parallel CC_1$) і $B_1O = O_1D_1$ ($BB_1 \parallel OO_1 \parallel CC_1$). Отже, OO_1 — середня лінія трапецій A_1ACC_1 і B_1BDD_1. За властивістю середньої лінії трапеції A_1ACC_1

$$OO_1 = \frac{AA_1 + CC_1}{2} = \frac{13 + 17}{2} = 15 \text{ (см)}.$$

За властивістю середньої лінії трапеції B_1BDD_1 $OO_1 = \frac{BB_1 + DD_1}{2}$,

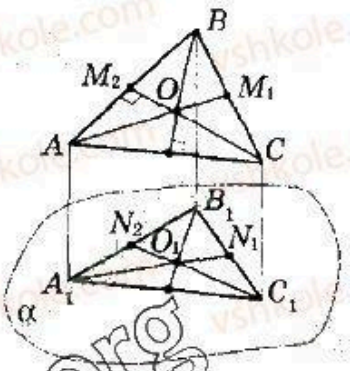
тоді $DD_1 = 2OO_1 - BB_1 = 2 \cdot 15 - 14 = 30 - 14 = 16$ (м).

Відповідь: 15 м і 16 м.



4book.org

1162. *Дано:* $\triangle ABC$; $AA_1 \perp \alpha$; $BB_1 \perp \alpha$; $CC_1 \perp \alpha$; $OO_1 \perp \alpha$; $AA_1 = 40$ см; $BB_1 = 24$ см; $OO_1 = 38$ см.
AM_1, CM_2 — медіани $\triangle ABC$; $AM_1 \cup CM_2 = O$.
Знайти: CC_1.



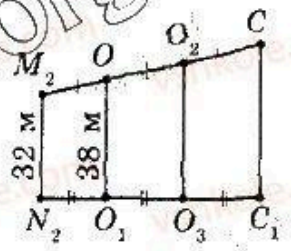
Розв'язання. M_2N_2 — середня лінія трапеції A_1ABB_1.

$$M_2N_2 = \frac{AA_1 + BB_1}{2} = \frac{40 + 24}{2} = \frac{64}{2} = 32 \text{ (см)}.$$

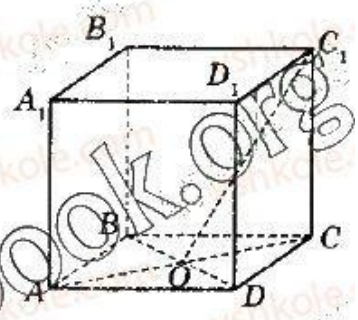
Проведемо $O_2O_3 \parallel OO_1$ так, щоб $M_2O = OO_2 = O_2C$.
Розглянемо трапецію $N_2M_2CC_1$: OO_1 — середня лінія трапеції $N_2M_2O_2O_3$. $OO_1 = \frac{N_2M_2 + O_2O_3}{2}$,
тобто $O_2O_3 = 2OO_1 - N_2M_2 = 2 \cdot 38 - 32 = 44$ (м).
O_2O_3 — середня лінія трапеції O_1OCC_1.

$$O_2O_3 = \frac{OO_1 + CC_1}{2};$$

$CC_1 = 2O_2O_3 - OO_1 = 2 \cdot 44 - 38 = 88 - 38 = 50$ (м).
Відповідь: 50 м.



1170. *Дано:* $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — куб; $AB = a$.
Знайти: відстань між BD і CC_1.
Розв'язання. Відстанню між мимобіжними прямими BD і CC_1 є довжина спільного перпендикуляра CO (т. O — точка перетину діагоналей). Дійсно, $CO \perp BD$ за властивістю діагоналей квадрата; $CC_1 \perp (ABC)$, а значить, $CC_1 \perp AC$, оскільки $AC \subset (ABC)$.



$$OC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot AB\sqrt{2} = \frac{1}{2}a\sqrt{2}.$$ *Відповідь:* $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

V. ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАНЬ І ВМІНЬ

. *Самостійна робота*

Варіант 1

1) Пряма CD перпендикулярна до площини гострокутного трикутника ABC, CK — його висота.

а) Доведіть, що прямі DK і AB взаємно перпендикулярні.

б) Знайдіть відстань від точки A до площини DKC, якщо відстань від точки D до прямої AB дорівнює 1 см, ∠DAK = 45°.

2) Площини α і β перпендикулярні. Рівносторонній трикутник ABC лежить у площині α так, що сторона AB належить прямій перетину площин. Пряма b, паралельна прямій перетину площин, лежить у площині β і віддалена від неї на 4 см. Обчисліть відстань від точки C до прямої b, якщо AB = 2√3 см.

Варіант 2

1) Діагоналі чотирикутника ABCD перетинаються в точці O. Із точки O проведено перпендикуляр OM до прямої AB і перпендикуляр OK до площини чотирикутника.

а) Доведіть, що кут між прямими MK і AB прямий.

б) Знайдіть відстань від точки B до площини OKM, якщо відстань від точки K до прямої AB дорівнює $\sqrt{3}$ см, $\angle MKB = 30°$.

2) Площини α і β перпендикулярні. Рівнобедрений трикутник ABC лежить у площині α так, що його основа AB належить прямій перетину площин. Пряма b, паралельна прямій перетину площин, лежить у площині β і віддалена від неї на 5 см. Обчисліть відстань від точки C до прямої b, якщо AB = 32 см, AC = 20 см.

Відповіді

Варіант 1. 1) б) 1 см. 2) 5 см.

Варіант 2. 1) б) 1 см. 2) 13 см.

VI. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ, РЕФЛЕКСІЯ

VII. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

1. Завдання за підручником: ст..234-240,№№1160,1163

2. Додаткове завдання. Точка M віддалена від кожної з вершин прямокутника на відстань a, а від його площини — на відстань b. Знайдіть площу прямокутника, якщо відношення його сторін дорівнює двом.

Відповідь. $1{,}6(a^2 - b^2)$.

Урок №66

Тема уроку: Вимірювання кутів у просторі

Мета уроку: узагальнити поняття кута між прямими в просторі, що перетинаються, кута між площинами; сформувати поняття кута між прямою і площиною, між мимобіжними прямими; сформувати вміння розв'язувати задачі, що передбачають використання цих понять;

Тип уроку: комбінований.

Хід уроку

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП

II. ПЕРЕВІРКА ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ

1. Перевірка завдання, заданого за підручником

2. Розв'язування задач

№ 1. Через вершину квадрата ABCD проведено пряму AM, перпендикулярну до його площини. Обчисліть відстань між прямими AM і BD, якщо сторона квадрата дорівнює 12 см.

№ 2. Через вершину B тупого кута ромба ABCD проведено пряму BM, перпендикулярну до його площини. Обчисліть відстань між прямими BM і AD, якщо гострий кут ромба дорівнює 45°, а його сторона — 10 см.

№ 3. Через точку O — середину гіпотенузи AB прямокутного трикутника ABC

проведено пряму OM, перпендикулярну до його площини. Обчисліть відстань між прямими OM і AC, якщо AB = 24 см, AC = 18 см.

№ 4. Через точку O перетину діагоналей прямокутника ABCD проведено пряму OM, перпендикулярну до його площини. Обчисліть відстань між прямими OM і AB, якщо BD = 13 см, AB = 5 см.

III. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ

Виконання усних вправ

1. ABCD — квадрат, DM — перпендикуляр, проведений до площини квадрата. Назвіть проекції прямих MC, MB, MA на площину квадрата.

2. Точка D не лежить у площині трикутника ABC і рівновіддалена від усіх його вершин. Точка O — центр кола, описаного навколо трикутника ABC. Назвіть проекції прямих DA, DB і DC на площину трикутника.

IV. УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА ЗАСВОЄННЯ НОВИХ ЗНАНЬ

План вивчення теми

1. Кут між двома прямими простору, що перетинаються.
2. Кут між паралельними прямими.
3. Кут між мимобіжними прямими.
4. Кут між прямою і площиною.
5. Кут між площинами.
6. Ілюстрації та приклади знаходження кутів у просторі на відповідних моделях і предметах навколишнього середовища:

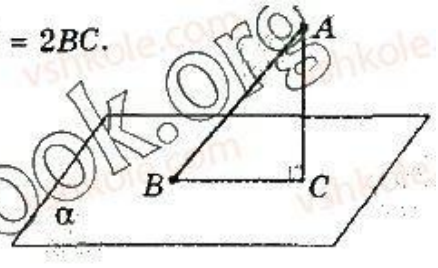
V. ЗАСВОЄННЯ НОВИХ ЗНАНЬ І СПОСОБІВ ДІЙ

Робота з підручником Г.П.Бевз,В.Г.Бевз Математика.Алгебра і початки аналізу та геометрія.Рівень стандарту.10клас.стор.241-244

VI. ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАНЬ І ВМІНЬ

1. Робота з підручником

1191. *Дано:* т. $A \notin \alpha$; $AB \perp \alpha$; т. $B \in \alpha$; т. $C \in \alpha$; $AB = 2BC$.
Знайти: $\angle ABC$.
Розв'язання. $\triangle ABC$ — прямокутний ($\angle C = 90°$).
За властивістю катета навпроти кута 30°
$AB = 2BC$. Отже, $\angle BAC = 30°$, тоді $\angle ABC = 60°$
Відповідь: 60°.



2. Робота в групах

Оберіть, хто з членів групи координуватиме роботу і відповідатиме за її кінцевий результат. Складіть план роботи. Розподіліть, хто який пункт плану виконуватиме. Розв'яжіть задачі. Обговоріть здобуті розв'язання. Здайте роботи вчителеві на перевірку.

Задача 1

Пряма MA перпендикулярна до сторін AB і AC трикутника ABC. Знайдіть кут між прямими MA і BC.

Задача 2

Точка M віддалена від площини квадрата ABCD на 4 см, а від усіх його сторін на $2\sqrt{6}$ см. Знайдіть кут між прямою AM і площиною квадрата.

Задача 3

Точка P віддалена від усіх сторін правильного трикутника ABC на $2\sqrt{3}$ см. Знайдіть кут між площинами ABC і BCP, якщо сторона трикутника дорівнює 6 см.

VII. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ, РЕФЛЕКСІЯ

VIII. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

1. Завдання за підручником: ст..243-245,№№1192,1194

2. Додаткове завдання. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямокутний паралелепіпед, у якому AB = 6 см, AD = 8 см, AA_1 = 3 см, точка M — середина ребра AD. Знайдіть косинус кута між прямими MD_1 і A_1C_1.
Відповідь. 16/25.

Урок 67

Тема уроку: Розв’язування задач.

Мета уроку: удосконалити вміння розв'язувати задачі на застосування поняття кутів у просторі; аналізувати, контролювати, коригувати та оцінювати результати своєї навчальної діяльності;

Тип уроку: удосконалення знань і вмінь.

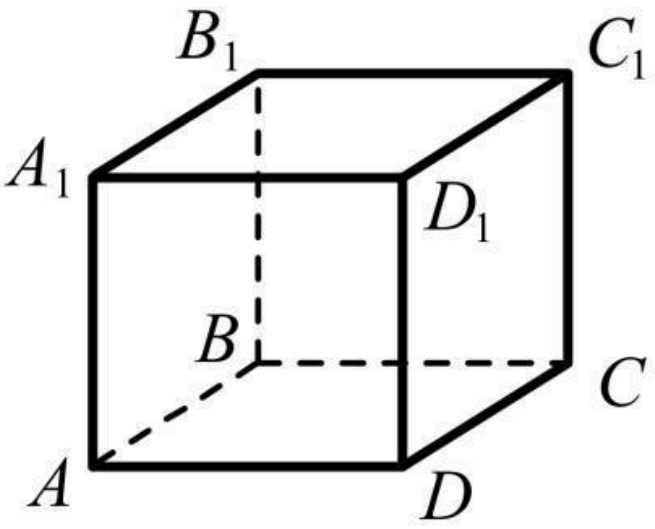
Хід уроку

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП

II. ПЕРЕВІРКА ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ

1. Перевірка завдання, заданого за підручником 2. Математичний диктант із подальшою самоперевіркою і самооцінюванням

На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$.



Скориставшись рисунком, назвіть:

1) кут між прямою D_1B і площиною ABC;

2) кут між прямою D_1C і площиною ADD_1;

3) кут між прямими D_1B і AD;

4) кут між прямими D_1C і AB;

5) кут між площинами A_1BC і ABC;

6) кут між площинами ADD_1 і DCC_1.

Відповіді

1) $\angle D_1BD$; 2) $\angle DD_1C$; 3) $\angle A_1D_1B$; 4) $\angle D_1CD$; 5) $\angle A_1BA$ або $\angle D_1CD$; 6) $\angle ADC$ або $\angle A_1D_1C_1$.

III. УДОСКОНАЛЕННЯ ЗНАНЬ І ВМІНЬ. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

1) Із поданої точки до поданої площини проведені дві рівні похилі. Кут між похилими дорівнює 60°, а кут між їх проекціями прямий. Доведіть, що кожна з цих похилих утворює з площиною кут 45°.

2) Катети прямокутного трикутника ABC мають довжину 60 см і 80 см. Із вершини C прямого кута до площини трикутника проведено перпендикуляр CD завдовжки 36 см. Знайдіть тангенс кута між відрізком DF і площиною трикутника, де DF — перпендикуляр, проведений із точки D до прямої AB.

3) Із центра O правильного трикутника ABC до його площини проведено перпендикуляр MO завдовжки 9 см. Перпендикуляр, проведений із точки M до прямої AB, утворює з площиною ABC кут 30°. Знайдіть периметр трикутника ABC.

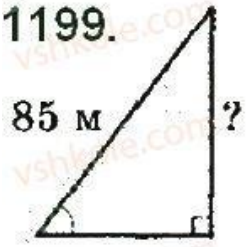
4) Сторона AB рівностороннього трикутника ABC належить площині α. Із точки C до площини a проведено перпендикуляр CO. Відстань від точки O до прямої AB дорівнює $3\sqrt{3}$ см, площа трикутника ABC дорівнює $36\sqrt{3}$ см^2. Знайдіть кут між площинами ABC і α.

5) Менша сторона прямокутника, що дорівнює 6 см, лежить у площині α, а протилежна їй сторона віддалена від площини α на $4\sqrt{3}$ см. Кут між площиною прямокутника і площиною α дорівнює 60°. Обчисліть кут, що утворює діагональ прямокутника з площиною α.

IV. ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАНЬ І ВМІНЬ

1. *Робота з підручником*

1199.



Дано: $\varphi = 42°$; $l = 85$ м.
Знайти: h.
Розв'язання. $h = l \sin \varphi = 85 \sin 42° \approx$
$\approx 85 \cdot 0{,}66913 \approx 56{,}8760$ (м).
Відповідь: ≈56,88 м.

2.Самостійна робота

Варіант 1

1) Із точки до площини проведено дві похилі завдовжки 10 см і $5\sqrt{2}$ см. Більша з них утворює з площиною кут 30°. Який кут утворює з площиною менша похила?

2) Доведіть, що бічні сторони рівнобедреного трикутника утворюють рівні кути з площиною, що проходить через його основу.

3) Кут між двома площинами дорівнює 30°. У кожній із площин проведено пряму, паралельну лінії їх перетину. Відстань від однієї з цих прямих до лінії перетину площин дорівнює 8 см, а від другої — $2\sqrt{3}$ см. Знайдіть відстань між проведеними прямими.

Варіант 2

1) Із точки до площини проведено дві похилі. Одна з них, завдовжки 8 см, утворює з площиною кут 30°. Знайдіть довжину другої похилої, якщо вона утворює з площиною кут 45°.

2) Доведіть, що бічні сторони рівнобічної трапеції утворюють рівні кути з площиною, що проходить через більшу основу трапеції.

3) Квадрат і прямокутник, площі яких відповідно дорівнюють 36 $см^2$ і 96 $см^2$, мають спільну сторону, а відстань між їх паралельними сторонами дорівнює 14 см. Знайдіть кут між площинами квадрата і прямокутника.

Відповіді

Варіант 1. 1) 45°. 3) $2\sqrt{7}$ см.

Варіант 2. 1) $4\sqrt{2}$ см. 3) 60°.

V. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ, РЕФЛЕКСІЯ

VI. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

1. Завдання за підручником: ст246,№№1205,1206

2. Додаткове завдання. Через центр O правильного трикутника ABC до його площини проведено перпендикуляр OD. Знайдіть косинус кута між площинами ABC і ABD, якщо AB = BD.

Відповідь. 1/3.

Урок №68

Тема уроку: Узагальнення знань із теми: Перпендикулярність прямих і площин у просторі

Мета уроку: узагальнити і систематизувати знання учнів із теми «Перпендикулярність прямих і площин у просторі. Відстані і кути у просторі»; удосконалити вміння розв'язувати задачі з цієї теми; аналізувати, контролювати, коригувати та оцінювати

результати своєї навчальної діяльності;

Тип уроку: узагальнення і систематизація знань.

Хід уроку

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП

II. ПЕРЕВІРКА ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ

Перевірка завдання, заданого за підручником

III. УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА ЗАСВОЄННЯ НОВИХ ЗНАНЬ

Фронтальне опитування

1. Що називають кутом між прямими в просторі?

2. Сформулюйте означення перпендикулярних прямих.

3. Сформулюйте означення й ознаку прямої, перпендикулярної до площини. Які властивості мають перпендикулярні пряма і площина?

4. Сформулюйте означення перпендикуляра до площини, похилих та їхніх проекцій на площину.

5. Сформулюйте теорему про три перпендикуляри.

6. Сформулюйте означення двогранного кута. Що називають кутом між площинами?

7. Сформулюйте означення й ознаку перпендикулярності площин. Які властивості мають перпендикулярні площини?

8. Що називають відстанню:

1) від точки до прямої у просторі;

2) від точки до площини;

3) від прямої до паралельної їй площини;

4) між паралельними площинами;

5) між мимобіжними прямими?

9. Сформулюйте властивість перпендикуляра, проведеного до площини многокутника з точки, рівновіддаленої:

1) від усіх вершин многокутника;

2) від усіх сторін многокутника.

IV. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

1. Робота з підручником

1212. *Дано:* $\alpha \cap \beta = c$; т. $A \in \alpha$; т. $B \in \alpha$; т. $C \in \beta$; т. $D \in \beta$; $BD \perp c$; $AE \perp c$; т. $E \in c$; т. $F \in c$; $AC = 1$ дм; $BD = 2$ дм; $AE = 3$ дм; $AC \perp \beta$; $BC \perp \beta$.

Знайти: BF.

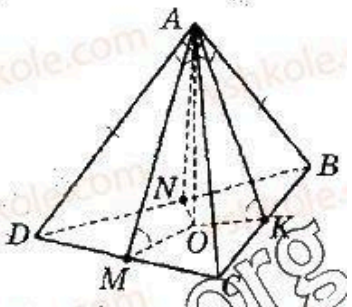
Розв'язання. $\angle AEC = \angle BFD$ як лінійні кути одного двогранного кута. $AE \perp c$, $BF \perp c$, звідси $AE \parallel BF$. Тоді $\triangle ACE \sim \triangle BDF$ за двома кутами.

Отже, $\frac{AE}{BF} = \frac{AC}{BD}$; $\frac{3}{BF} = \frac{1}{2}$; $BF = 6$ (дм).

Відповідь: 6 дм.

1217. *Дано:* $ABCD$ — тетраедр; $AB \perp AC$; $AC \perp AD$; $AB \perp AD$; $AB = AC = AD$.

Знайти: міри двогранних кутів при ребрах BC, CD, BD.



Розв'язання. Опустимо висоту тетраедра AO, де точка O — центр вписаного й описаного кола. $OK \perp BC$, $OM \perp BD$, $ON \perp DC$ (як радіуси в точці дотику). Дійсно, оскільки $AC = AB = AD$, то $OC = OB = OD$ (рівні похилі мають рівні проекції), т. O — центр описаного кола. Прямокутні $\triangle ABC = \triangle ABD = \triangle ACD$ (за двома катетами), тоді $BC = BD = DC$, тобто $\triangle DBC$ — рівносторонній і центри вписаного й описаного кіл збігаються.

Позначимо сторону основи за a, тоді $r = \frac{a}{2\sqrt{3}} = OK$.

З $\triangle ABK$ ($\angle K = 90°$, $\angle ABK = 45°$): $AK = BK = \frac{a}{2}$.

З $\triangle AOK$ ($\angle O = 90°$): $\cos\angle OKA = \frac{OK}{AK} = \frac{\frac{a}{2\sqrt{3}}}{\frac{a}{2}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$;

$\angle OKA = \arccos\frac{1}{\sqrt{3}}$ — градусна міра лінійного кута даного двогранного кута.

Відповідь: $\arccos\frac{1}{\sqrt{3}}$.

4book.org

2. Додаткові завдання

1) Через вершину квадрата ABCD проведено пряму AM, перпендикулярну до його площини. Обчисліть відстань між прямими AM і BD, якщо сторона квадрата дорівнює 12 см.

2) Пряма AS перпендикулярна до площини квадрата ABCD. Знайдіть довжину відрізка SB, якщо SC = 10 см; DC = 6 см.

V. ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАНЬ І ВМІНЬ

Самостійна робота з подальшою перевіркою і обговоренням

Варіант 1

1) Пряма MB перпендикулярна до сторін AB і BC трикутника ABC. Який вигляд має трикутник MBD, де D — довільна точка сторони AC?

А. Прямокутний. Б. Гострокутний. В. Тупокутний. Г. Визначити неможливо.

2) Точка M віддалена від усіх сторін квадрата на 5 см. Знайдіть сторону квадрата, якщо відстань від точки M до його площини дорівнює 4 см.

А. 4 см. Б. 5 см. В. 6 см. Г. 10 см.

3) Із точок C і D, що лежать у двох перпендикулярних площинах, проведено перпендикуляри CC_1 і DD_1 до прямої перетину площин. Знайдіть відстань між основами перпендикулярів, якщо CC_1= 15 см, DD_1 = 16 см, CD = 25 см.

Варіант 2

1) Пряма KO перпендикулярна до діагоналей квадрата ABCD, що перетинаються в точці O. Який вигляд має трикутник KOM, де M — довільна точка відрізка AB?

А. Гострокутний. Б. Прямокутний. В. Тупокутний. Г. Визначити неможливо.

2) Точка M віддалена від усіх сторін квадрата на 5 см. Знайдіть відстань від точки M до площини квадрата, якщо його сторона дорівнює 8 см.

А. 3 см. Б. 4 см. В. 5 см. Г. 8 см.

3) Із точок A і B, що лежать у двох перпендикулярних площинах, проведено перпендикуляри AA і BB_1 до прямої перетину площин. Знайдіть довжину відрізка AB, якщо AA_1 = 21 см, BB_1 = 16 см, A_1B_1 = 12 см.

Відповіді

Варіант 1. 1) А. 2) В. 3) 12 см.

Варіант 2. 1) Б. 2) А. 3) 29 см.

VI. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ, РЕФЛЕКСІЯ

VII. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

1. Завдання за підручником: ст..246,247,№№1218,1224

2. Додаткове завдання. Сторона AC рівностороннього трикутника ABC лежить у площині β, а основа перпендикуляра, проведеного з точки B до площини β, віддалена від сторони AC на відстань 6 см. Обчисліть кут між площиною трикутника і площиною β, якщо AB = 8√3 см.

Відповідь. 60°.

Урок №69
Тема уроку: Контрольна робота
Мета уроку: : перевірити рівень засвоєння знань учнів із теми «Перпендикулярність

прямих і площин у просторі. Відстані і кути у просторі»;

Контрольна робота

Варіант I

1. На рис. 1 пряма МО перпендикулярна до площини АВС. Назвіть кут між площинами МОВ і МОD, якщо OD ⊥ BC.

А	Б	В	Г	Д
∠MOC	∠DOB	∠DMB	∠MDO	∠MOB

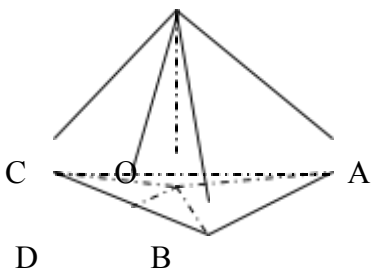


Рис. 1

2. На рис. 1 укажіть ортогональну проекцію трикутника СМВ на площину АВС, якщо МО⊥(АВС).

А	Б	В	Г	Д
Δ АВС	Δ CDO	Δ COB	Δ САО	Δ AOB

3. Точка О є центром описаного навколо прямокутного трикутника АВС кола (рис. 2). Укажіть відстань від точки М до прямої ВС, якщо МО ⊥(АВС).

А	Б	В	Г	Д
МО	МК	МС	МВ	МР

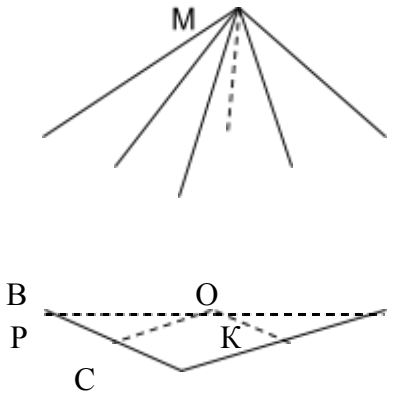


Рис. 2

4. Установіть відповідність між кутами (1-4) (рис.2) та їхніми числовими значеннями (А-Д), якщо МО ⊥(АВС), ВО = АО.

1. Кут між прямою МК і площиною АВС, якщо $BC=2\sqrt{3}$, МО=3
2. Кут нахилу ребра МС до площини основи піраміди МАВС, якщо МО=АО
3. Кут нахилу прямої МР до площини основи піраміди МАВС, якщо АС=12, МО=3
4. Кут нахилу ребра МА до площини основи піраміди МАВС, якщо СО = 3, МО = $\sqrt{3}$

А $\frac{1}{2}$ **Б**30°**В**60° **Г**2 **Д** 45°

5. Усередині двогранного кута, який дорівнює 60°, дано точку, рівновіддалену від його

обох граней на 4 см. Знайдіть відстань від даної точки до ребра двогранного кута.

6. Знайдіть площу ортогональної проекції ромба ABCD на площину α, якщо сторона AD ромба належить площині α, діагоналі ромба дорівнюють 10 см і 24 см, а кут між площиною ромба і площиною α - 60°.

7. Дано прямокутний трикутник, катети якого дорівнюють 7 см і 24 см. З вершини прямого кута цього трикутника до площини β , яка проходить через його гіпотенузу, проведено перпендикуляр. Знайдіть довжину цього перпендикуляра,якщо відстань від його основи до гіпотенузи дорівнює $\frac{84}{25}$ см.

Контрольна робота
Кути і відстані у просторі

Варіант II

1. На рис. 1 пряма SO перпендикулярна до площини ABC. Назвіть кут між площинами SOB і SOC.

А	Б	В	Г	Д
∠C AB	∠C SB	∠S OC	∠S OB	∠CO B

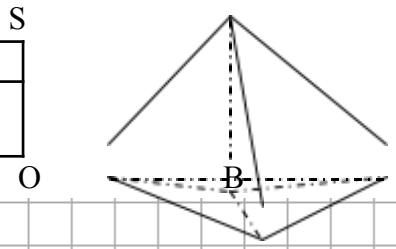


Рис. 1

2. На рис. 1 укажіть ортогональну проекцію трикутника CSB на площину ABC, якщо SO⊥(ABC).

А	Б	В	Г	Д
Δ AOC	Δ COB	Δ AOB	Δ CSB	Δ ABC

3. Із точки O –середини гіпотенузи прямокутного трикутника ABC – проведено перпендикуляр OSдо площини ABC (рис. 2). Укажіть відстань від точки S до прямої AC.

А	Б	В	Г	Д
S N	C K	SC	SA	SO

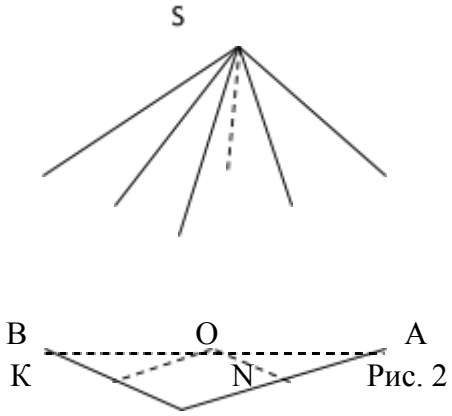


Рис. 2

C

4. Установіть відповідність між кутами (1-4) (рис.2) та їхніми числовими значеннями (А-Д), якщо SO $\perp$(ABC), AO = OB.

1 Кут нахилу ребра SA до площини основи піраміди SABC, якщо радіус описаного навколо трикутника ABC кола дорівнює 4, а SO=8

2 Кут нахилу прямої SN до площини ABC, якщо BC = 6, SO=$\sqrt{3}$

3 Кут нахилу прямої SK до площини ABC,якщо SK=2 KO

4 Кут нахилу ребра SC до площини ABC, якщо SO = OA

А $\frac{1}{2}$ **Б**30°**В**60° **Г**2 **Д** 45

5. Усередині двогранного кута, який дорівнює 60°, дано точку, рівновіддалену від його ребра на 10 см і рівновіддалену від граней двогранного кута. Знайдіть відстань від даної точки до граней двогранного кута.

6. Знайдіть площу ортогональної проекції ромба ABCD на площину α, якщо сторона AD ромба належить площині α, сторона ромба дорівнюють $2\sqrt{3}$см, кут ромба - 60°, а кут між площиною ромба і площиною α - 30°.

7. Дано трикутник ABC зі сторонами AB = 9, BC = 6 і AC = 5.Через сторону AC проведено площину β, що утворює із площиною цього трикутника кут 45°. Знайдіть відстань від точки B до площини β.