

الاجابة النموذجية للواجب المنزلي رقم 05 لقسم 2 ع ت

(حل التمرين الأول (07 نقاط

(1 ايجاد القيس الرئيسي:

الحالة 01 : $\alpha = \frac{854\pi}{3}$

0,5

لدينا $-\pi < \alpha + 2\pi k \leq \pi$ ومنه $-\pi < \frac{854\pi}{3} + 2\pi k \leq \pi$

ن

ومنه $-\frac{854\pi}{3} - \pi < 2\pi k \leq \pi - \frac{854\pi}{3}$

ومنه $-\frac{857\pi}{3} < 2\pi k \leq -\frac{851\pi}{3}$

ومنه $-142,83 < k \leq -141,83$ ومنه $k = -142$

0,5 ن

اذن القيس الرئيسي هو $\frac{854\pi}{3} + 2\pi \times (-142) = \frac{854\pi - 852\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$

الحالة 02 : $\alpha = 2009\pi$

0,5 ن

لدينا $-\pi < \alpha + 2\pi k \leq \pi$ ومنه $-\pi < 2009\pi + 2\pi k \leq \pi$

ومنه $-2009\pi - \pi < 2\pi k \leq \pi - 2009\pi$

ومنه $-2010\pi < 2\pi k \leq -2008\pi$

ومنه $-1005\pi < k \leq -1004\pi$

ومنه $k = -1005$

0,5 ن

اذن القيس الرئيسي هو $\alpha = 2009\pi + 2\pi \times (-1005) = -\pi$

الحالة 03 : $\alpha = -\frac{4570\pi}{6}$

0,5 ن

لدينا $-\pi < \alpha + 2\pi k \leq \pi$ ومنه $-\pi < -\frac{4570\pi}{6} + 2\pi k \leq \pi$

ومنه $\frac{4570\pi}{6} - \pi < 2\pi k \leq \pi + \frac{4570\pi}{6}$

ومنه $\frac{4564\pi}{6} < 2\pi k \leq \frac{4576\pi}{6}$

ومنه $\frac{4564}{12} < k \leq \frac{4576}{12}$

ومنه $380,33 < k \leq 381,33$ ومنه $k = 381$

0,5 ن

اذن القيس الرئيسي هو $-\frac{4570\pi}{6} + 2\pi \times (381) = \frac{-4570\pi + 4572\pi}{6} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$

الحالة 04 : $\alpha = -5000\pi$

0,5 ن

لدينا $-\pi < \alpha + 2\pi k \leq \pi$ ومنه $-\pi < -5000\pi + 2\pi k \leq \pi$

ومنه $5000\pi - \pi < 2\pi k \leq \pi + 5000\pi$

$$4999\pi < 2\pi k \leq 5001\pi \text{ ومنه}$$

$$2499,5 < k \leq 2500,5 \text{ ومنه}$$

$$k = 2500 \text{ ومنه}$$

اذن القيس الرئيسي هو

ن 0,5

$$\alpha = -5000\pi + 2\pi \times (2500) = 5000\pi - 5000\pi = 0$$

(2) حساب في كل حالة $\sin \alpha$ و $\cos \alpha$

ن 0,25

$$\text{الحالة 01: } \alpha = \frac{854\pi}{3} \text{ ومنه: } \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ و } \cos \alpha = \frac{-1}{2}$$

ن 0,25

$$\text{الحالة 02: } \alpha = 2009\pi \text{ ومنه: } \sin \alpha = 0 \text{ و } \cos \alpha = -1$$

ن 0,25

$$\text{الحالة 03: } \alpha = -\frac{4570\pi}{6} \text{ ومنه: } \sin \alpha = \frac{1}{2} \text{ و } \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ن 0,25

$$\text{الحالة 04: } \alpha = -5000\pi \text{ ومنه: } \sin \alpha = 0 \text{ و } \cos \alpha = 1$$

(3) التحقق أن x و y هما قياسان لنفس الزاوية في كل من الحالتين التاليتين :

ن 0,5

$$\text{الحالة 01: } x - y = -\frac{17\pi}{4} - \frac{7\pi}{4} = -\frac{24\pi}{4} = -6\pi = (-3) \times 2\pi$$

من الشكل $2\pi k$ ومنه العدان x و y هما قياسان لنفس الزاوية

ن 0,5

$$\text{الحالة 02: } x - y = -\frac{7\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = -\frac{8\pi}{2} = -4\pi = (-2) \times 2\pi$$

من الشكل $2\pi k$ ومنه العدان x و y هما قياسان لنفس الزاوية

(التمرين الثاني : 06 نقاط)

الحل في المعادلات ذات المجهول x التالية:

$$(1) \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right)$$

ن 0,5

$$\text{لكن: } \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\text{ومنه: } \sin(x) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\text{معناه: } a = \pi - b + 2\pi k \text{ أو } a = b + 2\pi k$$

$$\text{ومنه: } x = 3x + \frac{\pi}{3} + 2\pi k \text{ أو } x = \pi - 3x - \frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

ن 0,5

$$\text{ومنه: } 3x + x = \pi - \frac{\pi}{3} + 2\pi k \text{ أو } -3x + x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$\text{ومنه: } 4x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \text{ أو } -2x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

ن 0,5

$$\text{ومنه: } x = \frac{2\pi}{12} + 2\pi k \text{ أو } x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

ن 0,5

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \text{ أو } x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k : \text{اذن}$$

$$s = \left\{ -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \right\} \text{ ومنه مجموعة الحلول هي}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x : \text{لكن } \sin(\pi + x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \quad (2)$$

ن 0,5

$$a = \pi - b + 2\pi k \text{ أو } a = b + 2\pi k : \text{معناه } \sin(\pi + x) = -\sin x$$

ن 0,5

$$x = \pi - \pi + x + 2\pi k \text{ أو } \pi + x = -x + 2\pi k : \text{ومنه}$$

$$x - x = 2\pi k \text{ أو } 2x = \pi + 2\pi k : \text{ومنه}$$

ن 0,5

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \text{ أو } 0 = 2\pi k \text{ (مستحيل)}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k : \text{اذن}$$

ن 0,5

$$s = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \right\} \text{ ومنه مجموعة الحلول هي}$$

ن 0,5

$$\cos(2x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \quad (3)$$

معناه :

ن 0,5

$$a = -b + 2\pi k \text{ أو } a = b + 2\pi k$$

$$2x = -x + \frac{\pi}{4} + 2\pi k \text{ أو } 2x = x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k : \text{ومنه}$$

ن 0,5

$$2x + x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \text{ أو } 2x - x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k : \text{ومنه}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k \text{ أو } x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k : \text{اذن}$$

ن 0,5

$$s = \left\{ -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, \frac{\pi}{12} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \right\} \text{ ومنه مجموعة الحلول هي}$$

(التمرين الثالث : 07 نقاط)

$$D_f =]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[\text{ و } f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$$

$$(1) \text{ ايجاد العددين } a \text{ و } b \text{ من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ من } D_f \text{ يكون } f(x) = a + \frac{b}{x-1}$$

ن 0,5

$$f(x) = a + \frac{b}{x-1} = \frac{a(x-1)+b}{x-1} = \frac{ax-a+b}{x-1} : \text{لدينا}$$

ن 0,25

$$f(x) = \frac{2x-1}{x-1} \text{ لكن } a = 2 \text{ ومنه } a + b = -1 \text{ و}$$

ن 0,25

ومنه : $-2 + b = -1$ ومنه : $b = -1 + 2 = 1$

ن 01

$$f(x) = 2 + \frac{1}{x-1}$$

(2 حساب النهايات عند حدود مجموعة التعريف وتفسيرها بيانا:

ن 0,25

$$f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x-1} = 2$$

ن 0,25

$$f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x-1} = 2$$

ن 0,5

ومنه المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ مستقيم مقارب موازي لمحور الفواصل

ن 0,5

$$3) f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x-1} = +\infty$$

ن 0,5

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow 1} (2x-1) = 1: \text{ لأن}$$

ن 0,5

$$3) f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x-1}{x-1} = -\infty$$

ن 0,5

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow 1} (2x-1) = 1: \text{ لأن}$$

ن 0,5

ومنه المستقيم ذو المعادلة $x = 1$ مستقيم مقارب موازي لمحور الترتيب

(3 دراسة اتجاه التغير :

ن 0,5

$$f'(x) = \frac{2(x-1)-1(2x-1)}{(x-1)^2} = \frac{2x-2-2x+1}{(x-1)^2} = \frac{-1}{(x-1)^2} : f$$

تحديد إشارة $f'(x)$

$$f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0$$

ن 0,5

الدالة سالبة على مجال التعريف ومنه f متزايدة تماما على التعريف

(4 تشكيل جدول التغيرات الدالة f

ن 01

(5 تعيين نقط تقاطع منحنى الدالة مع حامل محور الفواصل

ن 0,5

$$f(x) = 0 \text{ ومنه : } \frac{2x-1}{x-1} = 0 \text{ ومنه : } 2x-1 = 0 \text{ و } x-1 \neq 0$$

ومنه : نقطة التقاطع هي $(\frac{1}{2}, 0)$

ن 01

(6 انشاء