Что нужно знать:

- в принципе, особых дополнительных знаний, кроме здравого смысла и умения перебирать варианты (не пропустив ни одного!) здесь, как правило, не требуется
- полезно знать, что такое *граф* (это набор вершин и соединяющих их ребер) и как он описывается в виде таблицы, хотя, как правило, все необходимые объяснения даны в формулировке задания
- чаще всего используется *взвешенный граф*, где с каждым ребром связано некоторое число (вес), оно может обозначать, например, расстояние между городами или стоимость перевозки

	A	B	C	D	E
A			3	1	
B			4		2
C	3	4			2
D	1				
E		2	2		

1

2

4

2

3

A

B

C

D

E

рассмотрим граф (рисунок слева), в котором 5 вершин (A, B, C, D и E); он описывается таблицей, расположенной в центре; в ней, например, число 4 на пересечении строки B и столбца C означает, что, во-первых, есть ребро, соединяющее B и C, и во-вторых, вес этого ребра равен 4; пустая клетка на пересечении строки A и столбца B означает, что ребра из A в B нет1

2

4

2

3

A

B

C

D

E

- обратите внимание, что граф по заданной таблице (она еще называется *весовой матрицей*) может быть нарисован по-разному; например, той же таблице соответствует граф, показанный на рисунке справа от нее
- в приведенном примере матрица симметрична относительно главной диагонали; это может означать, например, что стоимости перевозки из B в C и обратно равны (это не всегда так)
- желательно научиться быстро (и правильно) строить граф по весовой матрице и наоборот

Еще пример задания:

Грунтовая дорога проходит последовательно через населенные пункты A, B, C и D. При этом длина дороги между A и B равна 80 км, между B и C – 50 км, и между C и D – 10 км. Между A и C построили новое асфальтовое шоссе длиной 40 км. Оцените минимально возможное время движения велосипедиста из пункта A в пункт B, если его скорость по грунтовой дороге – 20 км/час, по шоссе – 40 км/час.

1) 1 час 2) 1,5 часа 3)3,5 часа 4) 4 часа

Решение:

1. нарисуем схему дорог, обозначив данные в виде дроби (расстояние в числителе, скорость движения по дороге – в знаменателе):

A

B

D

C

2. разделив числитель на знаменатель, получим время движения по каждой дороге

A

B

D

C

3. ехать из A в B можно
   - напрямую, это займет **4** часа, или …
   - через пункт C, это займет 1 час по шоссе (из A в C) и 2,5 часа по грунтовой дороге
   (из B в C), всего 1 + 2,5 = **3,5** часа
4. таким образом, правильный ответ – 3.

Возможные ловушки и проблемы:
- можно не заметить, что требуется найти минимальное время поездки именно в B, а не в C (неверный ответ 1 час)
- можно ограничиться рассмотрением только прямого пути из A в B и таким образом получить неверный ответ 4 часа
- можно неправильно нарисовать схему

Еще пример задания:

Таблица стоимости перевозок устроена следующим образом: числа, стоящие на пересечениях строк и столбцов таблиц, означают стоимость проезда между соответствующими соседними станциями. Если пересечение строки и столбца пусто, то станции не являются соседними. Укажите таблицу, для которой выполняется условие: «Минимальная стоимость проезда из A в B не больше 6». Стоимость проезда по маршруту складывается из стоимостей проезда между соответствующими соседними станциями.

1)

	A	B	C	D	E
A			3	1	
B			4		2
C	3	4			2
D	1				
E		2	2		

2)

	A	B	C	D	E
A			3	1	1
B			4		
C	3	4			2
D	1				
E	1		2		

3)

	A	B	C	D	E
A			3	1	4
B			4		2
C	3	4			2
D	1				
E	4	2	2		

4)

	A	B	C	D	E
A				1	
B			4		1
C		4		4	2
D	1		4		
E		1	2		

Решение (вариант 1):

1. нужно рассматривать все маршруты из A в B, как напрямую, так и через другие станции
2. рассмотрим таблицу 1:
   - из верхней строки таблицы следует, что из A в B напрямую везти нельзя, только через C (стоимость перевозки A-C равна 3) или через D (стоимость перевозки из A в D равна 1)

	A	B	C	D	E
A			3	1	

   - предположим, что мы повезли через C; тогда из третьей строки видим, что из C можно ехать в B, и стоимость равна 4

	A	B	C	D	E

C	3	4			2

- таким образом общая стоимость перевозки из A через C в B равна 3 + 4 = 7
- кроме того, из C можно ехать не сразу в B, а сначала в E:

	A	B	C	D	E
C	3	4			2

а затем из E – в B (стоимость также 2),

	A	B	C	D	E
E		2	2		

так что общая стоимость этого маршрута равна 3 +2 + 4 = 7

- теперь предположим, что мы поехали из A в D (стоимость 1); из четвертой строки таблицы видим, что из D можно ехать только обратно в A, поэтому этим путем в B никак не попасть:

	A	B	C	D	E
D	1				

- таким образом, для первой таблицы минимальная стоимость перевозки между A и B равна 7; заданное условие «*не больше 6*» **не выполняется**

3. аналогично рассмотрим вторую схему; возможные маршруты из A в B:
   - , стоимость 7
   - , стоимость 7
   - таким образом, минимальная стоимость 7, условие **не выполняется**
4. для третьей таблицы:
   - , стоимость 7
   - , стоимость **6**
   - , стоимость 7
   - таким образом, минимальная стоимость 6, условие **выполняется**
5. для четвертой:
   - , стоимость 9
   - , стоимость 8
   - минимальная стоимость 8, условие **не выполняется**
6. условие *«не больше 6»* выполняется только для таблицы 3
7. таким образом, правильный ответ – 3.

Возможные ловушки и проблемы:

- метод ненагляден, легко запутаться и пропустить решение с минимальной стоимостью

Решение (вариант 2, с рисованием схемы):

1. для каждой таблицы нарисуем соответствующую ей схему дорог, обозначив стоимость перевозки рядом с линиями, соединяющими соседние станции:

1)

	A	B	C	D	E
A			3	1	
B			4		2
C	3	4			2
D	1				
E		2	2		

2)

	A	B	C	D	E
A			3	1	1
B			4		
C	3	4			2
D	1				
E	1		2		

3)

	A	B	C	D	E
A			3	1	4
B			4		2
C	3	4			2
D	1				
E	4	2	2		

4)

	A	B	C	D	E
A				1	
B			4		1
C		4		4	2
D	1		4		
E		1	2		

1

2

4

2

3

A

B

C

D

E

1

2

4

1

3

A

B

C

D

E

1

2

4

4

3

A

C

D

2

B

E

1

2

4

4

A

C

D

1

B

E

2. теперь по схемам определяем кратчайшие маршруты для каждой таблицы:
   1: или , стоимость 7
   2: или , стоимость 7
   3: , стоимость **6**
   4: , стоимость 8
8. условие *«не больше 6»* выполняется только для таблицы 3
9. таким образом, правильный ответ – 3.

Возможные ловушки и проблемы:

- нужно внимательно строить схемы по таблицам, этот дополнительный переход (от табличных моделей к графическим) повышает наглядность, но добавляет еще одну возможность для ошибки
- наглядность схемы зависит от того, как удачно вы выберете расположение ее узлов; один из подходов – сначала расставить все узлы равномерно на окружности, нарисовать все связи и посмотреть, как можно расположить узлы более удобно
- по невнимательности можно пропустить решение с минимальной стоимостью