Тема: Підсумковий урок

Посилання на підручник: https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-11-klas-2019/13-matematyka-11-klas/merzlyak-ag-matematyka-algebra-i-poch-analizu-ta-geometriya-riven-standartu-11-kl.pdf

Завдання:

1. Повторення курсу геометрії за таблицями на наступних сторінках.

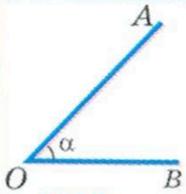
ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!! Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net , у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи. Зошити зберігати до закінчення терміну карантину.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net .

Таблиця 1

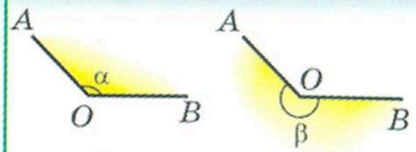
КУТИ

ПОНЯТТЯ КУТА



Кут — це фігура, яка складається з точки — *вершини кута* — і двох променів, які виходять із цієї точки, — *сторін кута*

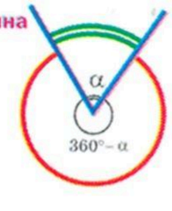
$\angle AOB = \alpha \quad (0° \leqslant \alpha \leqslant 180°)$



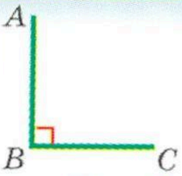
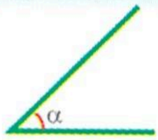
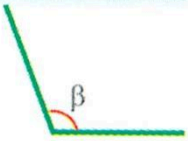
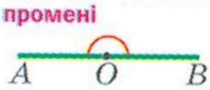
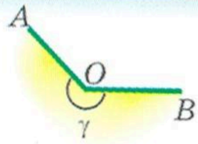
$\angle AOB = \alpha$ $(0° \leqslant \alpha \leqslant 360°)$

$\angle AOB = \beta$ $(0° \leqslant \beta \leqslant 360°)$

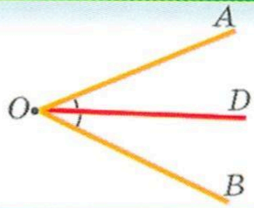
Кут — частина площини, обмежена двома променями зі спільним початком



ВИДИ КУТІВ

ПРЯМИЙ	ГОСТРИЙ	ТУПИЙ	РОЗГОРНУТИЙ	БІЛЬШИЙ ЗА РОЗГОРНУТИЙ
			Сторони розгорнутого кута — доповняльні промені 	
$\angle ABC = 90°$	$0° < \alpha < 90°$	$90° < \beta < 180°$	$\angle AOB = 180°$	$180° < \gamma \leqslant 360°$

БІСЕКТРІСА КУТА

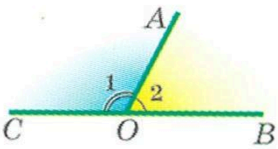
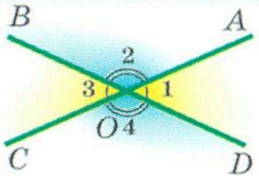


Бісектриса кута — це промінь, який виходить із вершини кута, лежить у його внутрішній області й ділить кут на два рівні кути

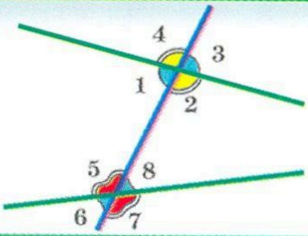
Промінь OD — бісектриса кута AOB

$\angle AOD = \angle BOD$

СУМІЖНІ ТА ВЕРТИКАЛЬНІ КУТИ
(розглядаються кути, менші за розгорнутий кут)

СУМІЖНІ КУТИ	ВЕРТИКАЛЬНІ КУТИ
 $\angle 1$ і $\angle 2$ — суміжні; $\angle 1 + \angle 2 = 180°$; Сума суміжних кутів дорівнює $180°$	 $\angle 1$ і $\angle 3$ — вертикальні; $\angle 2$ і $\angle 4$ — вертикальні; $\angle 1 = \angle 3$; $\angle 2 = \angle 4$; Вертикальні кути рівні

КУТИ ПРИ ПЕРЕТИНІ ДВОХ ПРЯМИХ СІЧНОЮ



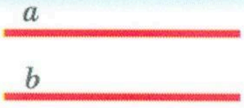
$\angle 1$ і $\angle 5$, $\angle 2$ і $\angle 8$ — внутрішні односторонні

$\angle 1$ і $\angle 8$, $\angle 2$ і $\angle 5$ — внутрішні різносторонні

$\angle 4$ і $\angle 5$, $\angle 3$ і $\angle 8$, $\angle 1$ і $\angle 6$, $\angle 2$ і $\angle 7$ — відповідні

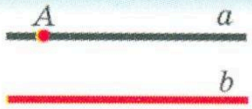
ПАРАЛЕЛЬНІ ТА ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІ ПРЯМІ

ПАРАЛЕЛЬНІ ПРЯМІ

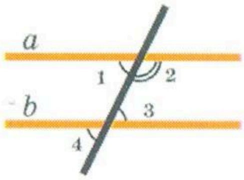
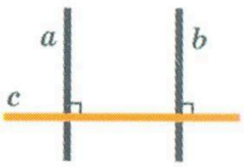
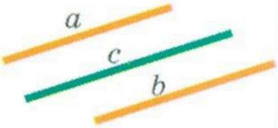


$a \parallel b$

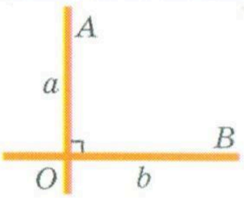
Дві прямі називаються паралельними, якщо вони лежать в одній площині й не перетинаються



Через точку поза прямою можна провести єдину пряму, паралельну даній

	ОЗНАКИ ПАРАЛЕЛЬНОСТІ	ВЛАСТИВОСТІ
	**Якщо** $\angle 1 = \angle 3$ (внутрішні різносторонні кути рівні), **або** $\angle 1 = \angle 4$ (відповідні кути рівні), **або** $\angle 2 + \angle 3 = 180°$ (сума внутрішніх односторонніх кутів дорівнює 180°) **то** $a \parallel b$	**Якщо** $a \parallel b$, **то** $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 1 = \angle 4$, $\angle 2 + \angle 3 = 180°$
	**Якщо** $a \perp c,\ b \perp c$, **то** $a \parallel b$	**Якщо** $a \parallel b,\ c \perp a$, **то** $c \perp b$
	**Якщо** $a \parallel b,\ b \parallel c$, **то** $a \parallel c$	

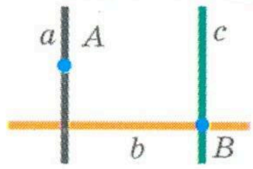
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІ ПРЯМІ



Дві прямі називаються перпендикулярними, якщо вони перетинаються під прямим кутом

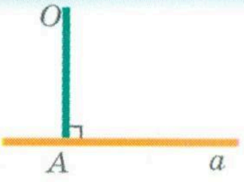
$$a \perp b \Leftrightarrow \angle AOB = 90°$$

Через задану точку можна провести єдину пряму, перпендикулярну до даної



$a \perp b$ $c \perp b$

ПЕРПЕНДИКУЛЯР ДО ПРЯМОЇ



$$OA \perp a (A \in a)$$

OA — **перпендикуляр до** a

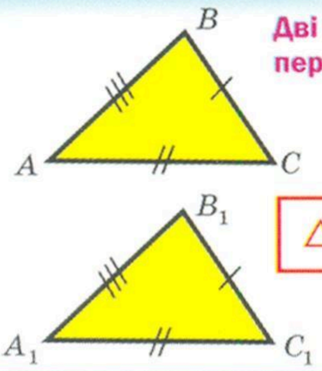
A — основа перпендикуляра

$OA \perp a (A \in a)$, OA — **відстань від точки** O **до прямої** a

Перпендикуляр — найкоротша відстань від заданої точки до точок заданої прямої

ТРИКУТНИКИ

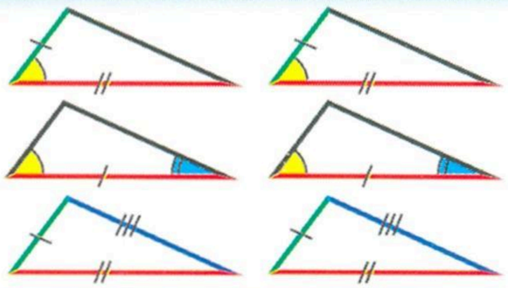
РІВНІСТЬ ТРИКУТНИКІВ



Дві фігури називаються рівними, якщо вони рухом переводяться одна в одну

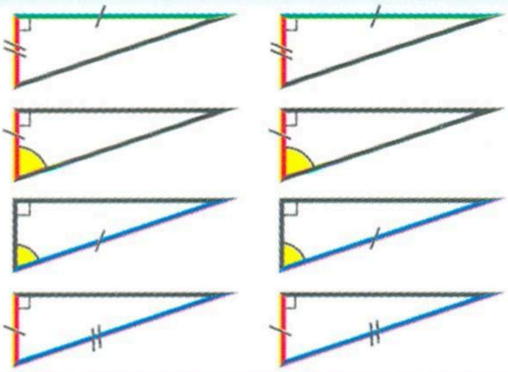
$$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1 \Leftrightarrow \begin{array}{l|l} AB = A_1B_1 & \angle A = \angle A_1 \\ AC = A_1C_1 & \angle B = \angle B_1 \\ BC = B_1C_1 & \angle C = \angle C_1 \end{array}$$

ОЗНАКИ РІВНОСТІ ТРИКУТНИКІВ



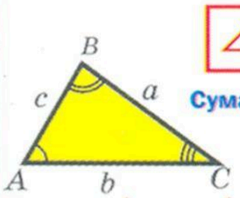
1. За двома сторонами і кутом між ними
2. За стороною і двома прилеглими до неї кутами
3. За трьома сторонами

ОЗНАКИ РІВНОСТІ ПРЯМОКУТНИХ ТРИКУТНИКІВ



1. За двома катетами
2. За катетом і гострим кутом
3. За гіпотенузою і гострим кутом
4. За гіпотенузою і катетом

ВЛАСТИВОСТІ СТОРІН ТА КУТІВ ТРИКУТНИКА

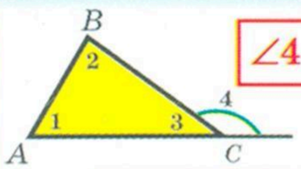


$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

Сума кутів трикутника дорівнює 180°

$|b - c| < a < b + c$ – нерівність трикутника

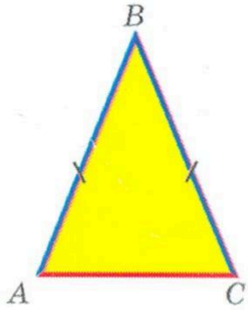
ЗОВНІШНІЙ КУТ ТРИКУТНИКА

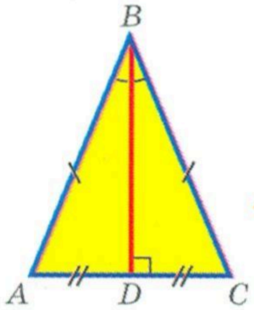


$$\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$$

$$\angle 4 > \angle 1,\ \angle 4 > \angle 2$$

РІВНОБЕДРЕНИЙ ТРИКУТНИК





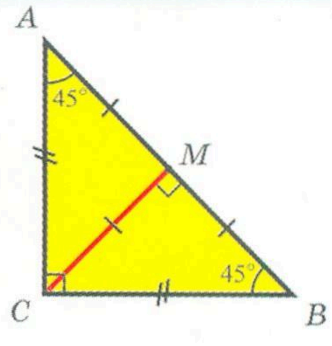
Трикутник називається рівнобедреним, якщо у нього дві сторони рівні

$\triangle ABC$ – рівнобедрений $(AB = BC)$

AC – основа, AB і BC – бічні сторони

ВЛАСТИВОСТІ	ОЗНАКИ
1. Якщо в $\triangle ABC$ $AB = BC$, то $\angle A = \angle C$ (кути при основі рівні)	1. Якщо в $\triangle ABC$ $\angle A = \angle C$, то $AB = BC$
2. Якщо $\triangle ABC$ – рівнобедрений і BD – медіана, то BD – висота й бісектриса	2. Якщо в трикутнику збігаються: а) висота й медіана, або б) висота й бісектриса, або в) медіана й бісектриса, то трикутник рівнобедрений
У рівнобедреному трикутнику висота, медіана і бісектриса, проведені до основи, збігаються	

РІВНОБЕДРЕНИЙ ПРЯМОКУТНИЙ ТРИКУТНИК



$\angle C = 90°$, $AC = CB$

$\angle A = \angle B = 45°$

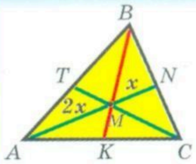
$CM \perp AB$, тоді $CM = AM = MB$

$AC = CB = a$, тоді $AB = a\sqrt{2}$

Таблиця 5

ВИСОТА, МЕДІАНА, БІСЕКТРИСА ТА СЕРЕДНЯ ЛІНІЯ ТРИКУТНИКА

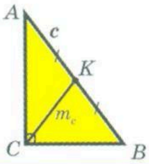
МЕДІАНА ТРИКУТНИКА



BK — медіана, K — середина AC

M — точка перетину медіан,

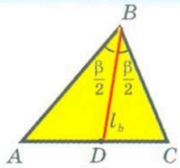
$$\frac{AM}{MN} = \frac{BM}{MK} = \frac{CM}{MT} = \frac{2}{1}$$



$$m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$$

$m_c = \frac{1}{2}c$ — у прямокутному трикутнику медіана, проведена до гіпотенузи, дорівнює половині гіпотенузи

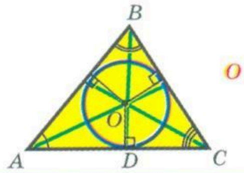
БІСЕКТРИСА ТРИКУТНИКА



BD — бісектриса трикутника,

$$\angle ABD = \angle CBD = \frac{1}{2}\angle B$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$$

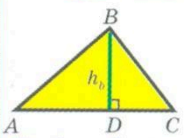


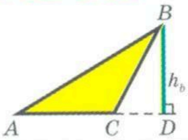
O — точка перетину бісектрис трикутника, центр вписаного кола

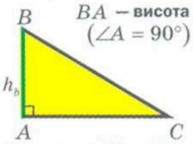
ВИСОТА ТРИКУТНИКА

BD — висота, $BD \perp AC$

Для прямокутного трикутника: BA — висота ($\angle A = 90°$)



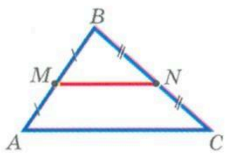




Прямі, що містять висоти трикутника, перетинаються в одній точці (ортоцентр)

$h_a : h_b : h_c = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c}$ Висоти трикутника обернено пропорційні його сторонам

СЕРЕДНЯ ЛІНІЯ ТРИКУТНИКА



MN — середня лінія,
M — середина AB,
N — середина BC

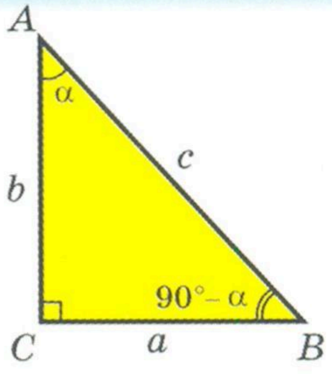
1. $MN \parallel AC$
2. $MN = \frac{1}{2}AC$

Середня лінія трикутника паралельна одній із його сторін і дорівнює половині цієї сторони

Таблиця 6

Співвідношення між сторонами та кутами в трикутнику

Прямокутний трикутник



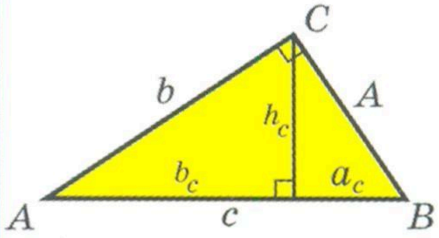
Теорема Піфагора

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\sin\alpha = \frac{a}{c};\ \cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b};\ \operatorname{ctg}\alpha = \frac{b}{a}$$

$$a = c\cdot\sin\alpha$$
$$b = c\cdot\cos\alpha$$
$$a = b\cdot\operatorname{tg}\alpha$$



$$h_c^2 = a_c\cdot b_c$$
$$a^2 = c\cdot a_c$$
$$b^2 = c\cdot b_c$$

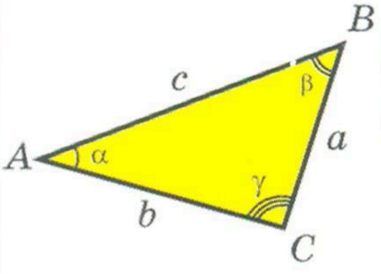
$\triangle ACD \sim \triangle ABC$

$\triangle CBD \sim \triangle ABC$

$\triangle ACD \sim \triangle CBD$

$a,\ b$ – катети; c – гіпотенуза

Довільний трикутник



Теорема синусів

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$$

Теорема косинусів

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

$a,\ b,\ c$ – сторони трикутника; R – радіус описаного кола

Наслідки

1. Якщо у трикутнику $c^2 = a^2 + b^2$, то $\gamma = 90°$, тобто цей трикутник є прямокутним (теорема, обернена до теореми Піфагора)
2. Якщо у трикутнику $c^2 = a^2 + b^2$, то кут γ – гострий $(\cos\gamma > 0)$; якщо c — найбільша сторона, то трикутник є гострокутним
3. Якщо $c^2 = a^2 + b^2$, то кут γ – тупий $(\cos\gamma < 0)$
4. У трикутнику проти більшої сторони лежить більший кут, проти більшого кута лежить більша сторона

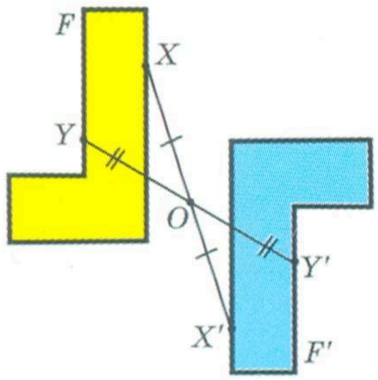
$$a > b \Leftrightarrow \alpha > \beta$$

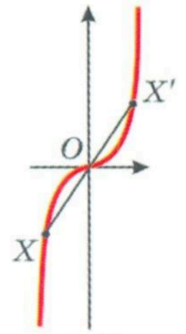
ПЕРЕТВОРЕННЯ ФІГУР
РУХИ

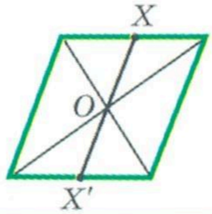
1. Рух — це перетворення, при якому зберігаються відстані між точками фігури
2. Під час руху зберігаються кути між променями
3. Дві фігури називаються рівними, якщо вони рухом переводяться одна в одну

$$X'Y' = XY$$

СИМЕТРІЯ ВІДНОСНО ТОЧКИ

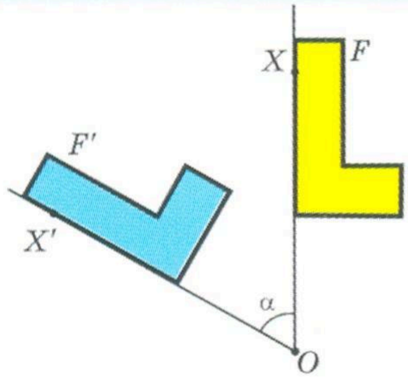






$$OX' = OX$$

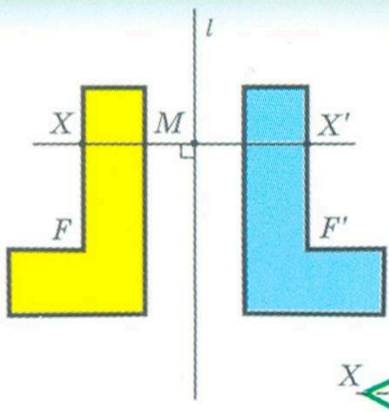
ПОВОРОТ

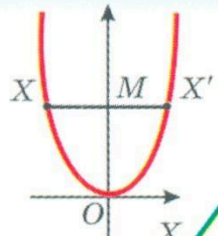


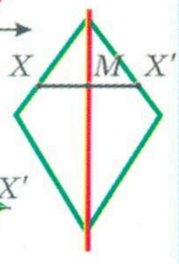
$$OX' = OX$$

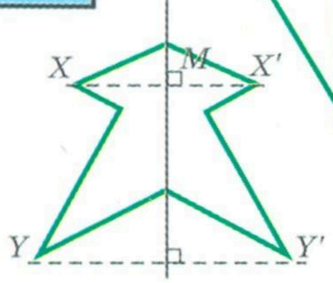
$$\angle XOX' = \alpha$$

СИМЕТРІЯ ВІДНОСНО ПРЯМОЇ





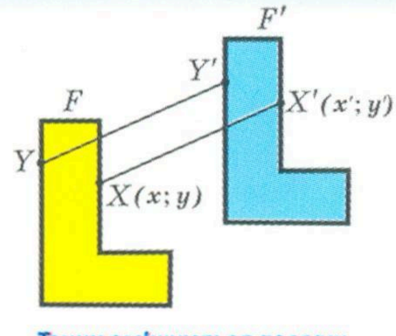




$$XX' \perp l$$

$$XM = MX'$$

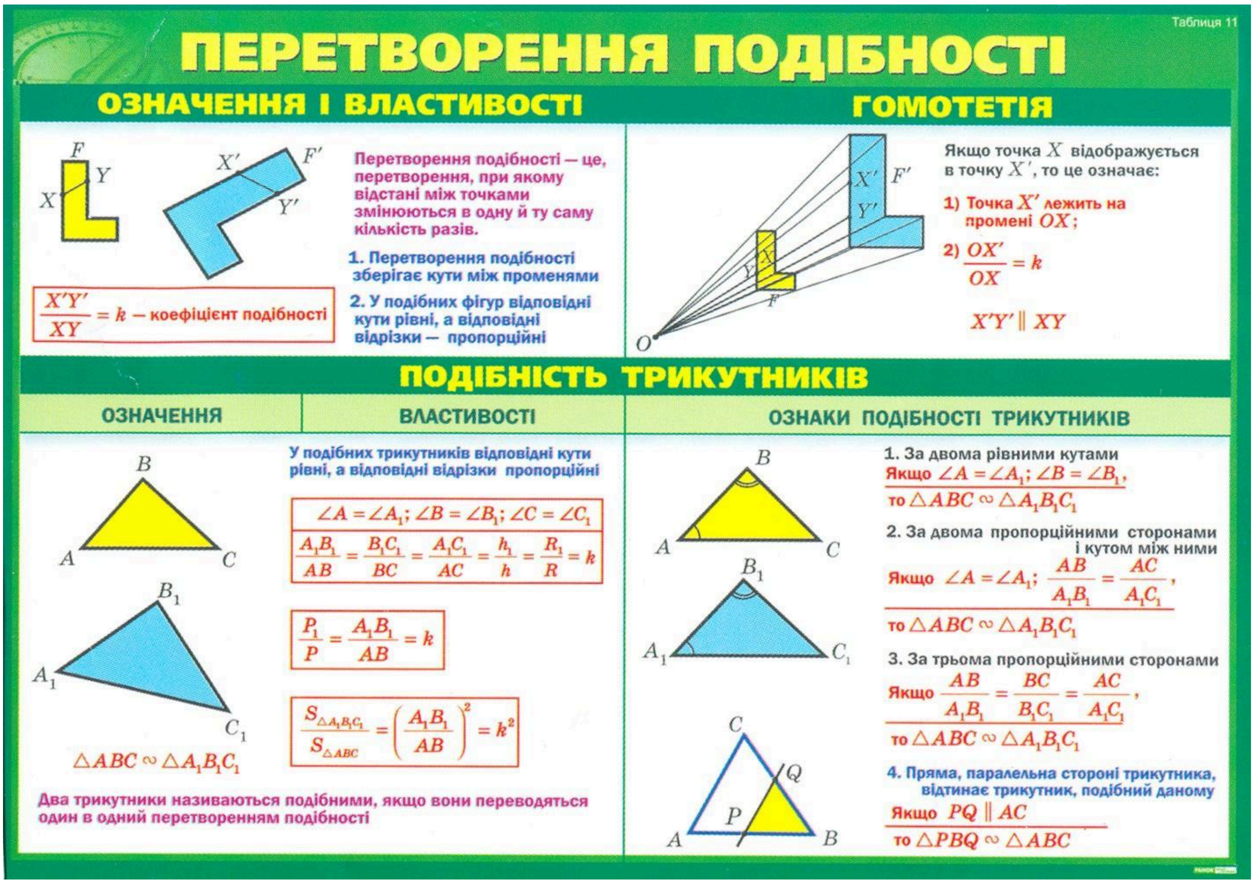
ПАРАЛЕЛЬНЕ ПЕРЕНЕСЕННЯ



Точки зміщуються вздовж паралельних прямих (або прямих, які збігаються) на одну й ту саму відстань

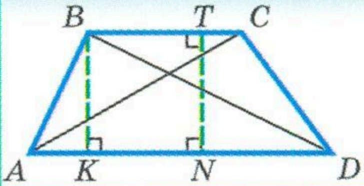
$$X(x;\ y) \to X'(x';\ y')$$

$$x' = x + a; \quad y' = y + b$$


Таблиця 11
ПЕРЕТВОРЕННЯ ПОДІБНОСТІ
ОЗНАЧЕННЯ І ВЛАСТИВОСТІ
F Y X X' F' Y'
Перетворення подібності — це, перетворення, при якому відстані між точками змінюються в одну й ту саму кількість разів.
1. Перетворення подібності зберігає кути між променями
2. У подібних фігур відповідні кути рівні, а відповідні відрізки — пропорційні
$\frac{X'Y'}{XY} = k$ — коефіцієнт подібності
ГОМОТЕТІЯ
Якщо точка X відображується в точку X', то це означає:
1) Точка X' лежить на промені OX;
2) $\frac{OX'}{OX} = k$
$X'Y' \parallel XY$
ПОДІБНІСТЬ ТРИКУТНИКІВ
ОЗНАЧЕННЯ
ВЛАСТИВОСТІ
ОЗНАКИ ПОДІБНОСТІ ТРИКУТНИКІВ
У подібних трикутників відповідні кути рівні, а відповідні відрізки пропорційні
$\angle A = \angle A_1;\ \angle B = \angle B_1;\ \angle C = \angle C_1$
$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1C_1}{AC} = \frac{h_1}{h} = \frac{R_1}{R} = k$
$\frac{P_1}{P} = \frac{A_1B_1}{AB} = k$
$\frac{S_{\triangle A_1B_1C_1}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{A_1B_1}{AB}\right)^2 = k^2$
$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$
Два трикутники називаються подібними, якщо вони переводяться один в одний перетворенням подібності
1. За двома рівними кутами
Якщо $\angle A = \angle A_1;\ \angle B = \angle B_1$,
то $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$
2. За двома пропорційними сторонами і кутом між ними
Якщо $\angle A = \angle A_1;\ \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$,
то $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$
3. За трьома пропорційними сторонами
Якщо $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$,
то $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$
4. Пряма, паралельна стороні трикутника, відтинає трикутник, подібний даному
Якщо $PQ \parallel AC$
то $\triangle PBQ \sim \triangle ABC$


Таблиця 9
ПАРАЛЕЛОГРАМ ТА ЙОГО ВИДИ
Чотирикутник, у якого протилежні сторони попарно паралельні, називається паралелограмом
$ABDC$ — паралелограм $\Leftrightarrow AB \parallel CD,\ BC \parallel AD$
ВЛАСТИВОСТІ
1. Якщо $ABCD$ — паралелограм, то $AB = DC;\ AD = BC;$ $\angle A = \angle C;\ \angle B = \angle D$
У паралелограма протилежні сторони рівні, протилежні кути рівні
2. Якщо $ABCD$ — паралелограм, і BD — діагональ, то $\triangle ABD = \triangle CDB$
Діагональ ділить паралелограм на два рівні трикутники
3. Якщо $ABCD$ — паралелограм, AC і BD — діагональ, то $AO = OC;\ BO = OD$
Діагоналі паралелограма точкою перетину діляться пополам
4. $AC^2 + BD^2 = 2\left(AD^2 + AB^2\right)$
Сума квадратів діагоналей паралелограма дорівнює сумі квадратів усіх його сторін
ОЗНАКИ
1. Якщо $ABCD$ — чотирикутник і $AB \parallel CD;\ BC = AD,$ то $ABCD$ — паралелограм
Якщо в чотирикутнику дві сторони паралельні й рівні, то цей чотирикутник — паралелограм
2. Якщо $ABCD$ — чотирикутник, і $AB = DC;\ AD = BC,$ то $ABCD$ — паралелограм
Якщо в чотирикутнику протилежні сторони парами рівні, то цей чотирикутник — паралелограм
3. Якщо $ABCD$ — чотирикутник, і $AO = OC;\ BO = OD,$ то $ABCD$ — паралелограм
Якщо діагоналі чотирикутника в точці перетину діляться пополам, то цей чотирикутник — паралелограм
ПРЯМОКУТНИК
РОМБ
КВАДРАТ
45° 45°

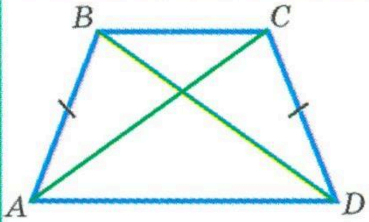
ТРАПЕЦІЯ



$\boxed{BC \parallel AD}$ **Чотирикутник, у якого дві сторони паралельні, а дві інші сторони непаралельні, називається трапецією**

$ABCD$ — трапеція, AD і BC — основи, AB і CD — бічні сторони, AC і BD — діагоналі, BK і TN — висоти

ОКРЕМІ ВИДИ ТРАПЕЦІЇ

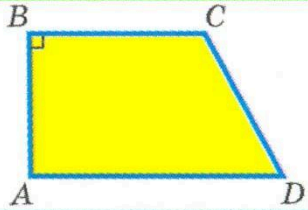


Рівнобічна трапеція — трапеція з рівними бічними сторонами $(AB = CD)$

ВЛАСТИВОСТІ

$\boxed{\angle A = \angle D}$ Кути при основі рівні (також $\angle B = \angle C$)

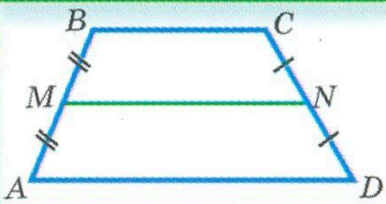
$\boxed{AC = BD}$ Діагоналі рівні



Прямокутна трапеція — це трапеція, у якої одна бічна сторона перпендикулярна до основ

$$\boxed{h_{\text{прямокутн. трапеції}} = AB}$$

СЕРЕДНЯ ЛІНІЯ ТРАПЕЦІЇ



Відрізок, який сполучає середини бічних сторін трапеції, називається середньою лінією трапеції

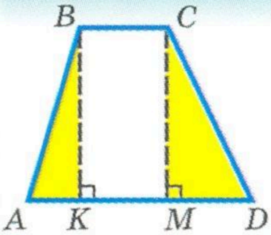
$\boxed{MN}$ — **середня лінія**

ВЛАСТИВОСТІ

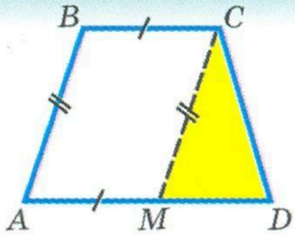
$$\boxed{\begin{matrix} MN \parallel AD \\ MN \parallel BC \end{matrix}} \qquad \boxed{MN = \frac{AD + BC}{2}}$$

Середня лінія трапеції паралельна основам і дорівнює їх півсумі

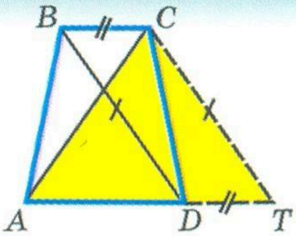
ТИПОВІ ДОДАТКОВІ ПОБУДОВИ ДЛЯ ТРАПЕЦІЇ
(зображені штриховими лініями)



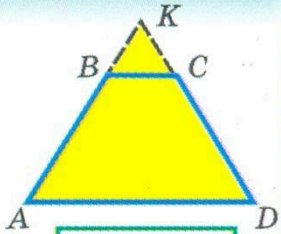
$\boxed{\begin{matrix} BK \perp AD \\ CM \perp AD \end{matrix}}$



$\boxed{CM \parallel BA}$

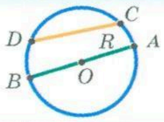


$\boxed{CT \parallel BD}$



AB і AD продовжити до перетину

Коло, хорди, дуги, дотичні й січні

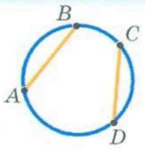


Коло – це фігура, яка складається з усіх точок площини, рівновіддалених від даної точки (центра)

O – центр кола; OA – радіус; AB – діаметр; CD – хорда (відрізок, що сполучає дві точки кола)

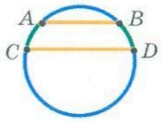
Найбільшою хордою є діаметр

Властивості дуг і хорд



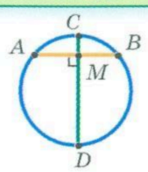
$\cup AB = \cup CD \Leftrightarrow AB = CD$

Рівні дуги стягують рівні хорди (і навпаки)



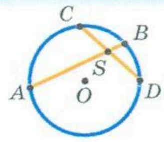
$AB \parallel CD \Rightarrow \cup AC = \cup BD$

Паралельні хорди відтинають на колі рівні дуги

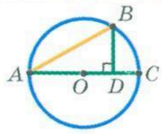


$CD \perp AB \Leftrightarrow AM = MB$

$\cup AC = \cup CB$ і $\cup AD = \cup DB$



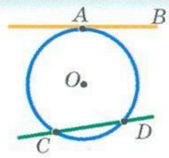
$AS \cdot SB = CS \cdot SD$



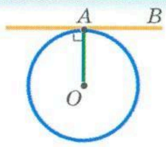
Якщо AB – хорда, AC – діаметр і $BD \perp AC$, то

$AB^2 = AC \cdot AD$
$BD^2 = AD \cdot DC$

Властивості дотичних і січних



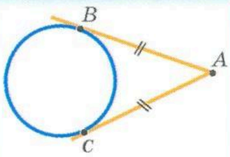
CD – **січна – пряма, що має з колом дві спільні точки**



$OA \perp AB$

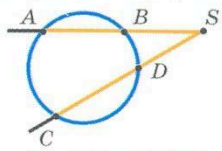
AB – дотична – **пряма, що має з колом лише одну спільну точку**

A – точка дотику



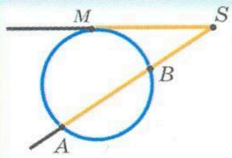
$AB = AC$

AB і AC – дотичні



$SA \cdot SB = SC \cdot SD$

SA і SC – січні

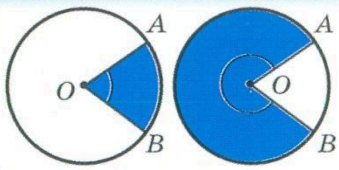


$SA \cdot SB = SM^2$

SM – дотична, M – точка дотику, SA – січна

Кути у колі

Центральний кут



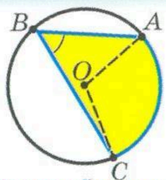
$\angle AOB$ – центральний кут

(вершина центрального кута збігається із центром кола)

$\angle AOB = \cup AB$

Центральний кут вимірюється дугою, на яку він спирається

Вписаний кут



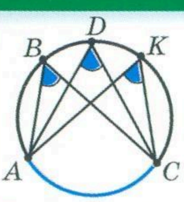
$\angle ABC$ – вписаний кут

(вершина вписаного кута лежить на колі, а сторони перетинають коло)

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC = \frac{1}{2} \angle AOC$$

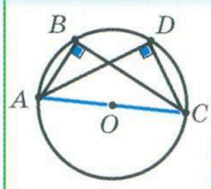
Вписаний кут вимірюється половиною дуги, на яку він спирається, і дорівнює половині центрального кута, що спирається на ту саму дугу

Властивості вписаних кутів



$\angle ABC = \angle ADC = \angle AKC$

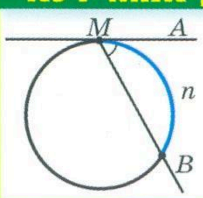
Вписані кути, які спираються на одну і ту саму дугу, рівні



$\angle ABC = \angle ADC = 90°$

Вписаний кут, який спирається на діаметр, дорівнює $90°$

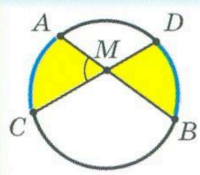
Кут між дотичною і січною



MA – дотична, MB – січна

$$\angle AMB = \frac{1}{2} \cup MnB$$

Вписаний кут



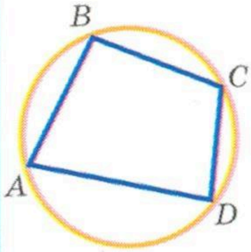
Хорди AB і CD перетинаються в точці M

$$\angle AMC = \frac{1}{2}(\cup AC + \cup DB)$$


Таблиця 13
ВПИСАНІ ТА ОПИСАНІ МНОГОКУТНИКИ
Вписаний многокутник (усі вершини лежать на колі)
Коло описане навколо многокутника
Описаний многокутник (усі сторони є дотичними до кола)
Коло вписане в многокутник
КОЛО, ОПИСАНЕ НАВКОЛО ТРИКУТНИКА І ВПИСАНЕ В ТРИКУТНИК
Описане коло
Центр O — точка перетину серединних перпендикулярів до сторін трикутника
$OA = OB = OC = R$
$R = \frac{a}{2\sin A}$
$R = \frac{abc}{4S_{\triangle ABC}}$
Вписане коло
Центр O — точка перетину бісектрис внутрішніх кутів трикутника;
$OD = r$; $OD \perp AB$
$r = \frac{S_{\triangle ABC}}{p}$
$p = \frac{a+b+c}{2}$
ПОЛОЖЕННЯ ЦЕНТРА ОПИСАНОГО КОЛА
Гострокутний трикутник
Тупокутний трикутник
Прямокутний трикутник
Центр O — середина гіпотенузи
$R = \frac{c}{2}$
ПРЯМОКУТНИЙ ТРИКУТНИК
$OK = OM = OD = r$
($OKCM$ — квадрат)
$r = \frac{a+b-c}{2}$
РІВНОБЕДРЕНИЙ ТРИКУТНИК
$AB = BC$
BD — висота, медіана і бісектриса;
AO — бісектриса кута A
$OD = r$

ВПИСАНИЙ ТА ОПИСАНИЙ ЧОТИРИКУТНИКИ

У вписаного чотирикутника

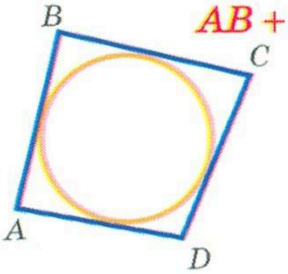


$\angle A + \angle C = 180°$

$\angle B + \angle D = 180°$

І навпаки: якщо у чотирикутника сума протилежних кутів дорівнює 180°, то навколо нього можна описати коло

В описаному чотирикутнику



$AB + CD = BC + AD$

(суми довжин протилежних сторін рівні)

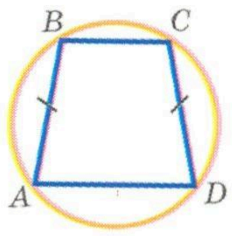
І навпаки: якщо в опуклого чотирикутника суми довжин протилежних сторін рівні, то в нього можна вписати коло

ПРЯМОКУТНИК

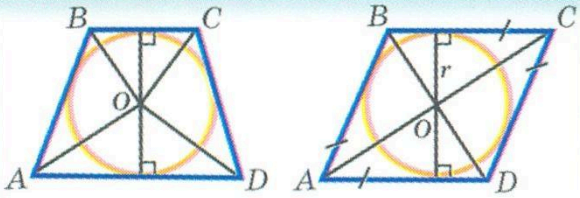
$R = \frac{1}{2}d$

1. Якщо паралелограм вписано в коло, то він є прямокутником
2. Центр кола, описаного навколо прямокутника, — точка перетину діагоналей

ТРАПЕЦІЯ І РОМБ



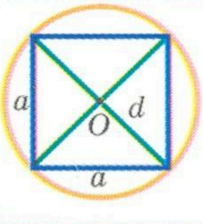
Якщо $ABCD$ — вписана трапеція, то $AB = CD$



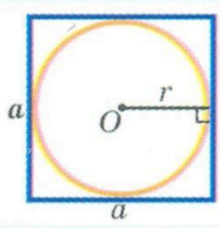
$d_{\text{вписан. кола}} = h$

O — точка перетину бісектрис внутрішніх кутів $\angle AOB = \angle COD = 90°$

КРАДРАТ



$R_{\text{опис}} = \frac{1}{2}d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$



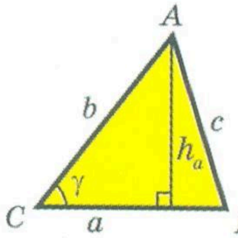
$r = \frac{1}{2}a$

Таблиця 15

ПЛОЩІ ТРИКУТНИКІВ І ЧОТИРИКУТНИКІВ

ПЛОЩА ТРИКУТНИКА

Довільний трикутник



$$S=\frac{1}{2}a\cdot h_a$$

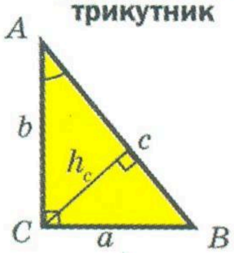
$$S=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$$

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$ — формула Герона $\left(p=\frac{a+b+c}{2}\right)$

$S=\frac{abc}{4R}$, де R — радіус описаного кола

$S=r\cdot p$, де r — радіус вписаного кола

Прямокутний трикутник

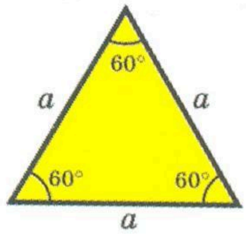


$$S=\frac{1}{2}ab$$

$$S=\frac{1}{2}c\cdot h_c$$

$$S=\frac{1}{2}bc\sin A$$

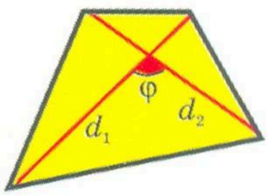
Правильний трикутник



$$S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

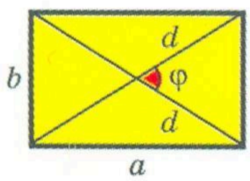
ПЛОЩА ЧОТИРИКУТНИКА

Довільний чотирикутник



$$S=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi$$

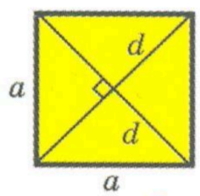
Прямокутник



$$S=ab$$

$$S=\frac{1}{2}d^2\sin\varphi$$

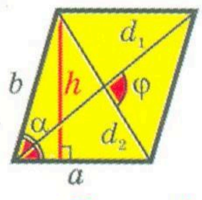
Квадрат



$$S=a^2$$

$$S=\frac{1}{2}d^2$$

Паралелограм

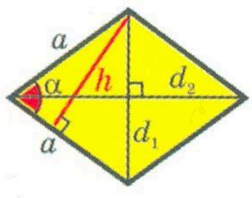


$$S=a\cdot h$$

$$S=ab\sin\alpha$$

$$S=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi$$

Ромб

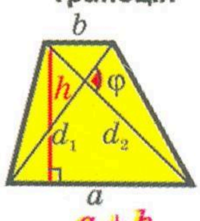


$$S=a\cdot h$$

$$S=a^2\sin\alpha$$

$$S=\frac{1}{2}d_1d_2$$

Трапеція



$$S=\frac{a+b}{2}\cdot h$$

$$S=m\cdot h$$

$$S=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi$$

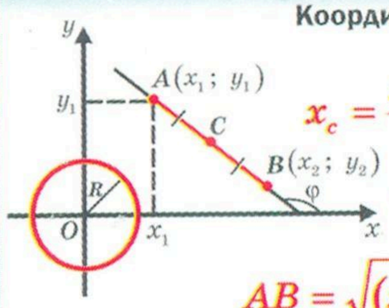

Таблиця 16
ДОВЖИНА КОЛА ТА ПЛОЩА КРУГА
ДОВЖИНА КОЛА ТА ЙОГО ЧАСТИН
$C = 2\pi R$ – довжина кола
$l = \frac{2\pi R}{360^\circ} \cdot n^\circ = \frac{\pi R n}{180}$ – довжина дуги, яка відповідає центральному куту в n градусів
$l = \frac{2\pi R}{2\pi} \cdot \alpha = R \cdot \alpha$ – довжина дуги, яка відповідає центральному куту в α радіан
ПЛОЩА КРУГА І ЙОГО ЧАСТИНИ
КРУГ
$S = \pi R^2$
СЕКТОР
$S = \frac{\pi R^2}{360} \cdot n$
Площа кругового сектора, який відповідає центральному куту в n градусів
$S = \frac{\pi R^2}{2\pi} \cdot \alpha = \frac{R^2 \alpha}{2}$
Площа кругового сектора, який відповідає центральному куту в α радіан
СЕГМЕНТ
$S_{\text{кругового сегмента}} = S_{\text{кругового сектора}} \mp S_{\triangle AOB}$
(при $\alpha < 180^\circ$ знак «-», при $\alpha > 180^\circ$ знак «+»)
ВЗАЄМНЕ РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМОЇ І КОЛА
(d – відстань від центра кола до прямої, r – радіус кола)
Спільних точок немає
$d > r$
Одна спільна точка
$d = r$
пряма AB – дотична
Дві спільні точки
$d < r$
пряма AB перетинає коло
ВЗАЄМНЕ РОЗМІЩЕННЯ ДВОХ КІЛ
($O_1O_2 = d$ – відстань між центрами кіл, r_1 і r_2 – радіуси кіл; $r_1 > r_2$)
Спільних точок немає
$d > r_1 + r_2$
$d < r_1 - r_2$
Одна спільна точка M
$d = r_1 + r_2$ – зовнішній дотик
$d = r_1 - r_2$ – внутрішній дотик
Дві спільні точки
$r_1 - r_2 < d < r_1 + r_2$
$KN \perp O_1O_2$
$KT = TN$

Таблиця 17

ДЕКАРТОВІ КООРДИНАТИ ТА ВЕКТОРИ НА ПЛОЩИНІ

ДЕКАРТОВІ КООРДИНАТИ

ФОРМУЛИ



Координати середини відрізка

C – середина AB

$$x_c = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad y_c = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Відстань між точками

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

РІВНЯННЯ ПРЯМОЇ

$$ax + by + c = 0$$

$$y = kx + b$$

$k = \operatorname{tg}\varphi$ – кутовий коефіцієнт

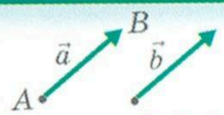
Рівняння кола

$$x^2 + y^2 = R^2$$

Центр кола – початок координат

R – радіус

ВЕКТОРИ



Напрямлений відрізок будемо називати вектором

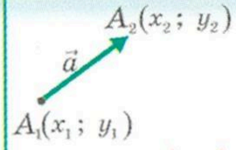
$$\overrightarrow{AB} = \vec{a}$$

$|\vec{a}| = AB$ – модуль вектора $\vec{a}$

РІВНІ ВЕКТОРИ

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} |\vec{a}| = |\vec{b}| \\ \text{вектори } \vec{a} \text{ і } \vec{b} \text{ однаково напрямлені} \end{cases}$$

КООРДИНАТИ ВЕКТОРА



$\vec{a}(a_1;\ a_2)$, де

$a_1 = x_2 - x_1$

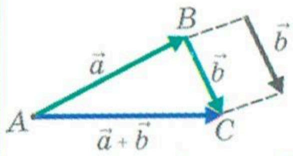
$a_2 = y_2 - y_1$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

ОПЕРАЦІЇ НАД ВЕКТОРАМИ

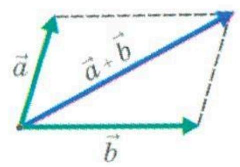
СУМА ВЕКТОРІВ

$$\vec{a}(a_1;\ a_2) + \vec{b}(b_1;\ b_2) = \vec{c}(a_1 + b_1;\ a_2 + b_2)$$



$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

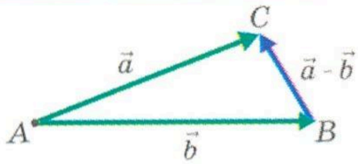
Правило трикутника



Правило паралелограма

РІЗНИЦЯ ВЕКТОРІВ

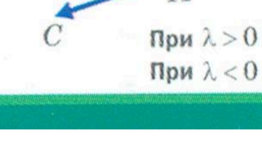
$$\vec{a}(a_1;\ a_2) - \vec{b}(b_1;\ b_2) = \vec{c}(a_1 - b_1;\ a_2 - b_2)$$



$$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$$

МНОЖЕННЯ ВЕКТОРА НА ЧИСЛО

$$\lambda\overrightarrow{(a_1;\ a_2)} = \overrightarrow{(\lambda a_1;\ \lambda a_2)}$$



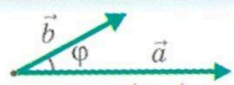
$$\overrightarrow{AC} = \lambda\overrightarrow{AB}$$

$$|\lambda\vec{a}| = |\lambda|\,|\vec{a}|$$

При $\lambda > 0$ вектори $\lambda\vec{a}$ і $\vec{a}$ однаково напрямлені

При $\lambda < 0$ вектори $\lambda\vec{a}$ і $\vec{a}$ протилежно напрямлені

СКАЛЯРНИЙ ДОБУТОК ВЕКТОРІВ



$$a \cdot b = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\varphi$$

В координатах:

$\vec{a}(a_1;\ a_2)$, $\vec{b}(b_1;\ b_2)$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$$


Таблиця 18
ПОЧАТКОВІ ВІДОМОСТІ СТЕРЕОМЕТРІЇ
РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ
ПРЯМІ
Перетинаються
Паралельні
Мимобіжні
$a \parallel b$
ПРЯМА І ПЛОЩИНА
Пряма a лежить у площині α
Паралельні
$a \parallel \alpha$
Паретинаються
Перпендикулярні ($a \perp b$, $a \perp c$,...)
$a \perp \alpha$
ПЛОЩИНИ
Паралельні
$\alpha \parallel \beta$
Перетинаються
Перпендикулярні $\gamma \perp c$ і $a \perp b$
$\alpha \perp \beta$
МНОГОГРАННИКИ
ПРИЗМА
Довільна призма (дві грані — рівні n-кутники, а всі інші n граней — паралелограми)
основа
вершина
бічне ребро
основа
Пряма призма (бічні ребра перпендикулярні до площини основи)
$AA_1 \perp$ пл. ABC, $AA_1 = H_{призми}$
$S_{бічної\ поверхні} = P_{основи} \cdot H$
$V_{призми} = S_{основи} \cdot H$
ПІРАМІДА
(одна грань — многокутник, а всі інші — трикутники зі спільною вершиною)
$SO \perp$ пл. ABC, $SO = H_{піраміди}$
$S_{повної\ поверхні}$ — сума площ усіх граней піраміди
$V_{піраміди} = \frac{1}{3} S_{основи} \cdot H$
ТІЛА ОБЕРТАННЯ
ЦИЛІНДР
$OABO_1$ – прямокутник, $OA = R_{основи}$
$AB = OO_1 = H_{циліндра}$
$S_{бічної\ поверхні} = 2\pi RH$
$S_{повної\ поверхні} = 2\pi RH + 2\pi R^2$
$V_{циліндра} = \pi R^2 H$
КОНУС
$\triangle SOA$ – прямокутний ($\angle SOA = 90°$)
$OA = R_{основи}$; $SO = H_{конуса}$
$SA = l$ – твірна конуса
$S_{бічної\ поверхні} = \pi Rl$
$S_{повної\ поверхні} = \pi Rl + \pi R^2$
$V_{конуса} = \frac{1}{3} \pi R^2 H$
КУЛЯ
BC – діаметр круга, що обертається
$OB = OC = OA = R_{кулі}$
$S_{кулі} = 4\pi R^2$
$V_{кулі} = \frac{4}{3} \pi R^3$