موضوع الاختبار رقم 3 لتحضير امتحان شهادة البكالوريا
شعبة العلوم التجريبية

التمرين الأول: (4 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

لتكن النقط A(1,-1,2) , B(2,0,-1) , C(0,1,-1)

1/ بيّن أن النقط A، B، C تعين مستويا.

2/اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3/نعتبر المستوي(P) الذي معادلة له : $x + 2y + z - 1 = 0$ و (S) سطح كرة التي معادلتها:

$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 2z + 5 = 0$

أ/بيّن أن مركز (S) هو النقطة I(2,3,-1) و نصف قطرها R=3

ب/بيّن أن المسافة بين النقطة I والمستوي (P) هي $\sqrt{6}$

ج/إستنتج أن المستوي (P) يقطع سطح الكرة (S) وفق دائرة (c) نصف قطرها $r = \sqrt{3}$

4/عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) المار من I و العمودي على (P)

5/ بيّن أن مركز الدائرة (c) هي النقطة H(1,1,-2)

التمرين الثاني :(4 نقط)

$$\begin{cases} u_1 + u_3 = 30e \\ \ln(u_2) - \ln(u_4) + 2\ln 3 = 0 \end{cases}$$

(u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حيث:

حيث ln اللوغاريتم النيبري و e أساسها

1/ عين u_1 و q أساس(u_n)

2/عبر عن u_nبدلالة n

3/احسب بدلالة n المجموع :$S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

4/(v_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي: $V_n = \ln(u_{n+2}) + \ln(u_{n+1})$

أ/ اكتب v_nبدلالة n ثم بيّن أن (v_n) متتالية حسابية

ب/ عين العدد الطبيعي n بحيث: $\ln 3 + v_0 + v_1 + \ldots + v_n = 12\ 48$

التمرين الثالث : (4 نقط)

1/ حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة: $z^2 - 6z + 25 = 0$

2/ نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب:

$a = 3 + 4i$, $b = 3 - 4i$, $c = 2 + 3i$, $d = 5 + 6i$

ا/ احسب $\dfrac{d-c}{a-c}$ ثم استنتج أن النقط A، C ، D في استقامية

ب/ عين العدد g لاحقة G صورة النقطة A بالتحاكي الذي مركزه B ونسبته $\frac{3}{2}$

ج/ اكتب على الشكل الأسي العدد المركب $\dfrac{d-g}{a-g}$ ثم إستنتج أن $GD = \sqrt{2}\ GA$

التمرين الرابع: (8 نقط)

I) g دالة عددية معرفة على0 , +∞[ ] بـ : $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

1/ أدرس تغيرات الدالة g

2/ بيّن أن المعادلة g(x) =0 تقبل حلا وحيدا α من المجال[1 [$\frac{3}{2}$,

3/ إستنتج إشارة g(x) على المجال 0 , +∞[ ]

II) نعتبر الدالة f المعرفة على 0 , +∞[ ] كما يلي : $f(x) = \frac{x^2 + 1 - \ln x}{x}$

و(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1/ بيّن أن لكل x من المجال 0 , +∞[ ] : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة f

2/أحسب نهاية الدالة f عند 0 و +∞ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3/ بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته y = x مقارب للمنحنى (C_f) بجوار +∞ ثم أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

4/ بيّن أن $f(\alpha) = 2\alpha - \frac{1}{\alpha}$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$

5/ أنشئ C_f)) و (Δ) .

6/ أ- جد الدالة الأصلية للدالة : $(1 - \ln x)\frac{1}{x}$ x و التي تنعدم من أجل x = e

ب- أحسب المساحة $S(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: y = x , x = 1 , x = α حيث α العدد المشار إليه في الجزء I

ج- تحقق أن: $S(\alpha) = \frac{\alpha^2(2-\alpha^2)}{2}$

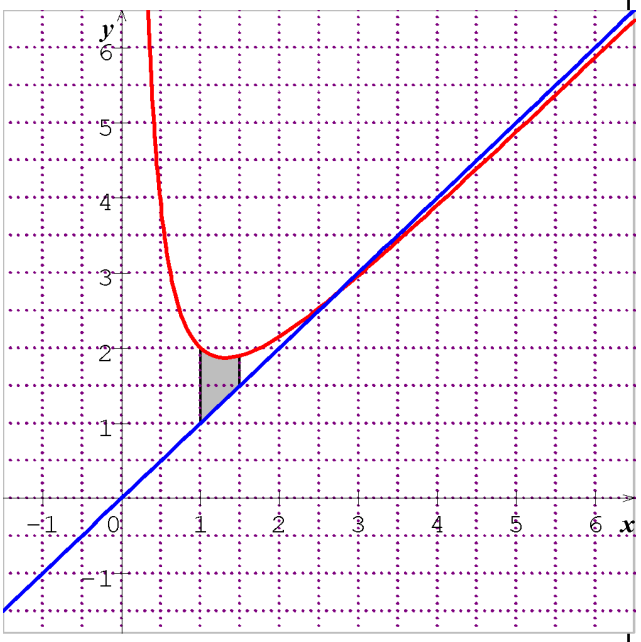
تصحيح موضوع الاختبار رقم 3 لتحضير امتحان شهادة البكالوريا
شعبة العلوم التجريبية

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة	
		مجزأة	المجموع

الهندسة الفضائية	**التمرين الأول (04 نقط)** 1) النقط $A \square B \square C$ تعين مستويا ..... 0.5 2) معادلة (ABC) هي $x+2y+z-1=0$ ..... 1 3) (S) سطح كرة معادلتها $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=9$ ..... 0.5 $d(I \square (p))=\sqrt{6}$ ..... 0.5 (p) يقطع (S) وفق دائرة ..... 0.5 4) التمثيل الوسيطي لـ (d) هو $\begin{cases} x=t+2 \\ y=2t+3 \\ z=t-1 \end{cases} \quad t \in R$ 0.5 5) $H(1 \square 1 \square -2)$ هي مركز (c)	04
المتتاليات العددية	**التمرين الثاني:(04 نقط)** **1)** $u_1=3e$ ، $q=3$ ..... 0.5+0.5 **2)** $u_n=e3^n$ . ..... 0.5 **3)** $S_n=\frac{3e}{2}(3^n-1)$ . ..... 0.5 **4)** أ) $v_n=(2\ln 3)n+2+3\ln 3$ ..... 0.5 ب) (v_n) حسابية أساسها $r=2\ln 3$ ..... 0.5 جـ) $v_0+v_1+.....+v_n=2n+2+(n^2+4n+3)\ln 3$ ..... 0.5+0.5 $n^2+4n-45=0$ و منه $n=5$	04

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة

			المجموع
الأعداد المركبة و التحويلات النقطية	**التمرين الثالث :(04 نقط)** **1)** $\Delta = (8i)^2$ ، $z_1 = 3+4i$ ، $z_2 = 3-4i$	1	04
	2) أ) $\frac{z_D - z_C}{z_A - z_C} = 3$ $Arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_A - z_C}\right) = 0$	0.75	
	و منه النقط $A \square C \square D$ في استقامية	0.75	
	ب) $z_G = 3 + 8i$	0.5+0.5	
	جـ) $\frac{z_D - z_G}{z_A - z_G} = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$	0.5	
	$\frac{GD}{GA} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و منه $GA = \sqrt{2}GD$		
دوال لوغاريتمية	**التمرين الرابع(08 نقط)** I 1) أ) النهايات	0.25×2	08
	ب) $g'(x) = 2x + \frac{1}{x}$ والاشارة $g'(x) > 0$	0.5	
	جدول التغيرات	0.25	
	2) مبرهنة القيم المتوسطة	1	
	إشارة $g(x)$	0.5	
	II 1) $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$	0.5	
	إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$	0.25	
	f متناقصة على $]0;\alpha]$ و f متزايدة على $[\alpha;+\infty[$	0.25×2 0.25×2	
	2) النهايات	0.25	
	جدول التغيرات	0.5	
	3) $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-x]=0$ (d) ذو المعادلة : $y=x$ مقارب لـ (c_f)		

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة	
		مجزأة	المجموع
دوال لوغارتمية	تابع للتمرين الرابع : $f(x)-y=\dfrac{1-\ln x}{x}$ (c_f) فوق (d) على $]0;e[$ و (c_f) تحت (d) على $]e;+\infty[$ $(c_f)\cap(d)=\{(e;e)\}$ 4) إثبات أن : $f(\alpha)=2\alpha-\dfrac{1}{\alpha}$ والحصر: $1<f(\alpha)<\dfrac{7}{2}$ 5) الرسم  6) أ) الدالة الأصلية h : $h(x)=\ln x-\dfrac{1}{2}(\ln x)^2-\dfrac{1}{2}$ ..... ب) $S_{(\alpha)}=\int_1^{\alpha}[f(x)-x]dx=\dfrac{(2-\ln\alpha)\ln\alpha}{2}$	0.5 0.25+0.25 0.75 0.5 0.25 0.25	

		جـ) $\ln\alpha = 2-\alpha^2$ و $S_{(\alpha)} = \frac{\alpha^2(2-\alpha^2)}{2}$	

موضوع الاختبار رقم 4 لتحضير امتحان شهادة البكالوريا
شعبة العلوم التجريبية

التمرين الأول: (04نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة علىN كما يلي: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{4}{3}$

1. ارسم في معلم متعام و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ المنحني (C_f) الممثل للدالة f المعرفة على IR حيث: $f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$ و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$
2. مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 باستعمال الرسم السابق و دون حساب الحدود
   - ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها
   - برهن بالتراجع أنه و من أجل كل عدد طبيعي n أن: $1 \le u_n < 4$
   - ادرس اتجاه تغيرات المتتالية (u_n)
3. نعتبر (v_n) المتتالية المعرفة على IN بالعلاقة $v_n = u_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي غير معدوم
   - عين قيمة α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول v_0

نضع $\alpha = -4$

- اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n
- تحقق من صحة تخمينك حول تقارب المتتالية (u_n)
- أحسب بدلالة nالمجموع : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

التمرين الثاني: (03نقاط)

z عدد مركب، نعتبر $P(z)$ حيث $P(z)=z^3-6z^2+12z-16$

1. عين العددين الحقيقيين a و b بحيث $P(z)=(z-4)(z^2+az+b)$ ثم حل في C المعادلة: $P(z)=0$

2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

A و B نقطتين من المستوى لاحقتيهما $a=1+i\sqrt{3}$ و $b=1-i\sqrt{3}$ على الترتيب

- عين طبيعة المثلث OAB

3. أحسب $(a-b)^{2011}$ وأكتبه على الشكل الأسي

4. أوجد لاحقة مرجح الحملة $\{(A;1);(B,1);(C,-3)\}$ حيث C نقطة لاحقتها العدد4

التمرين الثالث: (05نقاط)

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

لتكن النقط $A(2,1,-1)$ ، $B(-1,2,4)$ ، $C(0,-2,3)$ و $D(1,1,-2)$ و المستوي (P) الذي معادلة له: $x-2y+z+1=0$

أذكر إن كان الجواب صحيحا أم خاطئا معللا إجابتك:

1. النقط C,B,A تعين مستويا
2. المستقيم (AC) محتوى في المستوي (P)
3. معادلة الديكارتية للمستوي (ABD) هي: $x+8y-z-11=0$
4. تمثيل وسيطي للمستقيم (AC) هو:

$$\begin{cases} x=2t \\ y=2+3t \\ z=3-4t \end{cases} \qquad t\in R$$

5. سطح الكرة التي مركزها D ونصف قطرها $\frac{\sqrt{6}}{3}$ تمس المستوي (P)

التمرين الرابع: (08نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\left\|\vec{i}\right\|=\left\|\vec{j}\right\|=3cm$ نعتبر الدالة f المعرفة على R كما يلي : $f(x)=x-\frac{1}{1+e^x}$ (C)تمثيلها البياني في المعلم السابق

1. احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
2. بين أن: من أجل كل x من R : $f'(x)>0$ ثم شكل جدول تغيرات f

3. بين أن المنحنى(C) يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و (Δ') معادلتهما على الترتيب $y = x$ و $y = x - 1$

4. أدرس الوضع النسبي للمنحنى(C) و المستقيمين (Δ) و (Δ')

5. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0 < \alpha < \frac{1}{2}$

6. بين أن $I(0;-\frac{1}{2})$ مركز تناظر للمنحنى (C) ثم أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة I

7. أنشئ (C_f) المماس (T)

8. باستعمال المنحنى البياني عين قيمة m الحقيقية حتى تقبل المعادلة: $me^x + m = 1$ حلا وحيدا

9. تحقق أنه من أجل كل x من R: $f(x) = x - \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$ ثم استنتج دالة أصلية لـ f على R

أحسب بالسنتيمتر المربع $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل و المستقيمات التي معادلتها $x = \alpha$ و $x = 2$ حيث α العدد المشار إليه في السؤال 5

تصحيح موضوع الاختبار رقم 4 لتحضير امتحان شهادة البكالوريا
شعبة العلوم التجريبية

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة	
		مجزأة	المجموع

المتتاليات العددية الهندسة في الفضاء	**التمرين الأول (04 نقط)**		04
	1) الرسم	0.25	
	2) تمثيل على محور الفواصل الحدود : u_0 ، u_1 ، u_2	0.5	
	التخمين : يبدو أن (u_n) متزايدة و متقاربة نحو العدد 2	0.25+0.25	
	استعمال الاستدلال بالتراجع لإثبات : $1 \le u_n \le 4$	0.5	
	اتجاه التغير (u_n) : (u_n) متتالية متزايدة	0.25	
	(u_n) متزايدة و محدودة من الأعلى بـ 4 فهي متقاربة	0.25 0.5	
	3) (v_n) هندسية من أجل $\alpha = -4$		
	$q = \frac{2}{3}$ و $v_0 = -3$	0.25+0.25	
	4) أ) $v_n = -3\left(\frac{2}{3}\right)^n$ $u_n = -3\left(\frac{2}{3}\right)^n + 4$	0.25	
	ب) $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 4$	0.5	
	جـ) $S_n = 9\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} - 1\right] + 4(n+1)$		
	التمرين الثاني:(05 نقط)	1	
	$\vec{AB}(-3;1;5)$ ، $\vec{AC}(-2;-3;4)$		
	6. النقط A B C تعين مستويا (صحيح)	1	
	لأن $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ غير مرتبطين خطيا	1	
	7. المستقيم (AC) محتوى في المستوي (P) (خطأ) لأن $C \notin (P)$	1	
	8. معادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي: $x + 8y - z - 11 = 0$ (خطأ) لأن $C \notin (ABC)$		

		9. تمثيل وسيطي للمستقيم (AC) هو: $\begin{cases} x = 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 4t \end{cases} \quad t \in R$	
محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
المتتاليات العددية	**تابع للتمرين الثاني:** 10.سطح الكرة التي مركزها D ونصف قطرها $\frac{\sqrt{6}}{3}$ تمس المستوي (P) (صحيح) لأن $d(D;(P)) = \frac{\sqrt{6}}{3}$	1	
الأعداد المركبة	**<u>التمرين الثالث</u>: (03 نقاط)** 1. $P(z) = (z-4)(z^2 - 2z + 4)$ $z = 4$ أو $z^2 - 2z + 4 = 0$ $\Delta' = (i\sqrt{3})^2$ ، $z' = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z'' = 1 - i\sqrt{3}$ 2. $OA = OB = AB = 2$ المثلث OAB متقايس الأضلاع مساحة المثلث 3. $(\frac{z_A - z_B}{2\sqrt{3}})^{2011} = -i$ $(\frac{z_A - z_B}{2\sqrt{3}})^{2011} = e^{i(-\frac{\pi}{2})}$ و الشكل الأسي 4. $z_G = 10$	0.5 0.75 0.5 0.25 0.5 0.25 0.25	03

دوال أسية	**التمرين الرابع: (08 نقاط)** 1. $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ 2. $f'(x)=1+\frac{e^x}{(1+e^x)^2}$ و $f'(x)>0$ من **R** أجل كل x من جدول التغيرات 3. $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-x]=0$ و $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(x-1)]=0$ 4. $f(x)-x=-\frac{1}{1+e^x}$ و منه (c_f) يقع تحت (Δ) $f(x)-(x-1)=\frac{e^x}{1+e^x}$ و منه (c_f) يقع فوق (Δ')	0.25+0.25 0.5+0.25 0.75 0.25+0.25 0.25 0.25	

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة	
		مجزأة	المجموع

	1	**تابع للتمرين الرابع :** 5. إثبات وجود α (تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة)	دوال أسية
	0.5	$I\left(0;-\frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر	
	0.5	معادلة المماس (T) : $y=\frac{7}{4}x-\frac{1}{2}$	
	1+0.25	6. رسم المنحني (C_f) و المماس (T)	
	0.5	7. قيم m : $-1<m<0$	
	0.25 0.25 0.75	8. التحقق من أن : $f(x)=x-\frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$ الدالة الأصلية للدالة f المساحة $A(\alpha)$	