

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

MECÁNICA Y ESTADÍSTICA

IN CLASIFICADO

EXCERTE DE LA PÁGINA #1

E-3

Una variable aleatoria tiene la función de densidad
 $f(x) = \frac{1}{4} \cos\left(\frac{x}{2}\right)$, si $-\pi \leq x \leq \pi$, 0 en otro intervalo.

Determinar:

- Si satisface las propiedades de una función de densidad de probabilidad
- La gráfica $f(x)$
- La función de distribución acumulada
- Si satisface las propiedades de c.
- La gráfica $F(x)$
- La $F(x)$
- La $V(x)$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} \cos\left(\frac{x}{2}\right) & -\pi \leq x \leq \pi \\ 0 & \text{otro } x \end{cases}$$

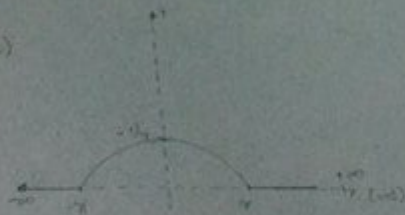
x. f(x) no puede tomar valores negativos

$$\begin{aligned} -\pi &\leq x \leq \pi \\ -\pi/2 &\leq x/2 \leq \pi/2 \\ \cos\left(\frac{x}{2}\right) &\geq \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \\ \frac{1}{4} \cos\left(\frac{x}{2}\right) &\geq \frac{1}{4} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{4} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{x}{2}\right) &\geq \frac{1}{4} \\ f(x) &\geq 0 \end{aligned}$$

El área total debajo de $f(x)$ debe ser igual a 1

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{4} \cos\left(\frac{x}{2}\right) dx &= \frac{1}{4} \int_{-\pi}^{\pi} \cos\left(\frac{x}{2}\right) dx \\ &= \frac{1}{4} \left[2 \sin\left(\frac{x}{2}\right) \right]_{-\pi}^{\pi} \\ &= \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{2} \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \\ &= 1 \end{aligned}$$

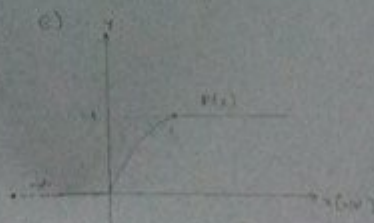
≥ 1)



$$\begin{aligned} \Rightarrow c) F(x) &= \int_{-\pi}^x \frac{1}{4} \cos\left(\frac{t}{2}\right) dt \\ &= \frac{1}{4} \left[2 \sin\left(\frac{t}{2}\right) \right]_{-\pi}^x \\ F(x) &= \frac{1}{2} \sin\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow d) \frac{d}{dx} F(x) &= f(x) \\ \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{2} \sin\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{1}{2} \right] &= \frac{1}{4} \cos\left(\frac{x}{2}\right) = f(x) \end{aligned}$$

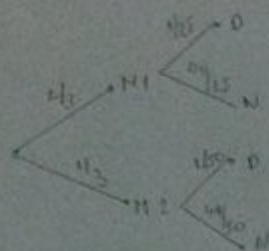
$$\begin{aligned} \Rightarrow e) a < b &\Rightarrow F(b) - F(a) \\ a &= 1 \quad F(1) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} \\ b &= 2 \quad F(2) = \frac{1}{2} \sin(1) + \frac{1}{2} \\ F(b) &= F(a) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} f) F(x) &= \int_{-\pi}^x \frac{1}{4} \cos\left(\frac{t}{2}\right) dt \\ F(x) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g) V(x) &= \int_{-\pi}^{\infty} f(x) u^2 f(x) dx \\ &= \int_{-\pi}^{\pi} x^2 \left(\frac{1}{4} \cos\left(\frac{x}{2}\right) \right)^2 dx \\ V(x) &= 1.85 \end{aligned}$$

Supongase que la máquina 1 produce diariamente el doble de artículos que la máquina 2, es decir, el 4% de los artículos de la máquina 1 tienden a ser defectuosos, mientras que la máquina 2 produce solo alrededor de 2% de defectuosos. Supongamos que se combinan los productos de las dos máquinas. Se toma una muestra aleatoria de 10 del resultado como la probabilidad de que esta muestra contenga 2 artículos defectuosos.



$$P = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{25} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{50}$$

$$P = \frac{11}{30}$$

$$q = \frac{19}{30}$$

$$f(x) = \binom{10}{2} \left(\frac{11}{30}\right)^2 \left(\frac{19}{30}\right)^8$$

$$f(x) = 45 (8,4717 \times 10^{-4})$$

$$f(x) = 0,03812 //$$

3. Se ha encontrado que el número de fallas de transistores de un computador electrónico o parte de una herramienta puede considerarse como una variable aleatoria que tiene una distribución con parámetro λ . Es decir, en promedio hay una falla de un transistor cada 10 horas. Cada persona que necesita 20 horas de tiempo de computo.

a) Encontrar la probabilidad de que el proceso anterior pueda ser completado exitosamente. Se supone que la máquina llega a ser inoperante sólo si fallan 2 o más transistores.

b) Lo mismo que en a) excepto que la máquina llega a ser inoperante si fallan 2 o más.

$$\lambda = 0,2$$

$$a) P(x) = 1 - f(x) - f(x)$$

$$f(x) = 1 - \frac{e^{-0,2} \cdot 0,2^1}{1} - \frac{e^{-0,2} \cdot 0,2^2}{2} - \frac{e^{-0,2} \cdot 0,2^3}{6}$$

$$f(x) = 0,8181 //$$

$$b) P(x) = 1 - f(x) - f(x)$$

$$f(x) = 0,8198 //$$

Problema 2: Las duraciones de los instrumentos electrónicos D1 y D2 tienen distribuciones $N(40, 25)$ y $N(45, 9)$ respectivamente.

- a) ¿Cuál debe preferirse para usarlo durante un periodo de 45 horas?
b) ¿Cuál debe preferirse para usarlo durante un periodo de 48 horas?

a) $x = 45$

opción 1 ✓
 $N(40, 25)$

$$Z = \frac{45 - 40}{5}$$

$$Z = 0.9375$$

opción 2
 $N(45, 9)$

$$Z = \frac{45 - 45}{3}$$

$$Z = 0$$

La opción D1 es la más óptima

b) $x = 48$

opción D1
 $N(40, 25)$

$$Z = \frac{48 - 40}{5}$$

$$Z = 1.6$$

$$P(Z) = 0.9544$$

opción D2 ✓
 $N(45, 9)$

$$Z = \frac{48 - 45}{3}$$

$$Z = 1$$

$$P(Z) = 0.6293$$

La opción D2 es la más óptima

5. Sea X una variable aleatoria con distribución exponencial

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que X tome un valor mayor que la media?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que X tome un valor que se encuentre a una distancia menor o igual a una desviación estándar a la media?
c) ¿Ya de desviaciones?

a) $P(X > \mu) = 1 - \int_0^\mu \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 - (1 - e^{-\lambda \mu}) = e^{-\lambda \mu}$

b) $P(X < \mu + \sigma) = \int_0^{\mu + \sigma} \lambda e^{-\lambda t} dt = (1 - e^{-\lambda(\mu + \sigma)})$

c) $P(X < \mu + \sigma) = \int_0^{\mu + \sigma} \lambda e^{-\lambda t} dt = (1 - e^{-\lambda(\mu + \sigma)})$

