

**Partie I : Le moteur synchrone :**

**I.1 Le solénoïde :**

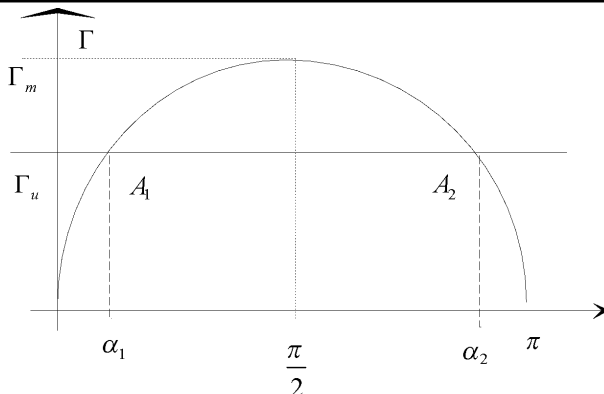
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p>I-1 a) Pour le solénoïde infini, <math>\alpha_1 = 0</math> et <math>\alpha_2 = \pi</math> soit <math>B = B_\infty u_x = \mu_o \frac{N}{L} u_x</math> ; <math>B_\infty = \mu_o \frac{N}{L}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                           |  |
| <p>b) Le champ créé par les 2 solénoïdes est de même sens et leurs contributions sont égales en O :</p> $B = 2 \frac{B_\infty}{2} (\cos(\alpha_1) - \cos(\alpha_2)) = \frac{\mu_o N L}{L} \left( \frac{L+l}{\sqrt{(L+l)^2 + a^2}} - \frac{l}{\sqrt{l^2 + a^2}} \right) I = kI$ $k = \frac{\mu_o N L}{L} \left( \frac{L+l}{\sqrt{(L+l)^2 + a^2}} - \frac{l}{\sqrt{l^2 + a^2}} \right) = 1,62.10^{-3} T.A^{-1}$ <p style="text-align: right;">et <math>B = 6.5.10^{-3} T</math></p> |  |

**I.2 Production d'un champ tournant :**

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p>I.2.a) C a pour rôle de déphaser i' par rapport à i. Les deux champs en O sont perpendiculaires, par forcément de même amplitude et déphasés. On peut penser à la polarisation des ondes électromagnétiques ou aux figures de lissajoux), le champ <math>\vec{B}</math> total est un vecteur tournant dans le plan xOy (son extrémité d'écrit une ellipse)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
| <p>b) On note <math>\underline{u} = U\sqrt{2} \exp(j\omega_o t)</math></p> <p>Pour (S) : <math>\underline{i} = \frac{\underline{u}}{R + jL\omega_o}</math> alors <math>i(t) = \frac{U\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + L^2\omega_o^2}} \cos(\omega_o t - \varphi)</math> avec <math>\tan(\varphi) = \frac{L\omega_o}{R}</math></p> <p>Pour (S) : <math>\underline{i}' = \frac{\underline{u}}{R + j\left(L\omega_o - \frac{1}{C\omega_o}\right)}</math> alors <math>i'(t) = \frac{U\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega_o - \frac{1}{C\omega_o}\right)^2}} \cos(\omega_o t - \varphi')</math> avec</p> <p><math>\tan(\varphi') = \frac{L\omega_o - \frac{1}{C\omega_o}}{R}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                          |  |
| <p>I.2.c) Les deux conditions s'écrivent :</p> <p>• <math>I = I'</math> alors <math>(L\omega_o)^2 = \left(L\omega_o - \frac{1}{C\omega_o}\right)^2</math> soit <math>L\omega_o = L\omega_o - \frac{1}{C\omega_o}</math> (1) ou <math>L\omega_o = -\left(L\omega_o - \frac{1}{C\omega_o}\right)</math> (2)</p> <p>La seule solution physique est la (2) soit <math>2L\omega_o = \frac{1}{C\omega_o}</math> soit <math>2LC\omega_o^2 = 1</math></p> <p>• <math>\varphi = \varphi' - \frac{\pi}{2}</math> alors <math>\tan(\varphi) = \tan\left(\varphi' - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\tan(\varphi')}</math> alors <math>\frac{L\omega_o}{R} = -\frac{R}{L\omega_o - \frac{1}{C\omega_o}}</math></p> <p><math>L\omega_o \left(L\omega_o - \frac{1}{C\omega_o}\right) = -R^2</math> soit <math>L^2\omega_o^2 - \frac{L}{C} = -R^2 = L^2\omega_o^2 - 2L^2\omega_o^2</math> : <math>L = \frac{R}{\omega_o}</math> et <math>C = \frac{1}{2L\omega_o^2}</math></p> |  |
| <p>D'où <math>I = I' = \frac{U}{\sqrt{2}R}</math> et <math>\tan(\varphi) = 1</math> alors <math>\varphi = \frac{\pi}{4}</math> et <math>\varphi' = -\frac{\pi}{4}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |  |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p>Les courants <math>i(t)</math> et <math>i'(t)</math> sont alors déphasés de <math>\frac{\pi}{2}</math> et ont même valeurs efficaces.</p> <p>Dans ce cas la " polarisation " du champ <math>\vec{B}</math> total est circulaire.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |  |
| <p>I.2.d) <math>L = \frac{R}{\omega_o} = \frac{25.1}{2(3,14)50} = 80mH</math> ; <math>C = \frac{1}{2L\omega_o^2} = \frac{1}{2R\omega_o} = 63\mu F</math> ; <math>I = I' = \frac{U}{\sqrt{2}R} = \frac{220}{\sqrt{2}25.1} = 3.1A</math> avec <math>U=110V</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |  |
| <p>I.2.e) A l'aide de la question I.1 b) valable dans l'approximation des régimes quasi-permanents, il vient :</p> $\vec{B} = k i'(t) \vec{u}_x + k i(t) \vec{u}_y = k I \sqrt{2} \left( \cos\left(\omega_o t + \frac{\pi}{4}\right) \vec{u}_x + \cos\left(\omega_o t - \frac{\pi}{4}\right) \vec{u}_y \right)$ <p>ce qui représente bien un champ tournant de module</p> $B_o = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{2k^2 I^2 \left( \cos^2\left(\omega_o t + \frac{\pi}{4}\right) + \sin^2\left(\omega_o t + \frac{\pi}{4}\right) \right)} = \sqrt{2} k I$ <p>dans le plan xOy à la fréquence</p> $f_o = \frac{\omega_o}{2\pi} = 50Hz$ <p>du générateur et de module</p> $B_o = \sqrt{2} k I = \frac{k U}{R} = 7,1.10^{-3} T$ |  |

### 3- Entraînement de la pièce mobile :

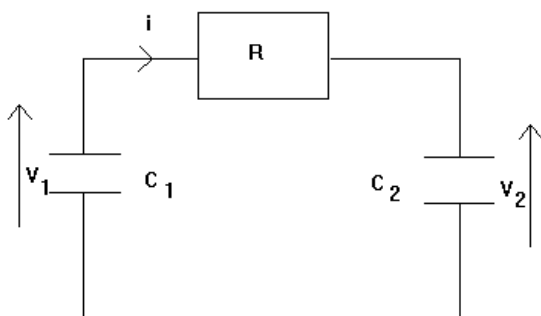
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                      |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p>I.3.a) L'aimant de moment <math>\vec{M}</math> placé dans le champ <math>\vec{B}</math> subit un couple <math>\Gamma = \vec{M} \wedge \vec{B}</math></p> <p>A un instant <math>t</math>, <math>\Gamma = \vec{M} \wedge \vec{B} = MB \sin(\alpha + (\omega - \omega_o)t) \vec{u}_z</math></p> <p>En moyenne, <math>\langle \Gamma \rangle = MB \langle \sin(\alpha + (\omega - \omega_o)t) \rangle \vec{u}_z</math> alors</p> <ul style="list-style-type: none"><li><math>\langle \Gamma \rangle = 0</math> si <math>\omega = \omega_o</math> : le champ n'a pas d'action sur l'aimant</li><li><math>\langle \Gamma \rangle = MB \sin(\alpha) \vec{u}_z</math> : le champ entraîne l'aimant.</li></ul>                                                                                                                            |                                                                                      |  |
| <p>I.3.b) Le dispositif ne fonctionne que si <math>\omega = \omega_o</math> (d'où le nom de machine synchrone) alors l'angle entre <math>\vec{M}</math> et <math>\vec{B}</math> reste constant et égal à <math>\alpha</math>.</p> <p>Le couple <math>\Gamma(\alpha) = MB \sin(\alpha)</math> est moteur si <math>\Gamma(\alpha) &gt; 0</math> soit <math>0 &lt; \alpha &lt; \pi</math> et donc l'aimant suit le champ magnétique dans son mouvement.</p> <p>La puissance que peut fournir le moteur est celle, qui en régime permanent qu'il reçoit du champ soit</p> $P = \Gamma \omega$ <p>elle est maximale pour <math>\omega = \omega_o</math> et <math>\alpha = \frac{\pi}{2}</math> et <math>P_m = MB_o \omega_o</math></p> <p>La source d'énergie est le générateur qui alimente les bobines créant <math>\vec{B}</math></p> |                                                                                      |  |
| <p>I.3.c) <math>\Gamma(\alpha) = MB \sin(\alpha) = \Gamma_m \sin(\alpha)</math></p> <p>Graphique pour <math>0 &lt; \alpha &lt; \pi</math></p> <p>En régime permanent, le moteur fournit à l'extérieur un couple utile <math>\Gamma_u</math> égal au couple reçu <math>\Gamma</math>.</p> <p>L'égalité <math>\Gamma_u = \Gamma</math> ( avec <math>\Gamma_u &lt; \Gamma_m</math> ) conduit à deux valeurs de fonctionnement de <math>\alpha</math>, <math>\alpha_1</math> et <math>\alpha_2</math></p> <p>symétrique par rapport à <math>\frac{\pi}{2}</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |  |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p>I.3.d) Un régime permanent de fonctionnement du moteur est dit stable si, lorsque le moteur prend accidentellement de l'avance ( ou du retard) sur son régime permanent, le jeu des forces qu'il subit lui fait perdre cette avance ou ce retard. Il est instable dans le cas contraire.</p> <p>A partir de <math>A_1</math>, si <math>\alpha</math> augmente à partir de <math>\alpha_1</math> (c'est à dire lorsque l'aimant prend du retard sur le régime permanent ) alors <math>\Gamma</math> augmente et le champ <math>B</math> va donc l'entraîner plus fortement pour lui permettre de combler son retard.</p> <p>Si à partir de <math>A_1</math>, <math>\alpha</math> diminue alors avec <math>\Gamma &lt; \Gamma_u</math> le champ réagit en lui faisant perdre son avance. <math>A_1</math> correspond à un régime stable.</p> $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ <p>Inversement <math>A_2</math> est instable. Le domaine de stabilité</p> |  |
| <p>I.3.e) Non car si <math>\omega = 0</math>, <math>\omega \neq \omega_o</math> et <math>\langle \Gamma \rangle = 0</math> : L'aimant immobile n'accroche pas dans le champ tournant. La pièce polaire doit préalablement être lancée à la vitesse de rotation <math>\omega = \omega_o</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |  |

## Partie II : Transfert thermique dans une barre :

### II.1 Bilan énergétique :

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p>II.1.a) En supposant qu'il n'y ait pas d'autre apport d'énergie que la chaleur, la différence entre le flux entrant en x et le flux sortant en x + dx est égale à l'accroissement par unité de temps de l'énergie interne du système :</p> $j_{th}(x)\Sigma - j_{th}(x+dx)\Sigma = -\frac{\partial j_{th}}{\partial x}\Sigma dx = \rho\Sigma dx \frac{\partial T}{\partial t}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |  |
| <p>Cet apport d'énergie entraîne une élévation locale dT de la température du cylindre de masse <math>\rho S \delta x</math> pendant le temps dt, la quantité de chaleur apportée au cylindre par unité de temps est égale au flux d'énergie reçue par conduction ; si c est la chaleur massique, on obtient :</p> $\rho\Sigma dx c dT = j_{th}(x)\Sigma dt - j_{th}(x+dx)\Sigma dt = -\frac{\partial j_{th}}{\partial x}\Sigma dx dt \quad ; \quad \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial j_{th}}{\partial x} = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |  |
| <p>II.1.b) <math>j_{th} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}</math> : Le flux de chaleur se déplace de la température la plus élevée vers la température la plus basse. D'où le signe -. <math>\lambda</math>, conductivité thermique, est un coefficient positif qui s'exprime en</p> $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad D = \frac{\lambda}{\rho c} \quad \text{en m}^2.s^{-1}$ <p>W.m-1.K-1. Il vient</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |  |
| <p>II.1.c)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Physiquement, si la capacité thermique des sources est infinie, elles peuvent fournir de l'énergie thermique sans modifier leur température. Ce sont des thermostats.</li> <li>En régime permanent, <math>\frac{\partial T}{\partial t} = 0</math> alors <math>\frac{d^2 T}{dx^2} = 0</math> soit <math>T = ax + b</math> alors comme <math>T(0)=T_1</math> et <math>T(L)=T_2</math>, il vient <math display="block">T(x) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{L}x</math> car pour <math>T_1 &gt; T_2</math>, T(x) diminue avec x.</li> <li>En régime permanent le flux thermique est uniforme : <math display="block">\Phi = \Sigma j_{th} = \lambda \frac{T_1 - T_2}{L} \Sigma</math></li> </ul> <p>La résistance thermique est</p> $R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi} = \frac{\lambda \Sigma}{L}$ |  |
| II.1.d)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |  |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Si <math>\lambda_i \rightarrow \infty</math> : le thermostat " propage " bien la chaleur ; sa température <math>T_i</math> est donc uniforme ( <math>j_{th} = -\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial x}</math> fini avec <math>\lambda_i \rightarrow \infty</math> donc <math>\frac{\partial T_i}{\partial x} = 0</math> )</li> <li>• C non finis , alors <math>T_1(t)</math> et <math>T_2(t)</math> dépendant du temps (non constantes)</li> <li>• <math>C \gg (\rho \Sigma L)c</math> donc <math>\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0</math> , <math>\Phi</math> uniforme dans la barre comme en régime stationnaire d'où <math>T(x,t) = T_1(t) + \frac{T_2(t) - T_1(t)}{L}x</math></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                      |
| <p>II.1.e) Bilan de puissance pour <math>S_1</math> , <math>dH = CdT_1 = -\Phi dt</math> ( <math>\Phi</math> est le flux reçu par la barre donc cédé par la source)</p> <p>Bilan de puissance pour <math>S_2</math> , <math>dH = CdT_2 = \Phi dt</math> ( <math>\Phi</math> est le flux cédé par la barre donc reçu par la source)</p> <p>D'où, <math>C \frac{dT_1}{dt} = -\Phi = -C \frac{dT_2}{dt}</math> soit <math>\frac{dT_1}{dt} + \frac{dT_2}{dt} = 0</math> alors <math>T_1 + T_2 = T_{o1} + T_{o2}</math></p> <p><math>C \frac{dT_1}{dt} = -\Phi = -\frac{T_1 - T_2}{R_{th}} = -\frac{2T_1 - T_1^\circ - T_2^\circ}{R_{th}}</math></p> <p>Il vient :</p> <p><math>C \frac{dT_1}{dt} + \frac{2T_1}{R_{th}} = \frac{T_1^\circ + T_2^\circ}{R_{th}}</math> soit <math>\frac{R_{th}C}{2} \frac{dT_1}{dt} + T_1 = \frac{T_1^\circ + T_2^\circ}{2}</math></p> <p>Solution particulière : <math>T_{1p} = \frac{T_1^\circ + T_2^\circ}{2}</math> : Solution homogène : <math>T_{1h} = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)</math> avec <math>\tau = \frac{R_{th}C}{2}</math></p> <p>Solution générale : <math>T_1(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{T_1^\circ + T_2^\circ}{2}</math> . A <math>t=0</math> , <math>T_1 = A + \frac{T_1^\circ + T_2^\circ}{2} = T_1^\circ</math> soit <math>A = \frac{T_1^\circ - T_2^\circ}{2}</math></p> <p><math>T_1(t) = \frac{T_1^\circ - T_2^\circ}{2} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{T_1^\circ + T_2^\circ}{2} = T_1^\circ - \frac{T_1^\circ - T_2^\circ}{2} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)</math></p> <p><math>T_2(t) = T_1^\circ + T_2^\circ - T_1(t) = T_1^\circ + T_2^\circ - T_1^\circ + \frac{T_1^\circ - T_2^\circ}{2} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right) = T_2^\circ + \frac{T_1^\circ - T_2^\circ}{2} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)</math></p> <p>alors</p> |                                                                                      |
| <p>On a la même chose que la décharge d'un condensateur dans un autre :</p> <p><math>V_1 \longleftrightarrow T_1</math><br/> <math>V_2 \longleftrightarrow T_2</math><br/> <math>C \longleftrightarrow C</math><br/> <math>R \longleftrightarrow R_{th}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |  |

## II.1 Bilan entropique :

|                                                 |                                                                                                      |
|-------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>II.2.a) L'entropie d'une barre est vint:</p> | $S - S_o = mC \ln\left(\frac{T}{T_o}\right)$ <p>Si le système est une tranche d'épaisseur dx, il</p> |
|-------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|

$$S(t, x) - S_o = \rho \Sigma dx C \ln \left( \frac{T(x, t)}{T_o} \right) . \text{ Pendant } dt, \quad dS = \delta S_e + \delta S_c$$

$$\begin{aligned} dS &= \rho \Sigma dx C \ln \left( \frac{T(x, t+dt)}{T_o} \right) - \rho \Sigma dx C \ln \left( \frac{T(x, t)}{T_o} \right) \\ &= \rho \Sigma dx C (\ln(T(x, t+dt)) - \ln(T(x, t))) = \rho \Sigma dx C \left( \frac{\partial \ln(T(x, t))}{\partial t} \right) dt \end{aligned}$$

Or,

$$dS = \rho \Sigma dx C \frac{1}{T(x, t)} \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right) dt$$

Autre méthode : On utilise l'identité thermodynamique:  $dU = TdS = \rho c \Sigma dx dT$

$$\text{Alors } dS = \rho c \Sigma dx \frac{dT}{T} = \frac{\rho c \Sigma dx}{T} \frac{\partial T}{\partial t} dt$$

$$\delta S_e = \frac{Q(x, t)}{T(x, t)} - \frac{Q(x+dx, t)}{T(x+dx, t)} = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q}{T} \right) dx = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{j_{th}(x, t)}{T(x, t)} \right) \Sigma dx dt$$

Le terme d'échange est ;

$$\text{Le terme de création est : } \delta S_c = (d\tau) dt \sigma(x, t) = \Sigma dx dt \sigma(x, t)$$

$$\text{Alors } \rho \Sigma dx C \frac{1}{T(x, t)} \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right) dt = \Sigma dx dt \sigma(x, t) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{j_{th}(x, t)}{T(x, t)} \right) \Sigma dx dt$$

$$\rho C \frac{1}{T(x, t)} \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right) = \sigma(x, t) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{j_{th}(x, t)}{T(x, t)} \right)$$

$$\text{II.2.b) En régime permanent, } \frac{\partial T}{\partial t} = 0, \quad \sigma(x) = \frac{d}{dx} \left( \frac{j_{th}(x)}{T(x)} \right)$$

$$\text{Or, d'après le paragraphe précédent, } T(x) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{L} x \quad \text{alors } j(x) = -\lambda \frac{dT}{dx} = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{L} = cte$$

$$\sigma(x) = \frac{d}{dx} \left( \frac{j_{th}(x)}{T(x)} \right) = j_{th} \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{T(x)} \right) = -\frac{j_{th}}{T^2(x)} \frac{dT}{dx} = \lambda \left( \frac{T_2 - T_1}{L} \right)^2 \frac{1}{\left( T_1 + \frac{T_2 - T_1}{L} x \right)^2}$$

$$\sigma(x) = \frac{\lambda}{\left( \frac{LT_1}{T_2 - T_1} + x \right)^2} = \frac{\lambda (T_2 - T_1)^2}{(LT_1 + x(T_2 - T_1))^2}$$

L'entropie créée par unité de temps est:

$$S_{cr} = \int_0^L \sigma(x) \Sigma dx = \int_0^L -\frac{j_{th}}{T^2(x)} \frac{dT}{dx} \Sigma dx = -\Sigma j_{th} \int_0^L \frac{dT}{T^2(x)} = \Sigma j_{th} \left( \frac{1}{T(L)} - \frac{1}{T(0)} \right)$$

$$S_{cr} = -\Sigma \lambda \frac{T_2 - T_1}{L} \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) = \Sigma \lambda \frac{(T_2 - T_1)^2}{LT_2 T_1} > 0$$

: Ceci traduit bien l'irréversibilité

II.2.c) L'entropie échangée par unité de temps est :

$$S_e = \frac{\phi(0)}{T(x=0)} - \frac{\phi(x=L)}{T(x=L)} = \phi \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = -j_{th} \Sigma \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) < 0$$

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p>II.2.d) On note que <math>S_{ech} = -S_{cr}</math> d'où <math>\Delta S = S_{ech} + S_{cr} = 0</math>. La transformation que subit la barre en régime permanent est donc isentropique alors qu'elle n'est ni adiabatique (échange avec les thermostats), ni réversible ( la conduction thermique est irréversible).</p> |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|