Câu 19. **[2D3-1.3-3]** **(THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{x}\ln x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{9}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x-2)+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x-2)+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{9}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x-1)+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{9}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x-2)+C$.

Lời giải

Chọn A.

$I=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\sqrt{x}\ln x.\mathrm{d}x$.

Đặt: $t=\sqrt{x}\Rightarrow \mathrm{d}t=\frac{1}{2\sqrt{x}}\mathrm{d}x\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$.

$\Rightarrow I=2\int t^2\ln t^2.\mathrm{d}t=4\int t^2\ln t.\mathrm{d}t$.

Đặt: $\begin{cases}u=\ln t\\ \mathrm{d}v=t^2\mathrm{d}t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\frac{1}{t}\mathrm{d}t\\ v=\frac{t^3}{3}\end{cases}$.

$\Rightarrow I=2\left(\frac{1}{3}t^3\ln t-\frac{1}{3}\int t^2\mathrm{d}t\right)=2\left(\frac{1}{3}t^3\ln t-\frac{1}{9}t^3+C\right)=\frac{2}{9}t^3(3\ln t-1)+C$

$=\frac{2}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(3\ln\sqrt{x}-1\right)+C$

$=\frac{1}{9}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x-2)+C$.

Câu 36. **[2D3-1.3-3]** **(CỤM 5 CHUYÊN ĐỒNG BẰNG SÔNG HỒNG NĂM 2018)** Cho $f(x)=\frac{x}{\cos^2 x}$ trên $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $xf'(x)$ thỏa mãn $F(0)=0$. Biết $a\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ thỏa mãn $\tan a=3$. Tính $F(a)-10a^2+3a$.

A. $-\frac{1}{2}\ln 10$.

B. $-\frac{1}{4}\ln 10$.

C. $\frac{1}{2}\ln 10$.

D. $\ln 10$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $F(x)=\int xf'(x)\mathrm{d}x=\int x\mathrm{d}f(x)=xf(x)-\int f(x)\mathrm{d}x$

Ta lại có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\int x\mathrm{d}(\tan x)=x\tan x-\int\tan x\mathrm{d}x=x\tan x-\int\frac{\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x$

$=x\tan x+\int\frac{1}{\cos x}\mathrm{d}(\cos x)=x\tan x+\ln|\cos x|+C\Rightarrow F(x)=xf(x)-x\tan x-\ln|\cos x|+C$

Lại có: $F(0)=0\Rightarrow C=0$, do đó: $F(x)=xf(x)-x\tan x-\ln|\cos x|$.

$\Rightarrow F(a)=af(a)-a\tan a-\ln|\cos a|$

Khi đó $f(a)=\dfrac{a}{\cos^2 a}=a\left(1+\tan^2 a\right)=10a$ và $\dfrac{1}{\cos^2 a}=1+\tan^2 a=10 \Leftrightarrow \cos^2 a=\dfrac{1}{10}$

$\Leftrightarrow |\cos a|=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$.

Vậy $F(a)-10a^2+3a=10a^2-3a-\ln\left|\dfrac{1}{\sqrt{10}}\right|-10a^2+3a=\dfrac{1}{2}\ln 10$.

Câu 35: **[2D3-1.3-3]** **(Thử nghiệm - MD2 - 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$ và thỏa mãn $f'(x)=|x-1|+|x-2|$, $f(0)+f\left(\dfrac{3}{2}\right)=1; f(4)=2$. Giá trị của biểu thức $f(-1)+f(3)+f\left(\dfrac{3}{2}\right)$ bằng

A. -4. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** -5.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$f'(x)=|x-1|+|x-2|=\begin{cases}2x-3 & khi \quad x>2\\ 1 & khi \quad 1<x<2\\ 3-2x & khi \quad x<1\end{cases}$$

Suy ra $$f(x)=\begin{cases}x^2-3x+c & khi \quad x>2\\ x+d & khi \quad 1<x<2\\ 3x-x^2+e & khi \quad x<1\end{cases}$$

Từ giả thiết $f(0)+f\left(\dfrac{3}{2}\right)=1; f(4)=2$ ta c

$$\begin{cases}e+\left(\dfrac{3}{2}\right)+d=1\\ c+4=2\end{cases} \Rightarrow c+e+\left(\dfrac{3}{2}\right)+d=-1$$

$$\Rightarrow f(-1)+f\left(\dfrac{3}{2}\right)+f(3)=(e-4)+\left(\dfrac{3}{2}\right)+d+c=-1-4=-5$$