

Câu 19. [2D3-1.3-3] (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018) Tìm nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \sqrt{x} \ln x$$

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{9} x^{\frac{3}{2}} (3 \ln x - 2) + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} (3 \ln x - 2) + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{2}{9} x^{\frac{3}{2}} (3 \ln x - 1) + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{2}{9} x^{\frac{3}{2}} (3 \ln x - 2) + C$

Lời giải

Chọn A.

$$I = \int f(x) dx = \int \sqrt{x} \ln x dx$$

$$t = \sqrt{x} \Rightarrow dt = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx \Rightarrow 2t dt = dx$$

Đặt:

$$\Rightarrow I = 2 \int t^2 \ln t^2 dt = 4 \int t^2 \ln t dt$$

$$\begin{cases} u = \ln t \\ dv = t^2 dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{t} dt \\ v = \frac{t^3}{3} \end{cases}$$

Đặt:

$$\Rightarrow I = 2 \left(\frac{1}{3} t^3 \ln t - \frac{1}{3} \int t^2 dt \right) = 2 \left(\frac{1}{3} t^3 \ln t - \frac{1}{9} t^3 + C \right) = \frac{2}{9} t^3 (3 \ln t - 1) + C$$

$$= \frac{2}{9} x^{\frac{3}{2}} (3 \ln \sqrt{x} - 1) + C$$

$$= \frac{1}{9} x^{\frac{3}{2}} (3 \ln x - 2) + C$$

Câu 36. [2D3-1.3-3] (CỤM 5 CHUYÊN ĐỒNG BẢNG SÔNG HỒNG NĂM 2018) Cho

$$f(x) = \frac{x}{\cos^2 x} \text{ trên } \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right) \text{ và } F(x) \text{ là một nguyên hàm của } xf'(x) \text{ thỏa mãn } F(0) = 0$$

Biết $a \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$ thỏa mãn $\tan a = 3$. Tính $F(a) - 10a^2 + 3a$.

A. $-\frac{1}{2} \ln 10$

B. $-\frac{1}{4} \ln 10$

C. $\frac{1}{2} \ln 10$

D. $\ln 10$

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } F(x) = \int xf'(x) dx = \int x df(x) = xf(x) - \int f(x) dx$$

$$\text{Ta lại có: } \int f(x) dx = \int \frac{x}{\cos^2 x} dx = \int x d(\tan x) = x \tan x - \int \tan x dx = x \tan x - \int \frac{\sin x}{\cos x} dx$$

$$= x \tan x + \int \frac{1}{\cos x} d(\cos x) = x \tan x + \ln |\cos x| + C \Rightarrow F(x) = xf(x) - x \tan x - \ln |\cos x| + C$$

$$\text{Lại có: } F(0) = 0 \Rightarrow C = 0, \text{ do đó: } F(x) = xf(x) - x \tan x - \ln |\cos x|$$

$$\Rightarrow F(a) = af(a) - a \tan a - \ln |\cos a|$$

Khi đó $f(a) = \frac{a}{\cos^2 a} = a(1 + \tan^2 a) = 10a$ và $\frac{1}{\cos^2 a} = 1 + \tan^2 a = 10 \Leftrightarrow \cos^2 a = \frac{1}{10}$
 $\Leftrightarrow |\cos a| = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

Vậy $F(a) - 10a^2 + 3a = 10a^2 - 3a - \ln \left| \frac{1}{\sqrt{10}} \right| - 10a^2 + 3a = \frac{1}{2} \ln 10$.

Câu 35: [2D3-1.3-3] (Thử nghiệm - MD2 - 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$ và

thỏa mãn $f'(x) = |x-1| + |x-2|$, $f(0) + f\left(\frac{3}{2}\right) = 1$; $f(4) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(3) + f\left(\frac{3}{2}\right)$ bằng

A. -4 . B. $-\frac{1}{2}$. C. $-\frac{3}{2}$.

D. -5 .

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$f'(x) = |x-1| + |x-2| = \begin{cases} 2x-3 & \text{khi } x > 2 \\ 1 & \text{khi } 1 < x < 2 \\ 3-2x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + c & \text{khi } x > 2 \\ x + d & \text{khi } 1 < x < 2 \\ 3x - x^2 + e & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

Suy ra

Từ giả thiết $f(0) + f\left(\frac{3}{2}\right) = 1$; $f(4) = 2$ ta có

$$\begin{cases} e + \frac{9}{2} + d\frac{3}{2} = 1 \\ c + e + \frac{9}{2} + d\frac{3}{2} = -1 \\ c + 4 = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(-1) + f\left(\frac{3}{2}\right) + f(3) = (e - 4) + \frac{9}{2} + d\frac{3}{2} + c = -1 - 4 = -5$$