متقن معاش ابراهيم السنة الدراسية:08-09
عين التوتة الأقسام: 3تقني رياضي

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات
الموضوع الأول

التمرين الاول:)7 نقاط)

$(V_n),(U_n)$ متتاليتان معرفتان على $\mathbb{N}$ كما يلي:

$U_0=3$ و $U_{n+1}=\frac{U_n+V_n}{2}$, $V_n=\frac{7}{U_n}$

1) احسب : $V_3,U_3,V_2,U_2,V_1,U_1,V_0$

2)برهن بالتراجع أنه من أجل n عدد طبيعي : $V_n>0,U_n>0$

3)بين انه من اجل n عدد طبيعي : $U_{n+1}-V_{n+1}=\frac{1}{4U_{n+1}}(U_n-V_n)^2$

- استنتج انه من اجل n عدد طبيعي: $U_n-V_n\geq 0$
- بين أن (U_n) متناقصة و أن (V_n) متزايدة
- بين من اجل n عدد طبيعي غير معدوم: $U_n\geq\frac{21}{8}$

4) أثبت انه من اجل n عدد طبيعي: $U_{n+1}-V_{n+1}\leq\frac{1}{10}(U_n-V_n)^2$

- استنتج باستعمال البرهان بالتراجع أنه من أجل n عدد طبيعي: $U_n-V_n\leq\frac{1}{10^{2^n-1}}$
- استنتج ان $(V_n),(U_n)$ متجاورتان و استنتج $\lim U_n$

التمرين الثاني:(5 نقاط)

I) g دالة معرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي : $g(x)=1-\frac{2}{x}-\ln x$

- احسب $g'(x)$
- استنتج اتجاه تغير g ثم اشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]2,+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=x-3-\frac{\ln x}{x-2}$$

(C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{I},\vec{J})$

1) احسب النهايات عند اطراف مجال التعريف

2) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y=x-3$ مستقيم مقارب للمنحنى (C) ثم ادرس الاوضاع النسبية لـ (Δ) و (C)

3) بين انه من اجل x ينتمي الى المجال $]2,+\infty[$ فان:

$$f'(x)=1-\frac{g(x)}{(x-2)^2}$$

- استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول التغيرات
- بين ان المعادلة : $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[3,4]$
- ارسم (Δ) و (C)

التمرين الثالث:(5 نقاط)

نعتبر كثير الحدود P المعرف كما يلي:

$$P(Z)=Z^4-6Z^3+24Z^2-18Z+63$$

1) عين الاعداد الحقيقية a,b حتى يكون :

$$P(Z)=(Z^2+3)(Z^2+aZ+b)$$

2) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(Z)=0$

3) عين في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس النقط D,C,B,A التي لواحقها:

$$Z_D=\overline{Z_C}, Z_C=3+2i\sqrt{3}, Z_B=-i\sqrt{3}, Z_A=i\sqrt{3}$$

- بين ان النقط D,C,B,A تنتمي الى الدائرة ذات المركز $I(3,0)$
- ما طبيعة المثلث BEC حيث E هي نظيرة D بالنسبة الى مبدأ الاحداثيات

التمرين الرابع:(3 نقاط)

ينسب الفضاء الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{I},\vec{J},\vec{K})$

(D) المستقيم المار من النقطة $A(1,2,-3)$ و شعاع توجيهه $\vec{U}\begin{pmatrix}2\\-1\\-1\end{pmatrix}$

(P) المستوي ذو المعادلة: $x+2y-3z-1=0$

أجب بصح أو خطأ مع التعليل:

1)النقطة $M(-1,3,2)$ تنتمي الى المستقيم (D)

2) المستقيم (D) و المستوي (P) متقاطعان

3)المستوي (P') ذو المعادلة : $4x-5y-2z+3=0$ عمودي على المستوي (P)

4)بعد النقطة $M'(-1,-3,2)$ عن المستوي (P) يساوي $\sqrt{14}$

5) اذا كانت احداثيات B هي: $(0,7,0)$ فان المستقيم (AB) يوازي (P)

بالتوفيق