

متقن معاش ابراهيم
عين التوتة

السنة الدراسية: 08-09
الأقسام: 3 تقني رياضي
اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات
الموضوع الأول

التمرين الاول: (7 نقاط)

متتاليتان معرفتان على $\mathbb{N}$ كما يلي:

$$U_{n+1} = \frac{U_n + V_n}{2}, \quad V_n = \frac{7}{U_n} \quad \text{و} \quad U_0 = 3$$

(1) احسب : $V_3, U_3, V_2, U_2, V_1, U_1, V_0$

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل n عدد طبيعي : $V_n > 0, U_n > 0$

$$U_{n+1} - V_{n+1} = \frac{1}{4U_{n+1}} (U_n - V_n)^2 \quad (3) \text{ بين انه من اجل } n \text{ عدد طبيعي :}$$

● استنتج انه من اجل n عدد طبيعي : $U_n - V_n \geq 0$

● بين أن (U_n) متناقصة و أن (V_n) متزايدة

● بين من اجل n عدد طبيعي غير معدوم : $U_n \geq \frac{21}{8}$

$$U_{n+1} - V_{n+1} \leq \frac{1}{10} (U_n - V_n)^2 \quad (4) \text{ أثبت انه من اجل } n \text{ عدد طبيعي :}$$

● استنتج باستعمال البرهان بالتراجع أنه من أجل n عدد طبيعي : $U_n - V_n \leq \frac{1}{10^{2^n-1}}$

● استنتج ان $(U_n), (V_n)$ متجاورتان و استنتج $\lim U_n$

التمرين الثاني: (5 نقاط)

(I) g دالة معرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 - \frac{2}{x} - \ln x$

● احسب $g'(x)$

● استنتج اتجاه تغير g ثم اشارة $g(x)$ على المجال $]0, +\infty[$

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]2, +\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = x - 3 - \frac{\ln x}{x - 2}$$

(C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{I}, \vec{J})$

(1) احسب النهايات عند اطراف مجال التعريف

(2) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = x - 3$ مستقيم مقارب للمنحنى (C) ثم ادرس الازواض النسبية لـ (Δ) و (C)

(3) بين انه من اجل x ينتمي الى المجال $[2, +\infty[$ فان:

$$f'(x) = 1 - \frac{g(x)}{(x-2)^2}$$

- استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول التغيرات
- بين ان المعادلة : $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[3, 4]$
- ارسم (Δ) و (C)

التمرين الثالث: (5 نقاط)

نعتبر كثير الحدود P المعروف كما يلي:

$$P(Z) = Z^4 - 6Z^3 + 24Z^2 - 18Z + 63$$

(1) عين الاعداد الحقيقية a, b حتى يكون :

$$P(Z) = (Z^2 + 3)(Z^2 + aZ + b)$$

(2) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(Z) = 0$

(3) عين في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس النقط D, C, B, A التي لواحقتها:

$$Z_D = \overline{Z_C}, Z_C = 3 + 2i\sqrt{3}, Z_B = -i\sqrt{3}, Z_A = i\sqrt{3}$$

- بين ان النقط D, C, B, A تنتمي الى الدائرة ذات المركز $I(3, 0)$
- ما طبيعة المثلث BEC حيث E هي نظيرة D بالنسبة الى مبدأ الاحداثيات

التمرين الرابع: (3 نقاط)

ينسب الفضاء الى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$

$$\vec{U} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

(D) المستقيم المار من النقطة $A(1, 2, -3)$ و شعاع توجيهه

(P) المستوي ذو المعادلة: $x + 2y - 3z - 1 = 0$

أجب بصح أو خطأ مع التعليل:

- (1) النقطة $M(-1, 3, 2)$ تنتمي الى المستقيم (D)
- (2) المستقيم (D) و المستوي (P) متقاطعان
- (3) المستوي (P') ذو المعادلة : $4x - 5y - 2z + 3 = 0$ عمودي على المستوي (P)
- (4) بعد النقطة $M'(-1, -3, 2)$ عن المستوي (P) يساوي $\sqrt{14}$
- (5) اذا كانت احداثيات B هي: $(0, 7, 0)$ فان المستقيم (AB) يوازي (P)

بالتوفيق