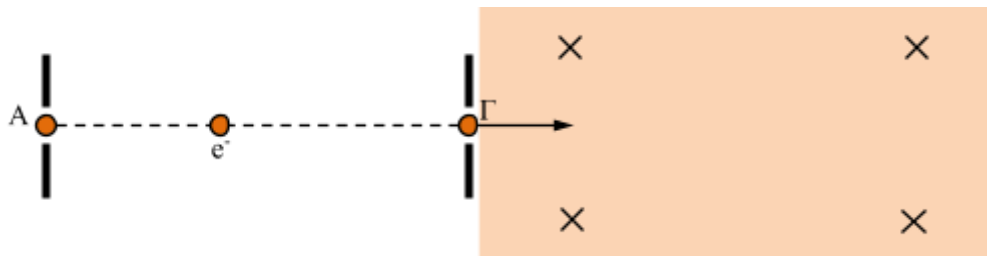


Η απόκλιση της δέσμης ηλεκτρονίων από ένα μαγνητικό πεδίο

Μια οριζόντια δέσμη ηλεκτρονίων, εισέρχεται με σχεδόν μηδενική ταχύτητα στο σημείο Α ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, που δημιουργήθηκε ανάμεσα στους κατακόρυφους οπλισμούς επίπεδου πυκνωτή. Επιταχύνεται προς τα δεξιά και εξέρχεται από το σημείο Γ, όπως στο σχήμα.



Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων εισόδου-εξόδου είναι $V_A - V_\Gamma = -4,5 \cdot 10^3 \text{ V}$. Αμέσως μετά την έξοδο της από το ηλεκτρικό πεδίο, η δέσμη εισέρχεται σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο, με φορά προς τη σελίδα και μέτρο έντασης $B = 0,5 \cdot 10^{-7} \text{ T}$.

α) Βρείτε την κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου και το μέτρο v_Γ της ταχύτητας ενός ηλεκτρονίου στο σημείο Γ.

β) Να εξηγήσετε γιατί η δέσμη θα αποκλίνει κατακόρυφα από την αρχική πορεία της και να υπολογίσετε αυτή την απόκλιση, μετά από οριζόντια διαδρομή $x = 2,7 \text{ mm}$ εντός του μαγνητικού πεδίου.

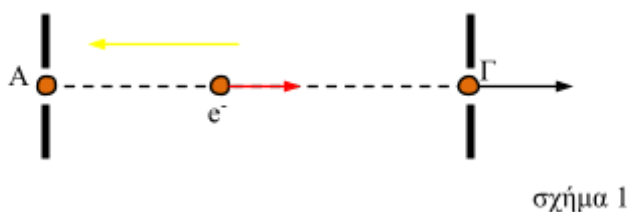
γ) Ποιο είναι το μέτρο της μεταβολής της ορμής ενός ηλεκτρονίου για την παραπάνω διαδρομή x ;

δ) Πόσο χρόνο χρειάζεται ένα ηλεκτρόνιο για να διανύσει την οριζόντια διαδρομή x ;

Δίνονται: μάζα ηλεκτρονίου $m = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, φορτίο ηλεκτρονίου $q = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, βαρυτικές δυνάμεις αμελητέες και $\hbar(0,2\pi) = 0,6$

Απάντηση

α) Αφού τα ηλεκτρόνια της δέσμης επιταχύνονται προς τα δεξιά, η δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο πρέπει να είναι ομόρροπη της ταχύτητας. Αλλά η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου έχει αντίθετη κατεύθυνση από τη δύναμη σε ηλεκτρόνιο, άρα έχει κατεύθυνση προς τα αριστερά (σχήμα 1).



σχήμα 1

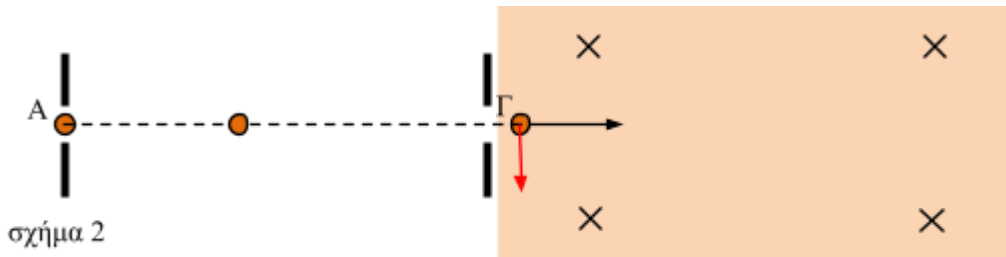
Εφαρμόζοντας το ΘΜΚΕ $A \rightarrow \Gamma$ έχουμε:

$$K_\Gamma - K_A = W_{F_{\eta\kappa}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_\Gamma^2 - 0 = q \cdot (V_A - V_\Gamma) \Leftrightarrow v_\Gamma = \sqrt{\frac{2q \cdot (V_A - V_\Gamma)}{m}} \Leftrightarrow$$

$$v_r = \sqrt{\frac{2 \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot (-4,5 \cdot 10^3)}{9 \cdot 10^{-31}}} \Leftrightarrow v_r = \sqrt{\frac{1,6 \cdot 10^{-16}}{10^{-31}}} \Leftrightarrow$$

$$v_r = \sqrt{16 \cdot 10^{14}} \Leftrightarrow v_r = 4 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

β) Το μαγνητικό πεδίο θα ασκήσει σε κάθε ηλεκτρόνιο της δέσμης δύναμη Lorentz, που σύμφωνα με τον κανόνα τριών δαχτύλων θα έχει διεύθυνση συνεχώς κάθετη στο διάνυσμα της ταχύτητας, αναγκάζοντας το ηλεκτρόνιο να καμπυλώσει την τροχιά του και να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση (σχήμα 2).



Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς είναι

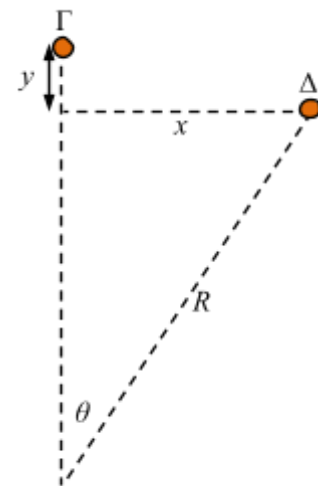
$$R = \frac{m \cdot v_r}{|q| \cdot B} = \frac{9 \cdot 10^{-31} \cdot 4 \cdot 10^7}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,5 \cdot 10^{-7}} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 4,5 \text{ mm}$$

Για την εύρεση της απόκλισης y , πάμε στο σχήμα 3, όπου έχει σχεδιαστεί το τόξο ΓΔ, που αντιστοιχεί στην οριζόντια μετατόπιση κατά x . Η επίκεντρη γωνία θ , που διαγράφεται από το ηλεκτρόνιο έχει

$$\eta\mu\theta = \frac{x}{R} = \frac{2,7 \text{ mm}}{4,5 \text{ mm}} = 0,6 \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\theta = 0,8$$

Η απόκλιση είναι

$$y = R - R \cos(\theta) = 4,5(1 - 0,8) = 0,9 \text{ mm}$$



σχήμα 3

γ) Σχεδιάζουμε με κοινή αρχή Ο τα διανύσματα της ορμής, που έχει το ηλεκτρόνιο στα σημεία Γ και Δ (σχήμα 4).

Από το νόμο συνημιτόνων, έχουμε

$$|4p| = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 - 2p_1p_2\sigma\upsilon\nu\theta} = \sqrt{2p_1^2 - 2p_1^2\sigma\upsilon\nu\theta} =$$

$$p_1\sqrt{2(1 - \sigma\upsilon\nu\theta)} = p_1\sqrt{2(1 - 0,6)} = p_1\sqrt{0,8} = m \cdot v_r \sqrt{0,8} =$$

$$9 \cdot 10^{-31} \cdot 4 \cdot 10^7 \cdot 0,63 = 22,68 \cdot 10^{-24} \text{ kgm/s}$$



σχήμα 4

δ) Το κάθε ηλεκτρόνιο της δέσμης θα κινηθεί στο τόξο ΓΔ με επίκεντρη γωνία $\theta = 0,2\pi \text{ rad}$.

Η κίνηση είναι ομαλή κυκλική με γωνιακή ταχύτητα μέτρου

$$\omega = \frac{v_{\Gamma}}{R} = \frac{4 \cdot 10^7}{4,5 \cdot 10^{-3}} = \frac{8}{9} \cdot 10^{10} \text{ rad / s}$$

Για να διανύσει τη γωνία θ θα χρειαστεί χρονικό διάστημα

$$\Delta t = \frac{\theta}{\omega} = \frac{0,2\pi}{\frac{8}{9} \cdot 10^{10}} = \frac{9\pi}{40} \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

Ανδρέας Ριζόπουλος