المؤسسة:ثانوية أحمد البيروني. السنة الدراسية:2011-2012	**اختبار الفصل الثاني في الرياضيات.**	المستوي :2تقني رياضي. المدة : 2 **سا**.

التمرين الأول: (8ن)

(U_n) متتالية عددية معرفة كما يلي: $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2$

1) ا)ارسم في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ و المنحنى (d) الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$

ب)باستعمال الرسم السابق مثل على حامل محور الفواصل و بدون حساب الحدود : u_3, u_2, u_1, u_0

ج)ما هو اتجاه تغير (U_n) ؟ هل (U_n) متقاربة ؟

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 4$

ا)اثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها و حدها الأول.

ب)اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج)احسب نهاية المتتالية (u_n) .ماذا تستنتج؟

د)احسب المجموع S_n بدلالة n : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{n-1}$ ثم $\lim\limits_{x \to +\infty} S_n$.

التمرين الثاني: (12ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب : $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1)عين D_f مجموعة تعريف الدالة f .

2)احسب $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$ ماذا تستنتج؟

3)أوجد الأعداد الحقيقية c, b, a حيث : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1} : x \in D_f$

4) ا)بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

5) ا)بين أن : $f'(x)=\frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}: x\in D_f$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f .

ب)احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

اقلب الصفحة.

ج) شكل جدول التغيرات.

6)بين أن النقطة $\omega(-1;-2)$ مركز تناظر ل (C_f) .

7) ا) عين A نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور التراتيب.

ب) اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة A .

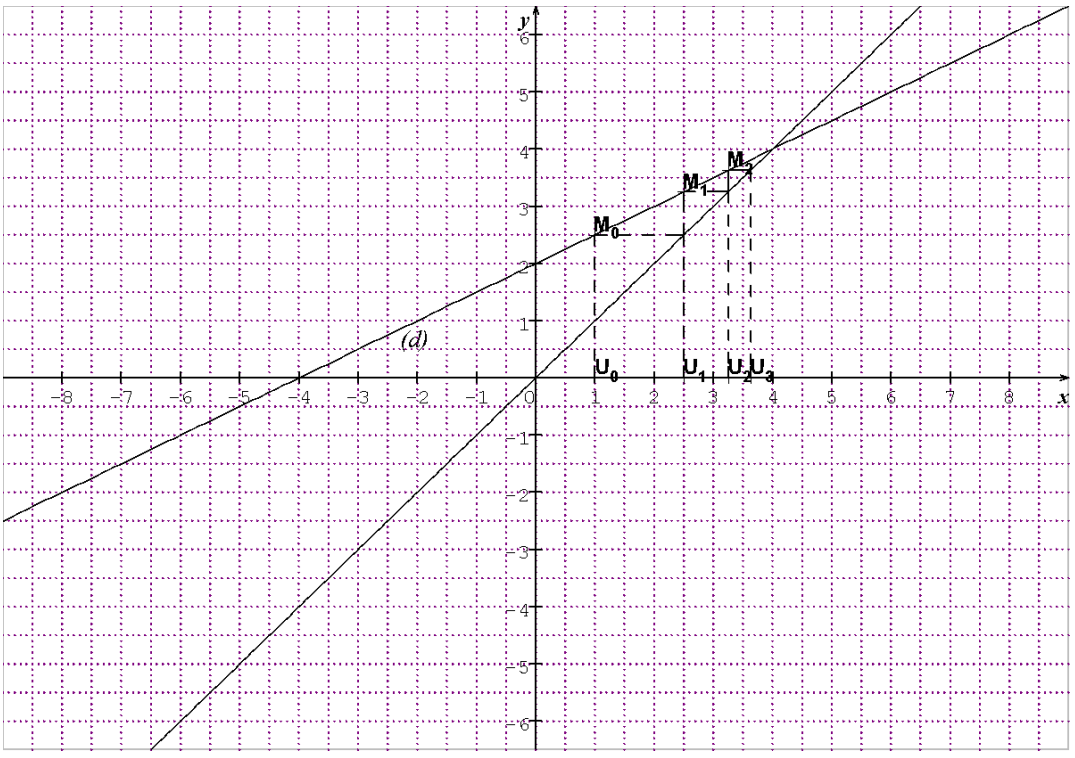
8) أنشئ (T) و (C_f) .

9)ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة (I) ذات المجهول x :

$$x^2-mx-m+3=0\cdots(I)$$

بالتوفيق.

المؤسسة.ثانوية أحمد البيروني. السنة الدراسية:2011-2012	تصحيح امتحان الفصل الثاني في مادة الرياضيات.	المستوى:2تقني رياضي.

حل نموذجي مختصر.	العلامة.
التمرين الأول: $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ حيث $u_0=1$ و $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+2 : n\in\mathbb{N}$	8نقاط.
1) ا) إنشاء (Δ) و (d)	0.5ن+0.5ن
ب)تمثيل بيانيا u_3,u_2,u_1,u_0 على حامل محور الفواصل و بدون حساب.	0.25ن × 4
	0.25ن+0.25ن 1.25ن

ج)المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$. (u_n) متقاربة و $\lim_{n\to+\infty} u_n = 4$ — 0.5ن+0.5ن

2) ا) (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ و حدها الأول $v_0=-3$ — 0.5ن+0.5ن

ب) $v_n=-3\left(\frac{1}{2}\right)^n : n\in\mathbb{N}$ و $u_n=-3\left(\frac{1}{2}\right)^n+4$ — 1.5ن / 0.5ن

ج) $\lim_{n\to+\infty} u_n = 4$ لأن $-1<q<1$ نستنتج أن المتتالية (v_n) متقاربة. — 12نقاط

د) $S_n=(v_0+v_1+\cdots v_{n-1})+4n$ — 0.5ن

$S_n=-3\frac{1-(\frac{1}{2})^n}{1-\frac{1}{2}}+4n$ — 0.5ن

و منه $S_n=6\left[\left(\frac{1}{2}\right)^n-1\right]+4n$ و $\lim_{n\to+\infty} S_n=+\infty$ — 0.5ن / 0.75ن

التمرين الثاني: 1) $D_f=]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ — 0.5ن

2) $\lim_{x\to-1>} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to-1<} f(x)=-\infty$ لأن: $\lim_{x\to-1}(x^2+3)=4$ و — 0.5ن

$\lim_{x\to-1>}(x+1)=0^+ ; \lim_{x\to-1<}(x+1)=0^-$ نستنتج أن $x=-1:(D)$ مستقيم مقارب يوازي (yy') — 1ن

3) $f(x)=x-1+\frac{4}{x+1}: x\in D_f$ ومنه $a=1$, $b=-1$ و $c=4$ — 0.5ن / 0.5ن

4)ا) $(\Delta): y=x-1$ مستقيم مقارب مائل لأن: $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]=0$ و $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(x-1)]=0$ — 0.5ن

ب) $f(x)-(x-1)=\frac{4}{x+1}$ إذن لما $x\in]-\infty;-1[$: (C) تحت (Δ) . لما $x\in]-1;+\infty[$: (C) فوق (Δ) — 0.5ن / 1ن

لأن $x\in]-\infty;-1[$: $f(x)-y\le 0$ و $x\in]-1;+\infty[$: $f(x)-y>0$. — 1ن

5)ا)الدالة f تقبل الاشتقاق عند كل قيمة من مجموعة تعريفها (دالة ناطقة)ودالتها المشتقة:

$f'(x)=\frac{(2x)(x+1)-(x^2+3)}{(x+1)^2}$ معناه $f'(x)=\frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$ أي $f'(x)=\frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$

الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $[-\infty;-3]$ و $[1;+\infty[$ و f متناقصة تماما على كل من المجالين $[-3,-1[$ و $]-1,1]$. — 1ن / 0.5ن+0.5ن

ب) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ — 0.25ن / 0.5ن

ج)جدول التغيرات: — 0.5ن / 0.5 / 0.25

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

$f(x)$	$-\infty$ ↗ -6 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 2 ↗ $+\infty$

0.5ن 6)النقطة $\omega(-1,-2)$ مركز تناظر للمنحنى (C) لأن: $x=X-1;y=Y-2$ و $Y-2=X-2+\frac{4}{X}$

1ن معناه $Y=X+\frac{4}{X}$ نضع $g(x)=x+\frac{4}{x}$ و $D_g=\mathbb{R}^*$ g دالة فردية.

7) ا) $(C)\cap(yy')=\{A\}/A(0;3)$ ب) $(T):y=-3x+3$

9) $f(x)=m$ لإيجاد حلول المعادلة نبحث على فواصل نقط تقاطع (C) مع المستقيم (Δ_m) : $y=m$

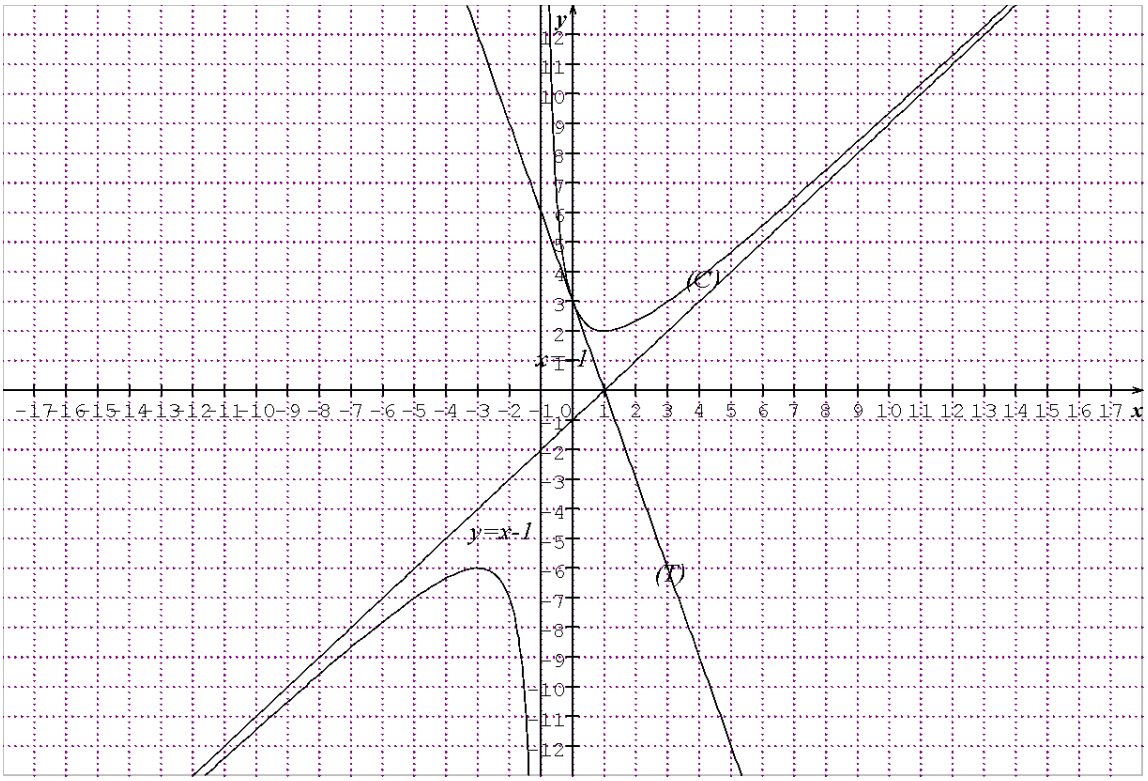
و لدينا : $m\in]-\infty,-6[$ المعادلة (I) لها حلين سالبين. $m=-6$ المعادلة (I) لها حل مضاعف3-.

$m\in]-6,2[$ المعادلة (I) ليس لها حل في $\mathbb{R}$. $m=2$ المعادلة (I) لها حل مضاعف و هو 1.

$m\in]2,3[$ المعادلة (I) لها حلين موجبين. $m=3$ المعادلة (I) لها معدوم والآخر موجب.

$m\in]3,+\infty[$ المعادلة (I) لها حلين مختلفي الإشارة.

8)إنشاء (C) و (T) :



انتهى.