

Κυλινδρική συμμετρία και νόμος Ampere

Σε ασκήσεις με ρεύματα επι κυλινδρικών αγωγών πολλές φορές σε εφαρμογή του νόμου του Ampere αναφέρουμε: *Λόγω συμμετρίας, οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου είναι ομόκεντροι κύκλοι σε επίπεδα κάθετα στον αγωγό, με τα κέντρα τους στον άξονά του. Αυτό θα συμβαίνει είτε έξω από τον αγωγό, είτε στο εσωτερικό του.* Χαρακτηριστική διάταξη είναι ο συμπαγής κυλινδρικός αγωγός με ίδια πυκνότητα ρεύματος σε όλη τη διατομή του, για τον οποίο ζητείται η εύρεση του μαγνητικού του πεδίου στο εσωτερικό του.

Πως όμως αποδεικνύεται;

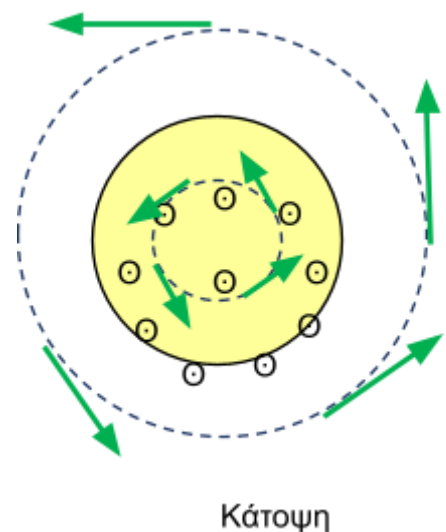
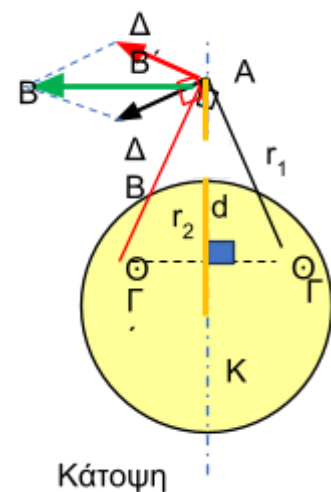
Απάντηση

Έστω ότι θέλουμε να υπολογίσουμε το μαγνητικό πεδίο σε ένα σημείο A εκτός του αγωγού που απέχει απόσταση d από το κέντρο K του αγωγού.

Χωρίζουμε τον κυλινδρικό αγωγό σε στοιχειώδεις αγωγούς με ίδιο ρεύμα. Η ένταση στο σημείο A θα οφείλεται στις συνεισφορές όλων των στοιχειωδών ρευμάτων. Από το σημείο A φέρνουμε την ευθεία που διέρχεται από το κέντρο του σύρματος και με αυτόν τον τρόπο χωρίζουμε το σύρμα σε δύο ημικύκλια. Η ένταση ΔB από το στοιχειώδες ρεύμα που διέρχεται από το σημείο Γ στο A είναι κάθετη στο τμήμα r_1 . Η συνεισφορά από το συμμετρικό ρεύμα στο σημείο Γ', θα είναι κάθετη στο τμήμα r_2 και αφού $r_1 = r_2$ θα έχει ίδιο μέτρο με αυτό του σημείου Γ. Η συνισταμένη των ΔB, ΔB' θα είναι κάθετη στην μεσοκάθετο d όπως προκύπτει από απλή γεωμετρία*. Για κάθε δύο συμμετρικά σημεία όπως τα Γ και Γ' προκύπτει ότι το μαγνητικό πεδίο που προκαλούν στο A θα είναι κάθετο στην προέκταση της ευθείας που περνά από το A και το κέντρο K. Έτσι τελικά προκύπτει ότι το ολικό μαγνητικό πεδίο στο σημείο A από όλα τα στοιχειώδη ρεύματα του αγωγού θα είναι κάθετο στην προέκταση της ευθείας που περνά από το A και το κέντρο K. Συνοψίζοντας τα παραπάνω προκύπτει ότι το μαγνητικό πεδίο γύρω από τον ρευματοφόρο αγωγό σε απόσταση d παρουσιάζει κυλινδρική συμμετρία.

Στο ίδιο ακριβώς συμπέρασμα θα καταλήξουμε και αν δουλέψουμε με τον ίδιο τρόπο στο εσωτερικό του αγωγού.

Οι μαγνητικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου αγωγού με κυλινδρική συμμετρία είναι ομόκεντροι κύκλοι σε επίπεδα κάθετα στον αγωγό, με τα κέντρα τους στον άξονά του. Αυτό θα συμβαίνει είτε έξω από τον αγωγό, είτε στο εσωτερικό του (αγνοούμε τυχόν μαγνήτιση του υλικού του).



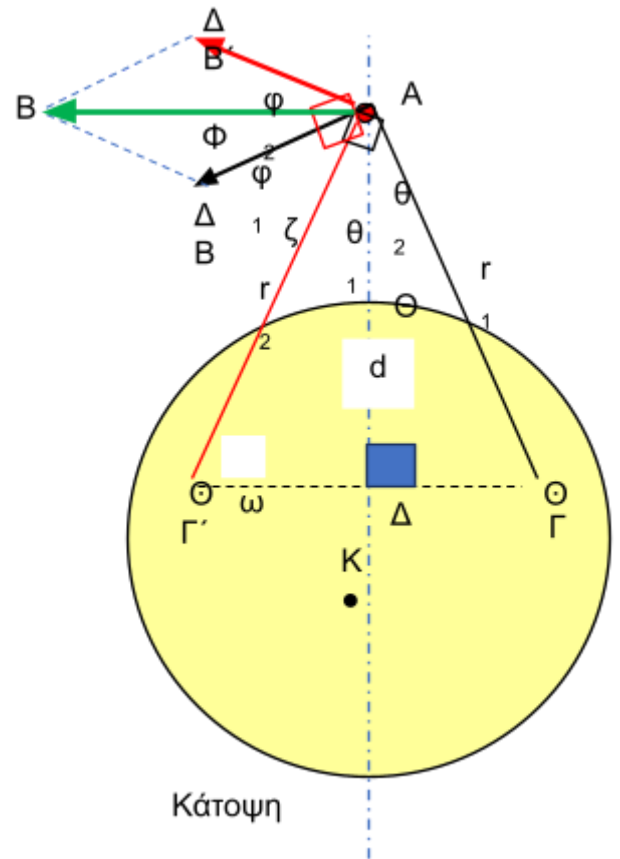
*Η γεωμετρία

- $\theta_1 = \theta_2$ καθώς η ΑΔ είναι μεσοκάθετος στο ισοσκελές ΑΓ'Γ.
 - $\phi_1 = \phi_2$ καθώς τα διανύσματα ΔΒ και ΔΒ' σχηματίζουν ρόμβο.
- Η $\Theta = \Phi$ ως οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές.
Έτσι προκύπτει $\theta_1 = \theta_2 = \phi_1 = \phi_2$ (1)

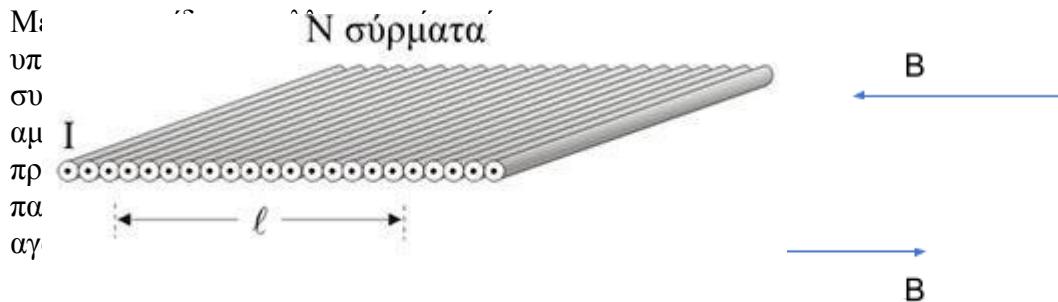
Η γωνία $\omega = 90^\circ - \theta_1$ (2)

Η γωνία $\zeta = 90^\circ - \phi_2 \xrightarrow{(1)} \zeta = 90^\circ - \theta_1$ (3)

Από (2), (3) $\omega = \zeta$ άρα οι πλευρές Γ'Γ και η ΑΒ είναι παράλληλες και κάθετες στην ΑΔ.

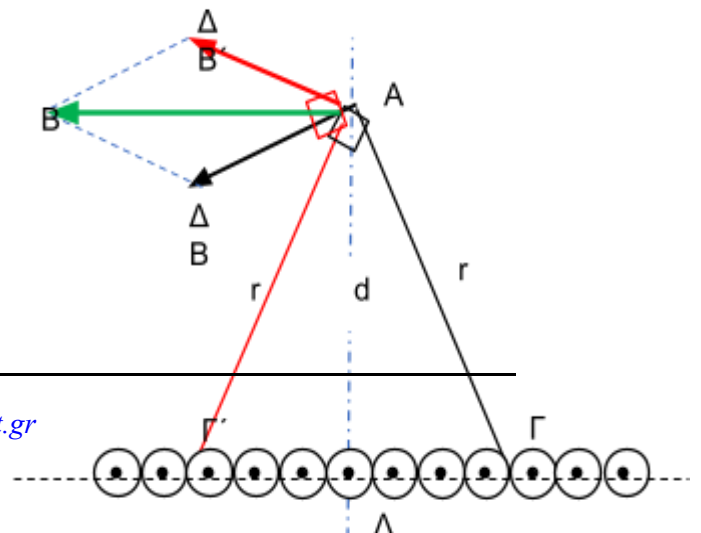


Συστοιχία απείρων αγωγών



Απόδειξη

Θα υπολογίσουμε το μαγνητικό πεδίο σε σημείο Α. Από το σημείο Α φέρνουμε τη κάθετο ΑΔ στο επίπεδο των αγωγών και υπολογίζουμε στο σημείο αυτό το μαγνητικό πεδίο από ένα ρευματοφόρο αγωγό και από τον συμμετρικό του ως προς το ΑΔ. Η συνισταμένη αυτού του ζεύγους είναι κάθετη στο ΑΔ και έτσι παράλληλη στη συστοιχία των αγωγών. (σχήμα).



Για όλα τα ζεύγη των αγωγών οι δυναμικές γραμμές δίνουν μόνο οριζόντια συνιστώσα μαγνητικού πεδίου γι' αυτό και η συνισταμένη όλων των ζευγών είναι παράλληλη στη συστοιχία των αγωγών. Η φορά του μαγνητικού πεδίου είναι διαφορετική πάνω και κάτω από το επίπεδο των αγωγών.