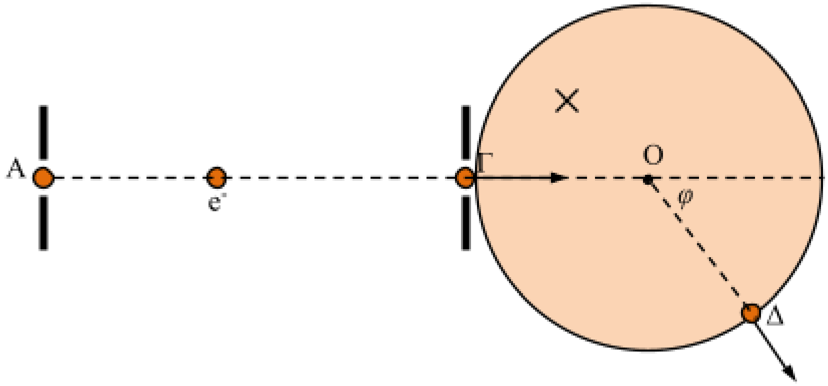
## Εκτροπή σωματιδίου από σωληνοειδές

Ένα σωληνοειδές «απείρου μήκους» με πυκνότητα σπειρών $n = 2500 σπείρες/m$, διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I = \sqrt{2}/\pi A$. Η διάμετρος κάθε σπείρας είναι $\Delta = 60cm$. Θεωρούμε ότι εξωτερικά του σωληνοειδούς, δεν υφίσταται μαγνητικό πεδίο, ενώ στο εσωτερικό του το μαγνητικό πεδίο είναι ομογενές. Ένα ηλεκτρόνιο μάζας $m = 9 \cdot 10^{-31} kg$ και φορτίου $q = -1,6 \cdot 10^{-19} C$, επιταχύνεται από την ηρεμία μεταξύ δύο σημείων Α και Γ, με $V_{A\Gamma} = -16 \cdot 10^3 V$ και αμέσως εισέρχεται στο σωληνοειδές σε διεύθυνση, που διέρχεται από τον άξονα του σωληνοειδούς κάθετα σε αυτόν. Το σωματίδιο αποκλίνει από την αρχική του διεύθυνση κίνησης και εξέρχεται από το σωληνοειδές σε σημείο Δ, έτσι ώστε η διεύθυνση της ταχύτητας του να διέρχεται από τον άξονα του σωληνοειδούς. Στο παρακάτω σχήμα, φαίνεται μια κάθετη κυκλική τομή του σωληνοειδούς, με το Ο πάνω στον άξονα, δηλαδή κέντρο του κύκλου.




Δίνεται $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} N/A^2$ και ότι δεν έχουμε σχετικιστικά φαινόμενα.

α) Βρείτε την κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου και το μέτρο $\upsilon_\Gamma$ της ταχύτητας του ηλεκτρονίου στο σημείο Γ.

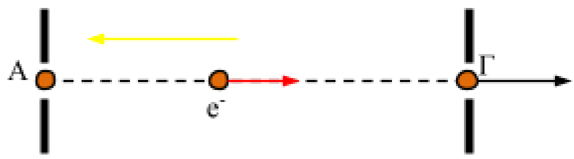
β) Σχεδιάστε στο σχήμα τη φορά της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς και τη φορά του ρεύματος σε κάθε σπείρα. Ποιο είναι το μέτρο της έντασης αυτού του μαγνητικού πεδίου;

γ) Να βρείτε τη γωνία απόκλισης $\varphi$ του σχήματος, μεταξύ των διευθύνσεων εισόδου και εξόδου του ηλεκτρονίου.

δ) Ποια είναι η μεταβολή της ορμής του ηλεκτρονίου εξαιτίας της δύναμης Lorentz;

ε) Πόσο είναι το χρονικό διάστημα που διαρκεί η διέλευση του ηλεκτρονίου από το μαγνητικό πεδίο;

## Απάντηση




σχήμα 1

α) Αφού τα ηλεκτρόνια της δέσμης επιταχύνονται προς τα δεξιά, η δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο πρέπει να είναι ομόρροπη της ταχύτητας. Αλλά η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου έχει αντίθετη κατεύθυνση από τη δύναμη σε ηλεκτρόνιο, άρα έχει κατεύθυνση προς τα αριστερά (σχήμα 1).

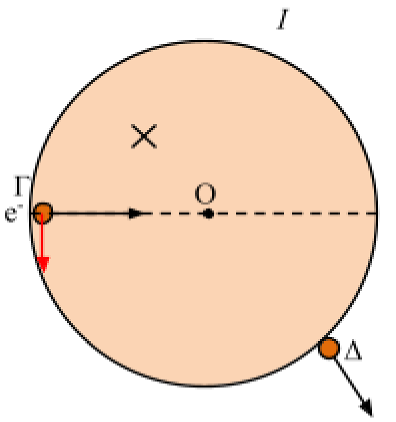
Εφαρμόζοντας το ΘΜΚΕ Α → Γ έχουμε:

$$K_\Gamma - K_A = W_{F_{\eta\lambda}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m\upsilon_\Gamma^{\ 2} - 0 = q\cdot(V_A - V_\Gamma) \Leftrightarrow \upsilon_\Gamma = \sqrt{\frac{2q\cdot(V_A - V_\Gamma)}{m}} \Leftrightarrow$$

$$\upsilon_\Gamma = \sqrt{\frac{2\cdot(-16\cdot 10^{-20})\cdot(-16\cdot 10^{3})}{9\cdot 10^{-31}}} \Leftrightarrow \upsilon_\Gamma = \frac{16}{3}\sqrt{\frac{2\cdot 10^{-17}}{10^{-31}}} \Leftrightarrow$$

$$\upsilon_\Gamma = \frac{16}{3}\sqrt{2}\cdot 10^{7}\, m/s$$

β) Το ηλεκτρόνιο εισερχόμενο στο ομογενές μαγνητικό πεδίο, δέχεται δύναμη Lorentz $\vec{F}_L$, που είναι κάθετη στην ταχύτητα και παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης, αναγκάζοντας το να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση. Με βάση την απόκλιση που υφίσταται το ηλεκτρόνιο εντός του μαγνητικού πεδίου, η κατεύθυνση της δύναμης Lorentz είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα 2. Ο κανόνας των τριών δαχτύλων του δεξιού χεριού μας δίνει τη φορά της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του πηνίου: Είναι κάθετη στη σελίδα, από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.




σχήμα 2

Η φορά του ρεύματος σε κάθε σπείρα, βρίσκεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού και φαίνεται στο σχήμα 2, ωρολογιακή.

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι

$$B = \mu_0 \cdot \eta \cdot I = 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 0{,}25\cdot 10^{4}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\pi} = \sqrt{2}\cdot 10^{-3} T$$

γ) Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του σωματιδίου υπολογίζεται ως

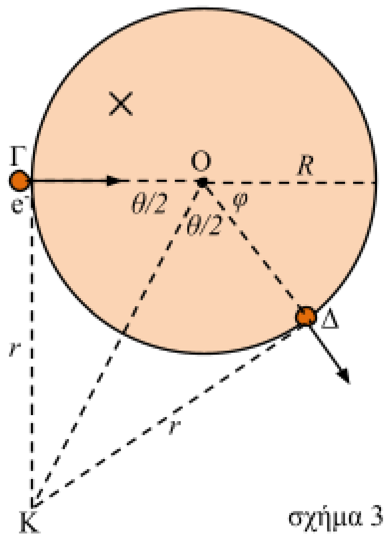
$$r = \frac{m\cdot\upsilon_\Gamma}{|q|\cdot B} = \frac{9\cdot 10^{-31}\cdot\frac{16}{3}\sqrt{2}\cdot 10^{7}}{16\cdot 10^{-20}\cdot\sqrt{2}\cdot 10^{-3}} = 3\cdot 10^{-1} m = 30cm$$

Το κέντρο Κ της κυκλικής τροχιάς, βρίσκεται στο σημείο τομής των επιβατικών ακτίνων ΚΓ και ΚΔ, στα σημεία εισόδου και εξόδου του ηλεκτρονίου από το πεδίο. Από τη Γεωμετρία ξέρουμε ότι η ΚΟ διχοτομεί τη γωνία $\Gamma\hat{O}\Delta = \hat{\theta}$.

Από το τρίγωνο ΚΟΓ έχουμε

$$\varepsilon\varphi\frac{\theta}{2} = \frac{r}{R} \Leftrightarrow \varepsilon\varphi\frac{\theta}{2} = \frac{30}{30} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{2} rad$$

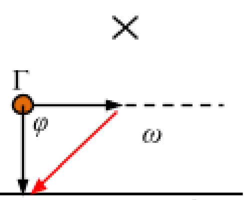



σχήμα 3

Τότε $\varphi = \pi - \theta \Leftrightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} rad$

δ) Στο σχήμα 4 βλέπουμε τα διανύσματα των ορμών εισόδου και εξόδου του ηλεκτρονίου από το μαγνητικό πεδίο.

Το μέτρο της μεταβολής της ορμής είναι




σχήμα 4

$$\Delta p = \sqrt{p_{\Gamma}{}^{2} + p_{\Delta}{}^{2}} = p_{\Gamma}\sqrt{2} = m\upsilon_{\Gamma}\sqrt{2} =$$
$$9 \cdot 10^{-31} \cdot \frac{16}{3}\sqrt{2} \cdot 10^{7} \cdot \sqrt{2} = 96 \cdot 10^{-24}\, kgm / s$$

Το τρίγωνο των ορμών είναι ισοσκελές ορθογώνιο, άρα η κατεύθυνση του $\Delta\vec{p}$ σχηματίζει γωνία $\omega = 135^{0}$ με την κατεύθυνση του $\vec{p}_{\Gamma}$ .

ε) Στο τετράπλευρο ΓΟΔΚ,

$\hat{K} = 2\pi - 3 \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} rad$ , δηλαδή το τόξο που διανύεται από το ηλεκτρόνιο, με ομαλή κυκλική κίνηση, είναι ένα τέταρτο του κύκλου, άρα:

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi m}{|q|B} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi \cdot 9 \cdot 10^{-31}}{16 \cdot 10^{-20} \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-3}} = \frac{45}{32}\sqrt{2} \cdot 10^{-9} \approx 2 \cdot 10^{-9} s = 2\, ns$$

**Ανδρέας Ριζόπουλος**