الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية: بني سليمان الجديدة

الإمتحان الثاني لقسم السنة أولى علوم وتكنولوجيا (جميع الأقسام)

المادة: رياضيات — المدة: **02** ساعة — السنة الدراسية: 08/09

نص التمارين — يوم : 01-03-2009

:(التمرين الأول(06 ن

1. ضع على الدائرة المثلثية النقط A ، B ، C اللتي فواصلها على الترتيب الأعداد $x=\frac{\pi}{3}$ ، $x=\frac{2009\pi}{4}$ ، $x=\frac{-1430\pi}{3}$.
2. أحسب القيم المضبوطة لـ $\cos x$ و $\sin x$ بالنسبة للأعداد $x=\frac{\pi}{3}$ ، $x=\frac{2009\pi}{4}$ ، $x=\frac{-1430\pi}{3}$.
3. أدرس اتجاه تغير الدالة cos على المجال $[0;\pi]$ ، ثم شكل جدول تغيراتها وأرسم تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,I;J)$.

:(التمرين الثاني(06 ن

الجدول التالي يمثل علامات قسم في مادتي الرياضيات والفيزياء بثانوية بني سليمان الجديدة.

السلسلة (أ) (علامات الرياضيات)	4	6	8	9	10	11	12	13	14	16
التكـــــرار	2	1	3	4	4	1	3	2	2	2
السلسلة (ب) (علامات الفيزياء)	4	6	7	10	11	12	13	14	15	18
التكـــــرار	3	3	2	4	2	2	1	3	2	2

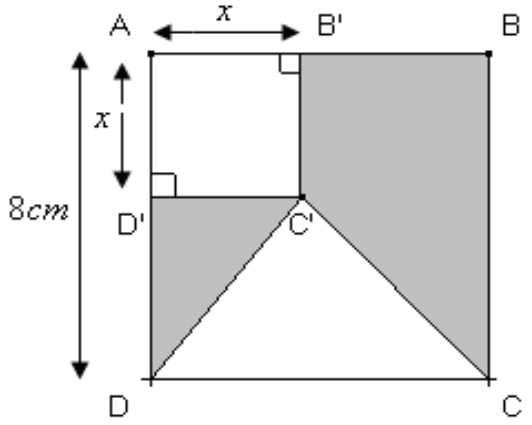
1. أحسب المنوال والوسيط والوسط الحسابي ثم المدى لكل من السلسلتين (أ) و (ب) .
2. بوّب (نظم) علامات السلسة (أ) (علامات الرياضيات) في فئات طول كل منها يساوي 3 ، ثم أنشئ المدرج التكراري لهذه السلسلة .
3. باستعمال السؤال (1) قارن بين السلسلتين (أ) و (ب) .
4. نجمع السلسلتين في سلسلة واحدة ، أحسب الوسط الحسابي للسلسلة الجديدة .

التمرين الثالث(08 ن):

$ABCD$ مربع حيث: $AB=8\ cm$. B' و D' نقطتان من $[AB]$ و $[AD]$ على الترتيب حيث: $AB'=AD'=x$ مع $0\le x\le 8$ (أنظر الشكل) .

1. نسمي $f(x)$ مساحة الجزء الملوّن .
   - برهن أن $f(x)$ تعطى بالعبارة: $f(x)=-x^2+4x+32$.
2. عين قيم العدد الحقيقي x التي من أجلها تكون مساحة الجزء الملوّن تساوي مساحة الجزء غير الملوّن.
3. عين قيم العدد الحقيقي x التي من أجلها تكون مساحة الجزء الملوّن أصغر أو تساوي $32\ cm^2$.
4. a)تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;8]$ لدينا : $f(x)=-(x-2)^2+36$.

   b) أدرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[0;2]$ و $[2;8]$ ،ثم شكل جدول تغيراتها.
5. استنتج مما سبق قيمة العدد الحقيقي x حتى تكون مساحة الجزء الملوّن أكبر ما يمكن ؟
   ما هي عندئذ هذه المساحة .



بالتوفيق **إعداد أساتذة المادة** ص2/2

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	
وزارة التربية الوطنية	ثانوية: بني سليمان الجديدة
الإجابة النموذجية لامتحان السنة أولى جذع مشترك علوم وتكنولوجيا	
المادة: رياضيات — المدة: 02 سا	السنة الدراسية:08/09
نص التمارين	العلامة

التمرين الأول(06):

1. **وضع النقط** A ، B ، C **على الدائرة المثلثية :**

0.5

0.75

- النقطة A صورة العدد $x=\frac{\pi}{3}$ ، إذن A تتحرك في الاتجاه الموجب وتقطع قوسا طولها $\frac{\pi}{3}$.
- النقطة B صورة العدد $x=\frac{2009\pi}{4}$ ، ولدينا : $x=\frac{2009\pi}{4}=\frac{2008\pi}{4}+\frac{\pi}{4}=2\times(251)\times\pi+\frac{\pi}{4}$

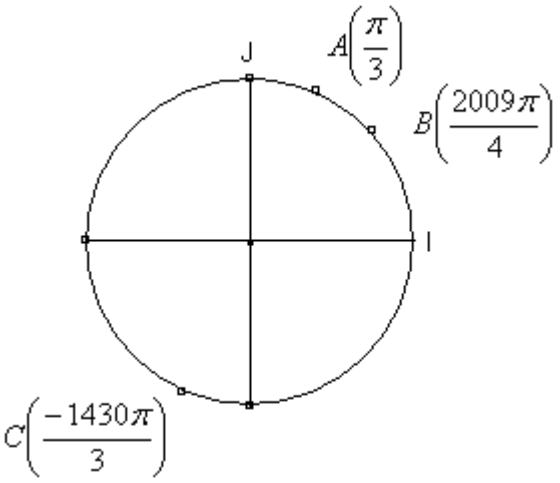
0.75

إذن النقطة B تتحرك في الاتجاه الموجب وتقطع 251 دورة زائد قوسا طولها $\frac{\pi}{4}$ (أي: B تقع في منتصف القوس $\overset{\sqcup}{OI}$) .

- النقطة C صورة العدد $x=\frac{-1430\pi}{3}$ ،

ولدينا : $\left|\frac{-1430\pi}{3}\right|=\frac{1430\pi}{3}=\frac{1428\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}=2\times(238)\times\pi+\pi-\frac{\pi}{3}$

إذن النقطة C تتحرك في الاتجاه السالب وتقطع 238 دورة زائد قوسا طولها $\pi-\frac{\pi}{3}$.
(أي: النقطة C نظيرة النقطة A بالنسبة للمبدأ O)



0.5

0.75

2. **حساب** $\cos x$ **و** $\sin x$ **بالنسبة للأعداد** $x=\frac{\pi}{3}$ ، $x=\frac{2009\pi}{4}$ ، $x=\frac{-1430\pi}{3}$

0.75

$$\begin{cases}\cos\frac{2009\pi}{4}=\cos\left(2\times251\times\pi+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \sin\frac{2009\pi}{4}=\sin\left(2\times251\times\pi+\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}\quad ،\quad \begin{cases}\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}\\ \sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$$

01

0.5

$$\begin{cases}\cos\left(\frac{-1430\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{1430\pi}{3}\right)=\cos\left(2\times238\times\pi+\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=-\cos\frac{\pi}{3}=-\frac{1}{2}\end{cases}$$.

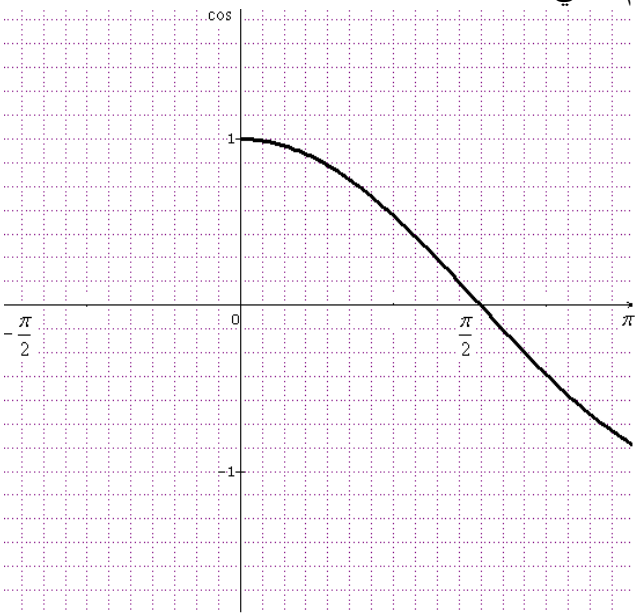
$$\left\{\sin\left(\frac{-1430\pi}{3}\right)=-\sin\left(\frac{1430\pi}{3}\right)=-\sin\left(2\times 238\times\pi+\pi-\frac{\pi}{3}\right)=-\sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}\right.$$

3. **دراسة اتجاه تغير الدالة** cos **على المجال** $[0;\pi]$

0.5 باستعمال الدائرة المثلثية نجد أن الدالة cos متناقصة تماما على كل من المجالين $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ **و** $\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$ (أنظر الدرس) ، ويكون جدول تغيراتها كمايلي :

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
$\cos x$	1	↘	0	↘	-1

: ويكون تمثيلها البياني كما في الرسم التالي



0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5

: (التمرين الثاني(06

الجدول التالي يمثل علامات قسم في مادتي الرياضيات والفيزياء بثانوية بني سليمان الجديدة.

السلسلة (أ) (علامات الرياضيات)	4	6	8	9	10	11	12	13	14	16
التكـــــرار	2	1	3	4	4	1	3	2	2	2
السلسلة (ب) (علامات الفيزياء)	4	6	7	10	11	12	13	14	15	18
التكـــــرار	3	3	2	4	2	2	1	3	2	2

0.5

5. **حساب المنوال والوسيط والوسط الحسابي ثم المدى لكل من السلسلتين (أ) و (ب) .**

0.5 **المنوال :** - للسلسلة (أ) منوالان هما 9 و 10 .

- منوال السلسلة (ب) هو 10 .

المدى: - السلسلة (أ): المدى يساوي $4-16$ ويساوي 12 ..

- السلسلة (ب): المدى يساوي $4-18$ ويساوي 14 .

الوسيط (Med): - التكرار الكلي للسلسة (أ) هو $N = 24$ أي: $N = 12 \times 2$ ومنه الوسيط يساوي نصف مجموع القيمتان اللتان رتبتاهما 12 و 13 ، إذن : $Med_{(أ)} = \frac{10+10}{2} = 10$.

- التكرار الكلي للسلسة (ب) هو $N = 24$ أي: $N = 12 \times 2$ ومنه الوسيط يساوي نصف مجموع القيمتان اللتان رتبتاهما 12 و 13 ، إذن : $Med_{(ب)} = \frac{10+11}{2} = 10.5$.

0.25

الوسط الحسابي $\overline{X}$: 0.25

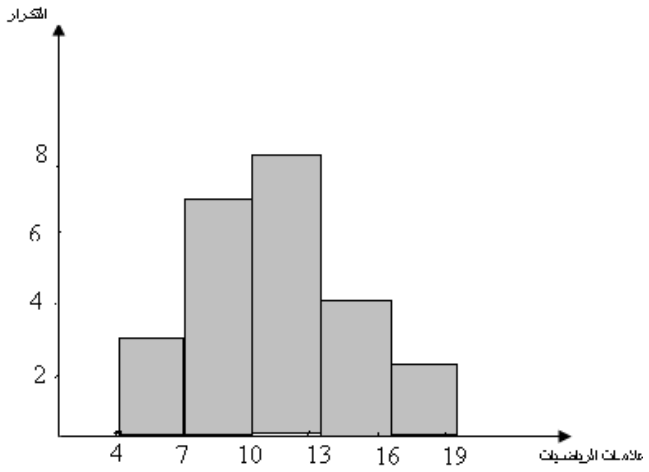
السلسلة (أ): $\overline{X}_{(أ)} = \frac{4\times2+6\times1+8\times3+9\times4+10\times4+11\times1+12\times3+13\times2+14\times2+16\times2}{24} = 10,29$ 0.25

السلسلة (ب): $\overline{X}_{(ب)} = \frac{4\times3+6\times3+7\times2+10\times4+11\times2+12\times2+13\times1+14\times3+15\times2+18\times2}{24} = 10,46$ 0.25

6. **تبويب علامات السلسلة (أ) في فئات طول كل منها يساوي 3 .** 01

السلسلة (أ) (علامات الرياضيات	[4;7[	[7;10[	[10;13[	[13;16[	[16;19[
التكـــرار	3	7	8	4	2

- **إنشاء المدرج التكراري للسلسة (أ) :**



02

7. **المقارنة بين السلسلتين (أ) و (ب) باستعمال السؤال (1) :**

المدى: مدى السلسلة (أ)_أصغر من مدى السلسلة (ب) إذن علامات مادة الفيزياء أكثر " تشتتا" من علامات مادة الرياضيات.

المنوال: للسلسلة (أ) منوالان بينما للسلسة (ب) منوال واحد.

الوسيط : لدينا: $Med_{(أ)} = 10,5$ و $Med_{(ب)} = 10$ ، بما أن وسيط السلسلة (ب) ($Med_{(ب)}$) أكبر من وسيط السلسلة (أ) ($Med_{(أ)}$) فإن علامات مادة الفيزياء أحسن من علامات مادة الرياضيات. 01

الوسط الحسابي: لدينا: $\overline{X}_{(أ)} = 10,29$ و $\overline{X}_{(ب)} = 10,46$ ، أي الوسط الحسابي للسلسلة (أ) أصغر من الوسط الحسابي للسلسلة (ب) ، ومنه معدل مادة الفيزياء أكبر من معدل مادة الرياضيات .

8. **حساب الوسط الحسابي للسلسلة الجديدة :**

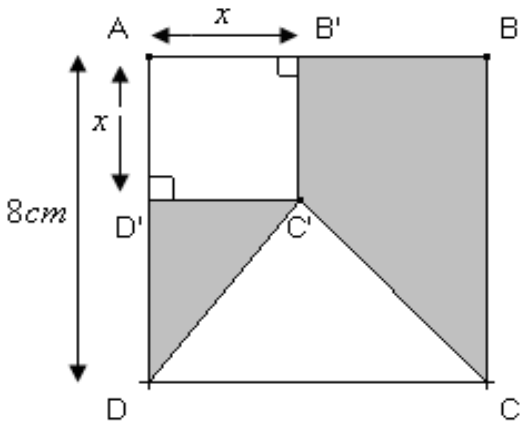
بجمع السلسلتين (أ) و (ب) في سلسلة واحدة نحسب الوسط الحسابي للسلسلة الجديدة وليكن $\overline{Y}$ كمايلي : 1.5

$$\overline{Y} = \frac{24 \times \overline{X}(\square) + 24 \times \overline{X}(\square)}{24+24} = \frac{24 \times 10{,}29 + 24 \times 10{,}46}{48} = 10{,}38$$

التمرين الثالث (08):

$ABCD$ مربع حيث: $AB = 8\ cm$. $D' \square B'$ نقطتان من $[AB]$ و $[AD]$ على الترتيب حيث:

$AB' = AD' = x$ ، مع $0 \le x \le 8$ (أنظر الشكل) . نسمي $f(x)$ مساحة الجزء الملوّن .



0.5

1. **إثبات أن $f(x)$ تعطى بالعبارة:** $f(x) = -x^2 + 4x + 32$.

نسمي $S_1(x)$ مساحة شبه المنحرف $BCC'B'$ و نسمي $S_2(x)$ مساحة المثلث القائم $DD'C'$

ومنه: $f(x) = S_1(x) + S_2(x)$ حيث: $S_1(x) = \frac{(BC + B'C') \times BB'}{2} = \frac{(8+x) \times (8-x)}{2} = \frac{64 - x^2}{2}$

$$S_2(x) = \frac{DD' \times D'C'}{2} = \frac{(8-x) \times x}{2} = \frac{8x - x^2}{2}$$

0.75

إذن : $f(x) = S_1(x) + S_2(x) = \frac{64 - x^2}{2} + \frac{8x - x^2}{2} = \frac{-2x^2 + 8x + 64}{2} = -x^2 + 4x + 32$

2. **تعيين قيم العدد الحقيقي x التي من أجلها تكون مساحة الجزء الملوّن تساوي مساحة الجزء غير الملوّن.** 0.75

نسمي $K(x)$ مساحة الجزء غير الملون ، إذن: $K(x) = 64 - \left(-x^2 + 4x + 32\right) = x^2 - 4x + 32$

لتعيين قيم x نحل المعادلة $f(x) = K(x)$ في المجال $[0;8]$.

لدينا: $f(x) = K(x)$ تكافئ $-x^2 + 4x + 32 = x^2 - 4x + 32$ تكافئ $2x^2 - 8x = 0$ 0.5

تكافئ $x = 0$ أو $x = 4$ ، ومنه قيم x التي من أجلها تكون مساحة الجزء الملوّن تساوي مساحة الجزء غير الملوّن هي $s = \{0,4\}$.

3. **تعيين قيم العدد الحقيقي x التي من أجلها تكون مساحة الجزء الملوّن أصغر أو تساوي $32\ cm^2$.**

لتعيين قيم x نحل المتراجحة $f(x) \le 32$ في المجال $[0;8]$.

لدينا: $f(x) \le 32$ تكافئ $-x^2 + 4x + 32 \le 32$ تكافئ $-x^2 + 4x \le 0$ تكافئ $x(-x+4) \le 0$ 0.5

ندرس إشارة الجداء $x(-x+4)$ على المجال $[0;8]$. 0.5

x	0		4		8
x	0	+		+	
$(-x+4)$		+	0	-	
$x(-x+4)$	0	+	0	-	

إذن حلول المتراجحة $f(x) \leq 32$ هي المجال $[4;8]$ ، ومنه قيم x التي من أجلها تكون مساحة الجزء الملوّن أصغر أو تساوي $32\ cm^2$ هي : $s = [4;8]$.

4. **(a التحقق من أن: $f(x) = -(x-2)^2 + 36$ من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;8]$.**

ليكن x من المجال $[0;8]$ ، لدينا:

$$\begin{aligned} -(x-2)^2 + 36 &= -(x^2 - 4x + 4) + 36 \\ &= -x^2 + 4x - 4 + 36 \\ &= -x^2 + 4x + 32 \\ &= f(x) \end{aligned}$$

b) دراسة اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[0;2]$ و $[2;8]$:

<u>على المجال $[0;2]$</u> : ليكن x_1 و x_2 عددان حقيقيان من المجال $[0;2]$ حيث: $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq 2$

إذن: $0 \leq x_1 - 2 \leq x_2 - 2 \leq 0$ ومنه $(x_1-2)^2 \geq (x_2-2)^2$ (لان الدالة مربع متناقصة تماما على المجال السالب). بضرب طرفي المتباينة الأخيرة في إشارة $(-)$ نجد: $-(x_1-2)^2 \leq -(x_2-2)^2$

إذن: $-(x_1-2)^2 + 36 \leq -(x_2-2)^2 + 36$ ومنه: $f(x_1) \leq f(x_2)$ ، أي الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;2]$.

- بنفس الطريقة نبرهن أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $[2;8]$.

وبالتالي يكون جدول تغيراتها كمايلي:

x	0		2		8
$f(x)$	32	↗	36	↘	0

5. **استنتاج قيمة العدد الحقيقي x حتى تكون مساحة الجزء الملوّن أكبر ما يمكن:**

نلاحظ من جدول تغيرات الدالة f أنها تقبل قيمة حدية كبرى هي: 36 وتبلغها من أجل $x = 2$.

وبما أن $f(x)$ تساوي مساحة الجزء الملوّن فإن x حتى تكون مساحة الجزء الملوّن أكبر ما يمكن هي: $x = 2cm$ ، ومساحة الجزء الملون عندئذ هي: $36cm^2$.

	إعداد أستاذ المادة