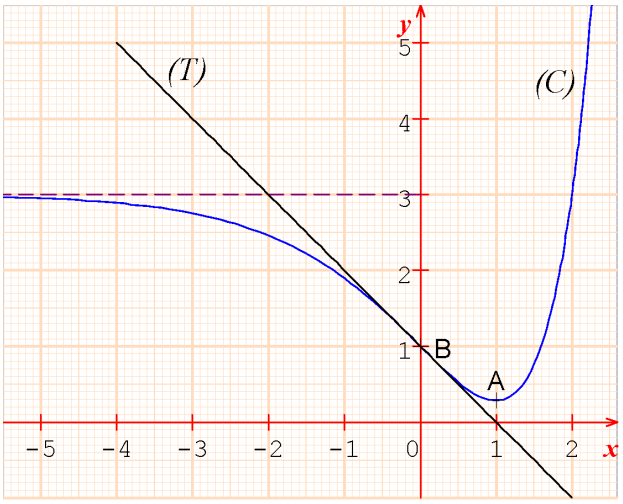
اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المستوى: الثالثة رياضيات — المدة: 03 ساعات

التمرين 01: (08 ن)

1) f الدالة المعرفة على R بتمثيلها البياني (C) الذي يشمل النقطة الحدية $A(1;3-e)$ ، (T) مماس للمنحنى (C) عند النقطة $B(0;1)$ و المستقيم الذي معادلته $y=3$ مستقيم مقارب له (الشكل في الأسفل)



بقراءة بيانية أجب على ما يلي :

1. أوجد $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$ و $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$
2. أكتب معادلة المماس (T)
3. أحسب f' الدالة المشتقة للدالة f حيث: $f(x)=(ax+b)e^{x}+c$
4. أوجد قيمة الأعداد الحقيقية a ، b و c
5. شكل جدول تغيرات الدالة f' ثم أدرس إشارتها على R

2) g الدالة المعرفة على $R-\{0\}$ بـ : $g(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$

دون إيجاد عبارة الدالة g أجب على ما يلي :

1. باستعمال مبرهنة اشتقاق دالة مركبة ، بين أن إشارة $g'(x)$ هي عكس إشارة $f'\left(\frac{1}{x}\right)$
2. إذا علمت أن الدالة f' موجبة تماما على المجال $]1;+\infty[$ ، ادرس اتجاه تغير الدالة g
3. مستعينا بالمنحنى (C) ، أوجد نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.
4. شكل جدول تغيرات الدالة g

التمرين 02: (4.5 ن)

ليكن العدد الطبيعي n حيث $n\geq 7$ ونعتبر العددين الطبيعيين $x=5n^{2}-33n-14$ و $y=n^{2}-8n+7$

1) أثبت أن كل من العددين x و y مضاعف للعدد $(n-7)$
2) نضع $a=5n+2$ و $b=n-1$
   1. أوجد علاقة بين العددين a و b مستقلة عن n
   2. أثبت أن $pgcd(a,b)$ ينتمي إلى قواسم العدد 7
3) أوجد $pgcd(x,y)$ حسب قيم العدد الطبيعي n
4) استنتج $pgcd(x,y)$ في حالة $n=22$ و $n=23$
5) عين قيم n بحيث يكون $x-5y\equiv 0[3]$

التمرين 03: (7.5 ن)

الجزء الأول:

1) g هي الدالة المعرفة على المجال $I =]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = -\left[2\left(x\sqrt{x} - 1\right) + \ln ln\, x\right]$

1. احسب $g(1)$
2. بين أن الدالة g متناقصة تماما على I ثم ادرس إشارتها على نفس المجال I

2) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على I بـ: $f(x) = -x + 1 + \frac{\ln ln\, x}{\sqrt{x}}$. وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$ نختار $\|\vec{i}\| = 1\ cm$ و $\|\vec{j}\| = 2\ cm$

1. احسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و 0 ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C)
2. احسب $f'(x)$ و استنتج أن إشارتها من نفس إشارة الدالة g
3. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
4. ارسم المنحنى (C)

الجزء الثاني:

1) h الدالة المعرفة على المجال $[1; 2]$ بـ: $h(x) = f(x) - (-x + 1)$

1. أكتب دستور الدالة h
2. برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1; 2]$ لدينا: $0 \leq h(x) \leq 1$.

2) $\left(u_n\right)$ متتالية معرفة بحدها الأول u_0 حيث: $u_0 \in [1; 2]$ ومن أجل كل $n \in N$ لدينا $u_{n+1} = h\left(u_n\right) + 1$

1. استنتج أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_n \in [1; 2]$
2. لاحظ أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_{n+1} = f\left(.u_n\right) + u_n$ ، عين اتجاه تغير المتتالية $\left(u_n\right)$
3. برهن أن المتتالية $\left(u_n\right)$ متقاربة ، ثم احسب قيمة نهايتها l