الموضوع الثاني

التمرين الأول:

نعتبر f دالة معرفة على $]-2;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=\dfrac{2x+3}{x+2}$

1. أثبت أن: $f(x)=2-\dfrac{1}{x+2}$ من أجل كل x من $]-2;+\infty[$.

2. أثبت أن : f متزايدة تماما على $]-2;+\infty[$ ثم بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\leq\sqrt{3}$ فإن $f(x)\leq\sqrt{3}$.

3. (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0=-1$ و $u_{n+1}=f(u_n)$

- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n , $u_n\geq 0$.
- برهن أن (u_n) محدودة من الأعلى بالعدد $\sqrt{3}$.
- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) , ثم استنتج أنها متقاربة .

4. نعتبر (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ $v_n=\dfrac{u_n-\sqrt{3}}{u_n+\sqrt{3}}$

- برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
- اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .
- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n$ ثم $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$

التمرين الثاني:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$, $C;B;A$ نقط من المستوي لواحقها على الترتيب: $Z_A=i$, $Z_B=1-i$, $Z_C=-1$

1. نعتبر التحويل S المعرف بـ : $Z'=2e^{i\frac{\pi}{3}}Z+1-i$

أ/ أكتب الشكل الجبري للعدد المركب : $2e^{i\frac{\pi}{3}}$ و استنتج الكتابة المركبة للتحويل S .

ب/ ما طبيعة التحويل S و عناصره المميزة .

2. عين لواحق النقط $C';B';A'$ صور النقط $C;B;A$ بالتحويل S .

3. لتكن G مرجح الجملة $\{(A;3);(B;1);(C;-2)\}$

أ/ عين إحداثي النقطة G .

ب/ عين $Z_{G'}$ حيث : $G'=S(G)$

4. نعتبر التحويل T الذي يرفق بكل نقطة M النقطة M' بحيث :

$$\overrightarrow{MM'}=3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}$$

- بين أن : $\overrightarrow{GM'}=-\overrightarrow{GM}$
- استنتج طبيعة التحويل T و عناصره المميزة

<u>التمرين الثالث :</u>

الجزء الأول:

نعتبر g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-1+\left(2x^2-1\right)e^{1-x^2}$

1. أثبت أن g دالة زوجية , ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2. أحسب $g'(x)$ ثم بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$, $g'(x)=2x\left(-2x^2+3\right)e^{1-x^2}$, استنتج جدول تغيرات الدالة g

3. أ/ أثبت أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $]1.5;1.6[$ حيث : $g(\alpha)=0$

ب/ أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=-x+1-xe^{1-x^2}$ و ليكن (c_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$ حيث $\left(\left\|\vec{i}\right\|=2cm\right)$

1. أحسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$

2. أحسب $f'(x)$ ثم بين أن: $f'(x)=g(x)$,استنتج جدول تغيرات الدالة f .

3. أ/ أثبت أن المنحني (c_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) الذي معادلته : $y=-x+1$.

ب/ أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $f(x)+f(-x)=2$ و ماذا تستنتج ؟

جـ/ أثبت أن المنحني (c_f) يقبل ثلاث نقط انعطاف (دون حساب إحداثياتها)

د / أثبت أن : $f(\alpha)=-\alpha+1-\dfrac{\alpha}{2\alpha^2-1}$ و بفرض $f(\alpha)=-0.93$, أحسب قيمة $f(-\alpha)$.

هـ/أنشئ المنحني (c_f) و (Δ) .

التمرين الرابع :

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ المستقيم (Δ) المعرف , بتمثيله الوسيطي $\begin{cases} x = 2t+1 \\ y = -t+2 \\ z = 3t-1 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ و المستقيم (d) الموجه بالشعاع $\vec{v}(1;-1;-1)$ والذي يشمل النقطة $A(4;0;1)$

1. أ/ أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) .

   ب/ بين أن (d) عمودي على (Δ) .

   جـ/ عين إحداثيات B نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (d) .

2. أكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (p) الذي يشمل المستقيمين (Δ) و (d) .

3. لتكن $C(5;0;5)$ و $D(7;6;1)$ نقطتان من الفضاء

   أ/بين أن $\vec{AD}$ شعاع ناظمي للمستوي (p) .

   ب/استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (p) .

   جـ/أحسب بعد النقطة D عن المستوي (p) .

   د/تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

   هـ/أحسب حجم رباعي الوجوه $DBAC$.