

Illustriamo il caso con un esempio.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 - x} - \sqrt{2x^2 - 4x}) = [+ \infty - \infty]$$

Moltiplico e divido per la stessa quantità $\sqrt{2x^2 - x} + \sqrt{2x^2 - 4x}$ per fare in modo da eliminare le radici a numeratore. A denominatore compaiono ancora due radicali, ma non si tratta più di forma di indecisione poiché il segno è cambiato.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 - x} - \sqrt{2x^2 - 4x}) \cdot \frac{\sqrt{2x^2 - x} + \sqrt{2x^2 - 4x}}{\sqrt{2x^2 - x} + \sqrt{2x^2 - 4x}} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x - (2x^2 - 4x)}{\sqrt{2x^2 - x} + \sqrt{2x^2 - 4x}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{\sqrt{2x^2 - x} + \sqrt{2x^2 - 4x}} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] \end{aligned}$$

Siamo caduti in un'altra forma di indecisione, risolvibile raccogliendo la x di grado massimo

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2 \left(2 - \frac{1}{x}\right)} + \sqrt{x^2 \left(2 - \frac{4}{x}\right)}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{|x| \sqrt{\left(2 - \frac{1}{x}\right)} + |x| \sqrt{\left(2 - \frac{4}{x}\right)}}$$

in questo caso la x può essere sia positiva che negativa e pertanto devo distinguere i due casi:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{x \sqrt{\left(2 - \frac{1}{x}\right)} + x \sqrt{\left(2 - \frac{4}{x}\right)}} &= \frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4} & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{-x \left(\sqrt{2 - \frac{1}{x}} + \sqrt{2 - \frac{4}{x}} \right)} &= -\frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{2}} = -\frac{3\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

Attenzione a non applicare la razionalizzazione in assenza della forma di indecisione. Prima di svolgere calcoli è sempre meglio accertarsi del fatto che si è in presenza di una forma di indecisione e individuarla.