

Corrigé concours national DEUG 99

PARTIE A : Etude de quelques circuits RC

I Etude d'un condensateur cylindrique

1) Les considérations de symétries conduisent à : $\mathbf{E} = E(r) \mathbf{e}_r$

L'utilisation du théorème de Gauss permet de déterminer le champ électrique en un point $M(r)$ situé entre les armatures :

$$\vec{E} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 h r} \vec{e}_r$$

2) Circulation du champ électrique entre les deux armatures : INCORPORER Equation.2

$$V_2 - V_1 = - \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

or $Q = C (V_1 - V_2)$ donc : INCORPORER Equation.2

3) D'après l'expression précédente de C on voit que : $[(0) : F.m^{-1}]$

4) Pour négliger les effets de bord il faut considérer que les dimensions verticales des armatures sont très grandes devant h .

5) Pour une tension U donnée, E est maximum en $r = R_1$. Ainsi, dès que $E(r = R_1) = E_m$, le condensateur est détruit.

Ceci correspond à une tension maximale U_m applicable : INCORPORER Equation.2

6) Si $e \ll R_1$, on retrouve l'expression de la capacité d'un condensateur plan : INCORPORER Equation.2

7) Application numérique

7.1 $C = 1,1 \text{ nF}$

7.2 $U_m = 39 \text{ kV}$

7.3 $Q_m = 4,2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$

II Réponse d'un circuit R-C à un échelon de tension

1)

1.1 Equation différentielle liant $u(t)$ et t : INCORPORER Equation.2

1.2 En tenant compte des conditions initiales ($u(0) = 0$), la résolution de l'équation différentielle conduit à :

INCORPORER Equation.2 avec ($\tau = (R + r)C$)

1.3 (τ caractérise la rapidité de l'évolution temporelle de la tension $u(t)$ pour « atteindre » le régime permanent.

Pour $t = 3\tau$, $u(t)$ ne diffère plus de sa valeur en régime permanent que de 5 %.

INCORPORER Equation.2 donc INCORPORER Equation.2

1.5 Représentations de $u(t)$ et $i(t)$

1.6 Application numérique

($\tau = 16,5 \text{ ms}$)

page 1/5

1.7 Au bout d'un temps infini :

l'énergie fournie par le générateur vaut INCORPORER Equation.2

l'énergie emmagasinée par le condensateur vaut INCORPORER Equation.2

l'énergie dissipée par effet Joule dans $(R+r)$ vaut INCORPORER Equation.2

Au bout d'un temps infini, l'énergie fournie par le générateur est également répartie entre le condensateur et la résistance $(R+r)$.

2) On considère le régime permanent atteint car τ est supposé très grand ce qui signifie qu'avec un changement de l'origine des temps, les nouvelles conditions initiales s'écrivent : $u(0) = E$ et $i(0) = 0$

2.1 L'équation différentielle s'écrit : INCORPORER Equation.2 qui conduit compte tenu des conditions initiales à :

INCORPORER Equation.2 avec ($\tau = RC$)

INCORPORER Equation.2

2.3 Représentations de $u(t)$ et $i(t)$

2.4 Lors de la décharge, l'énergie que le condensateur avait emmagasinée est dissipée par effet Joule à travers la résistance R .

III Résistance de fuite d'un condensateur

Situation n°1 : l'interrupteur K est en position (0). L'évolution temporelle de la tension aux bornes de C s'écrit alors: INCORPORER Equation.2 . Pour $t = t_1$, $U = U_1$ donc : INCORPORER Equation.2

Situation n°2 : l'interrupteur K est en position (2). L'évolution temporelle de la tension aux bornes de C s'écrit alors: INCORPORER Equation.2 . Pour $t = t_2$, $U = U_2$ donc :

INCORPORER Equation.2

3) Application numérique

3.1 $R_f = 13 \text{ M}\Omega$

3.2 $R = 11 \text{ M}\Omega$

IV Circuit R-C avec A.O. idéal : montage intégrateur

1)

INCORPORER Equation.2

On doit avoir $V_S(0) = 0$

page 2/5

Si K est fermé alors $V_S = V_-$. Comme l'A.O. est supposé idéal en fonctionnement linéaire : $V_+ = V_-$.

D'autre part $V_+ = 0$ donc $V_S = 0$

3)

INCORPORER Equation.2

3.2

V Simulation d'une bobine réelle

1) 2) Admittance d'entrée du montage de la figure 5 : INCORPORER Equation.2

Admittance du circuit équivalent : INCORPORER Equation.2

Par identification on tire :

INCORPORER Equation.2

3) Application numérique

3.1 $L = 30 \text{ H}$

$r = 667 \Omega$

4) L'intérêt d'un tel montage est d'obtenir de très fortes inductances.

Fin de la partie A

I Mesure de (

1) Formule des réseaux pour un maximum de lumière diffractée à l'ordre k : INCORPORER Equation.2
2)

3) Si D présente un extrémum alors $dD/di_0 = dik/di_0 - 1 = 0$ soit $dik = di_0$.

D'autre part, en différenciant la formule des réseaux à k et i (fixés), il vient : $\cos ik dik - \cos i_0 di_0 = 0$

Ainsi $\cos ik = \cos i_0$ soit $ik = i_0$ (sans intérêt car cela ne correspond qu'à l'ordre nul) ou $ik = -i_0$.

Finalement $D_m = -2 i_0 m$

4) Tracés de rayons au minimum de déviation

5)

5.1 $i_{0m} = -16,84^\circ$

5.2 INCORPORER Equation.2

5.3 INCORPORER Equation.2

5.4 INCORPORER Equation.2 INCORPORER Equation.2

II Détermination de la largeur spectrale ((

1)

2) Entre la lame et la lentille les rayons sont parallèles entre eux, ce que l'on peut montrer en utilisant les lois de Descartes .

page 4/5

3) Si R et $T = (1-R)$ désignent respectivement les pouvoirs de réflexion et transmission de l'interface, alors on peut déterminer les intensités des différents rayons transmis :

$$I_1 = T^2 I_0 ; \quad I_2 = R^2 T^2 I_0 = R^2 I_1 ; \quad I_3 = R^4 T^2 I_0 = R^4 I_1 ; \quad I_4 = R^6 T^2 I_0 = R^6 I_1$$

Application numérique :

$$I_2 = 3,6 \cdot 10^{-3} I_1 ; \quad I_3 = 1,3 \cdot 10^{-5} I_1 ; \quad I_4 = 4,7 \cdot 10^{-8} I_1$$

Conclusion : I_3 et $I_4 \ll I_2$ et I_1 , on peut donc se limiter à un phénomène d'interférences à deux ondes associées aux rayons R_1 et R_2 .

4)

4.1 INCORPORER Equation.2

4.2 INCORPORER Equation.2

4.3 Le contraste C est compris entre 0 et 1 suivant la valeur de R . On constate ici que les franges ne seront pas bien contrastées.

5)

$$5.1 \quad \cos r = 2n_e \cos r$$

$$5.2 \quad \sin i = n \sin r$$

5.3 Dans le cas de petits angles : $i \approx nr$ et $\cos r \approx 1 - r^2/2$ ce qui conduit à : INCORPORER Equation.2

6) L'anneau de rayon q étant brillant ($q = q_0$). D'autre part, les angles sont supposés petits donc $q \approx f' i_q$

En éliminant i_q à l'aide des relations précédentes on tire :

INCORPORER Equation.2

7)

7.1 Le centre est brillant donc la différence de marche s'écrit ($0 = 2n_e = q_0$) (avec q_0 entier)

L'ordre d'interférence décroît à partir du centre, ainsi pour le deuxième anneau brillant l'ordre d'interférence est donné par : $q_2 = q_0 - 2$.

A l'aide de ces deux résultats et de l'expression de q (question 6) on calcule

INCORPORER Equation.2

$$7.2 \quad q_2 = 2370$$

8)

8.1 En différenciant (n et f' supposés constants) la relation obtenue à la question 6 on obtient :

INCORPORER Equation.2

8.2 INCORPORER Equation.2

9) $q_0 = 2372$ et $f' = 160962$ donc la condition de visibilité des anneaux est vérifiée.

10) Supposons que la fente du collimateur éclairant le réseau soit infiniment fine (!!) et que la lentille de projection soit identique à celle utilisée précédemment, en différenciant la relation des réseaux on obtient dans l'approximation de Gauss : INCORPORER Equation.2, X est la position de l'image de la fente dans le plan focal image de la lentille.

Pour ($X = 0,005$ cm) on calcule ($f' = 0,3$ m). On ne peut donc pas mettre en évidence à l'aide du réseau cette largeur spectrale.

En pratique, la résolution effective d'un réseau dépend essentiellement de la largeur de la fente d'entrée, c'est à dire des performances du collimateur.

Fin de la partie B

Fin du problème
Page 5/5