

РАДІАННЕ ВИМІРЮВАННЯ КУТІВ. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ ЧИСЛОВОГО АРГУМЕНТУ

Як відомо, кути вимірюють у градусах і його частинах - мінутах, секундах. Проте в математиці, астрономії, фізиці та інших науках використовують ще й радіанну міру кута, яка має певні переваги порівняно з градусною.

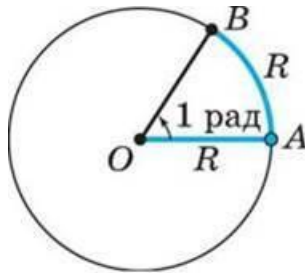
1. Радіанна міра кута

Кутом в 1 (один) радіан називають центральний кут, довжина дуги якого дорівнює довжині радіуса кола.

На малюнку 18.1 $\overset{\frown}{AB} = R$ тому міра кута AOB дорівнює 1 радіан (скорочено «рад»).

Знайдемо зв'язок між радіанною і градусною мірами. Довжина півкола, радіус якого R , дорівнює πR , що в π разів більше за довжину дуги AB. Тому розгорнутому куту відповідає дуга міри π радіанів. Отже,

$$180^\circ = \pi \text{ рад.}$$



Мал. 18.1

Звідси маємо, що

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ рад, тоді } n^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot n \text{ рад;}$$

$$1 \text{ рад} = \frac{180^\circ}{\pi}, \text{ тоді } \alpha \text{ рад} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \alpha.$$

Корисно пам'ятати, що

$$1 \text{ рад} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57^\circ 18'.$$

Одержані формули, зокрема, використовують для переходу від градусної міри кута до радіанної і навпаки, проте для цього можемо застосовувати і пропорцію, врахувавши, що $180^\circ =$

ad

π рад.

Приклад 1. Знайти радіанну міру кута 144° .

Розв'язання. I спосіб (за формулою).

$$144^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot 144^\circ = \frac{144\pi}{180} = \frac{4\pi}{5} \text{ (рад)}.$$

II спосіб (за допомогою пропорції).

Маємо пропорцію:

$$\begin{array}{l} 180^\circ - \pi \text{ рад} \\ 144^\circ - x \text{ рад} \end{array}$$

Маємо рівняння: $\frac{180}{144} = \frac{\pi}{x}$, звідки $x = \frac{144\pi}{180}$, тобто $x = \frac{4\pi}{5}$ рад.

Відповідь. $\frac{4\pi}{5}$ рад.

Приклад 2. Знайти градусну міру кута $1,5$ рад.

Розв'язання.

$$1,5 \text{ рад} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot 1,5 = \frac{270^\circ}{\pi} \approx 85^\circ 59'.$$

Відповідь.

$$\frac{270^\circ}{\pi} \approx 85^\circ 59'.$$

Приклад 3. Знайти градусну міру кута $\frac{5\pi}{6}$.

Розв'язання. Виконати це завдання можна у той самий спосіб, що й попереднє, але тут доцільніше буде замінити π на 180° . Матимемо:

$$\frac{5\pi}{6} = \frac{5 \cdot 180^\circ}{6} = 150^\circ.$$

ad

Відповідь. 150° .

2. Тригонометричні функції числового аргументу

Використовують радіанну міру кута, так само як і градусну, у записах тригонометричних виразів. Так, запис $\sin 2$ означає синус кута, міра якого 2 радіани, запис $\cos \frac{3\pi}{4}$ означає косинус кута міри $\frac{3\pi}{4}$ радіанів, запис $\operatorname{tg}(-3)$ - тангенс кута, міра якого -3 радіани.

Кожному допустимому значенню числа x (кута, що містить x радіанів) відповідає єдине значення $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$. Тому синус, косинус, тангенс і котангенс є функціями числового аргументу x . Їх називають тригонометричними функціями числового аргументу.

Наприклад,

$$\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}; \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Приклад 5. Знайти значення виразу $\cos x + x$, якщо $x = 0$.

Розв'язання. Якщо $x = 0$, то $\cos x + x = \cos 0 + 0 = 1 + 0 = 1$.

Відповідь. 1.

