

CORRECTION CONCOURS ATS 1999

PREMIER PROBLEME : ETUDE d'UN SATELLITE ARTIFICIEL

I. Propriétés générales de la trajectoire

$$\vec{F}(r) = -\frac{GMm}{r^2} \vec{u}$$

1.1 Le satellite S est soumis à la force gravitation dirigée vers O (Terre sphérique homogène ;

$m \ll M$). 1.2 Le moment cinétique du satellite par rapport à O est $\vec{L} = m \vec{r} \wedge \vec{v}$. 1.3 $\vec{L}$ est constant dans le référentiel géocentrique. D'après le Principe Fondamental de la Dynamique, $\vec{F} = m \vec{a}$ d'où : $\vec{L} = m \vec{r} \wedge \vec{v}$ donc $\vec{L}$ est un vecteur constant, égal à $\vec{L}_0$. 1.4 Il s'ensuit que le mouvement de S est dans le plan contenant O et perpendiculaire à $\vec{L}$ puisque à tout instant $\vec{L}$ est perpendiculaire à $\vec{r}$. II. Etude du mouvement plan. Aspect dynamique et énergétique. 2.1 D'après le principe fondamental de la dynamique appliqué à S dans le référentiel géocentrique $\vec{F} = m \vec{a}$, $\vec{F}$ est radial, et sa composante orthoradiale $F_r = -\frac{GMm}{r^2}$ est nulle, d'où après multiplication par $\vec{r}$: $\vec{r} \cdot \vec{F} = -\frac{GMm}{r}$. On reconnaît dans cette expression la dérivée de $\frac{1}{r}$ par rapport au temps, c'est-à-dire de la constante des aires $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m r^2 \dot{\theta} \right) = 0$ il semble que l'énoncé comporte une erreur. C'est un concours des ARTS...), le terme $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m r^2 \dot{\theta} \right)$ étant le module de $\vec{L}$. 2.2 On en déduit que $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m r^2 \dot{\theta} \right)$ est une constante du mouvement (constante des aires) reliée à $\vec{L}$ par $\vec{L} = m \vec{r} \wedge \vec{v}$. 2.3 $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m r^2 \dot{\theta} \right) = 0$, d'où $\frac{1}{2} m r^2 \dot{\theta} = \text{cte}$ avec $\vec{L} = m \vec{r} \wedge \vec{v}$. 2.4 La variation de l'énergie potentielle étant égale et opposée au travail de la force conservative $\vec{F}$, l'énergie potentielle étant conventionnellement nulle à l'infini, elle est négative à distance finie $E_p = -\frac{GMm}{r}$ de O car le travail des forces de gravitation pour amener un point matériel de l'infini à r est moteur, donc positif : $E_p = -\frac{GMm}{r}$. 2.5 Par définition $E = E_k + E_p$ donc $E = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{r}$ au cours du déplacement élémentaire

INCORPORER Equation.3 $m \ll M$. On en déduit INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ et donc INCORPORER Equation.3 $m \ll M$: L'énergie mécanique du satellite se conserve au cours du temps.2.6 Le mouvement reste lié si INCORPORER Equation.3 $m \ll M$. Donc INCORPORER Equation.3 $m \ll M$, c'est-à-dire INCORPORER Equation.3 $m \ll M$. Le cas INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ étant un cas limite à priori exclu, la trajectoire est elliptique.III. Satellite géostationnaire3.1 L'application du P.F.D au satellite en orbite géostationnaire circulaire conduit à : INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ d'où INCORPORER Equation.3 $m \ll M$.3.2 Par définition, INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ donc INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ d'où INCORPORER Equation.3 $m \ll M$, avec INCORPORER Equation.3 $m \ll M$.3.3 INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ d'où INCORPORER Equation.3 $m \ll M$.3.4 INCORPORER Equation.3 $m \ll M$, INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ étant l'énergie mécanique totale du satellite au sol dans le référentiel géocentrique, soit INCORPORER Equation.3 $m \ll M$, avec INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ donc INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ soit INCORPORER Equation.3 $m \ll M$.3.5 INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ d'où INCORPORER Equation.3 $m \ll M$. Cette différence est minimale si INCORPORER Equation.3 $m \ll M$: il est plus énergiquement favorable de lancer le satellite à l'équateur Bases de Kourou, Baïkonour, etc...).IV. Phénomènes électriques et magnétiques affectant les satellites.4.1 Les porteurs mobiles au sein du satellite subissent la force de Lorentz INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ dirigée verticalement, de sorte qu'en régime permanent l'accumulation des porteurs engendre un champ électrique de Hall à l'équilibre tel que INCORPORER Equation.3 $m \ll M$. Le champ INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ est donc également dirigé verticalement, de haut en bas .4.2 INCORPORER Equation.3 $m \ll M$.4.3 La différence de potentiel INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ correspond à la circulation de INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ entre les deux extrémités de la sphère. En supposant INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ uniforme, on obtient INCORPORER Equation.3 $m \ll M$. Cette différence de potentiel n'existant qu'à l'équilibre est de l'ordre du volt et donc suffisante pour une alimentation de faible puissance.4.4 Si le satellite est électriquement chargé, il subit la résultante INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ des forces de Lorentz.4.5 INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ est dirigé de haut en bas, et tend à diminuer le rayon INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ de la trajectoire si INCORPORER Equation.3 $m \ll M$.DEUXIEME PROBLEME : ETUDE D'UN TORE FERROMAGNETIQUE0.1 Les lignes de champ INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ sont des cercles dont l'axe de symétrie est le conducteur. INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ est orienté dans le sens direct autour du conducteur par rapport au courant INCORPORER Equation.3 $m \ll M$.D'après le théorème d'Ampère INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ le long d'un contour INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ fermé quelconque. En prenant pour INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ le cercle de rayon INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ correspondant à

une ligne de champ $\vec{B}$ parcourue dans le sens direct, il vient $\vec{B} \cdot d\vec{l}$ invariance de $\vec{B} \cdot d\vec{l}$ par rotation autour de $\vec{B}$ (symétrie cylindrique). D'où : $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$. I. Induction magnétique dans un tore 1.1 Les lignes de champ $\vec{B}$ sont des cercles intérieurs au tore, de même axe de symétrie que celui-ci, orientées dans le sens direct par rapport au courant. 1.2 $\vec{B}$ étant invariant par rotation autour de l'axe (symétrie cylindrique), l'application du théorème d'ampère le long d'une ligne de champ circulaire de rayon r s'écrit : $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$ d'où $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$. 1.3 Le flux Φ du champ magnétique à travers une section radiale du tore est $\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$ avec $\vec{B}$ colinéaire à $d\vec{S}$ par symétrie cylindrique. On en déduit : $\Phi = \frac{\mu_0 I N^2}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$ d'où $L = \frac{\mu_0 N^2}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$. 1.4 La fém induite dans le second enroulement est $\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$ avec L donc : $\mathcal{E} = -\frac{\mu_0 N^2}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1} \frac{dI}{dt}$. II. Tore avec entrefer 2.1 La présence d'un entrefer conduit à une « évation » des lignes de champ d'autant plus minime que l'entrefer est étroit, de sorte que les fuites de flux du tore peuvent être considérées comme négligeables. 2.2 Comme $\vec{B}$ en tout point, la conservation du flux de $\vec{B}$ conduit à la conservation de sa composante normale à l'interface matériau ferromagnétique – air. Comme l'entrefer est très étroit, les lignes de champ $\vec{B}$ restent des cercles et sont perpendiculaires aux faces de l'entrefer, de sorte que $\vec{B}$ s'écrit $\vec{B} = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r}$. En revanche $\vec{H}$ $\vec{H} = \frac{I N}{2\pi r}$. On en déduit $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ donc $\vec{B} = \mu_0 \frac{I N}{2\pi r}$. 2.3 $\vec{B}$ $\vec{B} = \mu_0 \frac{I N}{2\pi r}$ 2.4 On en déduit $\vec{B} = \mu_0 \frac{I N}{2\pi r}$ donc $\vec{B} = \mu_0 \frac{I N}{2\pi r}$. III. Sonde à effet Hall 3.1 Par convention, $\vec{B}$ est algébriquement définie par le signe des charges, avec $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$, de sorte qu'un débit de charges négatives à travers la section orientée $\vec{S}$ $\vec{B}$ correspond à une intensité positive et à un vecteur densité de courant $\vec{J}$ orienté dans le sens de $\vec{B}$ opposée à la vitesse $\vec{v}$ des électrons. 3.2 A travers une section $\vec{S}$ quelconque, $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$, avec $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$, d'où $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$. 3.2 La force de Lorentz s'exerçant sur un électron est $\vec{F} = -e \vec{v} \times \vec{B}$. 3.3 $\vec{F} = -e \vec{v} \times \vec{B}$ 3.4 A l'équilibre, $\vec{F} = -e \vec{v} \times \vec{B}$

Equation.3 $m \ll M$ d'où INCORPORER Equation.3 $m \ll M$, soit INCORPORER Equation.3 $m \ll M$.3.5 L'accumulation des électrons, sur la face opposée à la direction +y et le découvrément des ions + sur la face opposée engendre une tension égale à la circulation de INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ entre ces deux faces. INCORPORER Designer $m \ll M$ Régime transitoire Régime permanent INCORPORER Equation.3 $m \ll M$. Or, INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ d'où INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ soit INCORPORER Equation.3 $m \ll M$.3.6 Dans un semi-conducteur, la densité volumique des porteurs est beaucoup plus faible que dans un métal, typiquement INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ et INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ respectivement). On utilise de préférence des semi-conducteurs de type p ou n. IV. Pertes par hystérésis 4.1 D'après le schéma électrique équivalent du circuit primaire inductif, INCORPORER Designer $m \ll M$ INCORPORER Equation.3 $m \ll M$, avec INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ et INCORPORER Equation.3 $m \ll M$, d'où INCORPORER Equation.3 $m \ll M$, INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ étant la force électromotrice auto-induite dans l'enroulement. 4.2 INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ est l'énergie électrique fournie par le générateur pendant INCORPORER Equation.3 $m \ll M$; INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ est l'énergie électrique dissipée par effet Joule sous forme de chaleur par la résistance de l'enroulement pendant INCORPORER Equation.3 $m \ll M$; INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ est l'énergie magnétique stockée sous forme de champ magnétique et d'aimantation dans l'espace air et tore ferromagnétique) pendant INCORPORER Equation.3 $m \ll M$. 4.3 D'après le théorème d'Ampère INCORPORER Equation.3 $m \ll M$. 4.4 INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ 4.5 INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ de A à C donc INCORPORER Equation.3 $m \ll M$. 4.6 INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ donc INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ est directement proportionnel à l'intégrale INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ calculé sur tout le cycle, qui n'est autre que la surface du cycle changée de signe. D'autre part, INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ représente un volume d'un cylindre de section INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ et de longueur INCORPORER Equation.3 $m \ll M$; comme le tore est fin, INCORPORER Equation.3 $m \ll M$ est pratiquement égal à V. D'où : INCORPORER Equation.3 $m \ll M$.