Дата **14.11.2022.** Группа: ХКМ 2/1. Курс второй. Семестр:3

Дисциплина: Техническая механика

Специальность: 15.02.06 «Монтаж и техническая эксплуатация холодильно-компрессорных машин и установок (по отраслям)»

Тема занятия: Сложное движение точки и тела

Цель занятия:

–методическая– совершенствование методики проведения лекционного занятия; сочетание инновационных методов обучения с традиционной методикой преподавания;

–учебная– дать представление студентам о кинематике; усвоение понятия о сложном движени;

–воспитательная– воспитывать культуру общения с использованием специальной терминологии, усидчивость, внимательность, графические и аналитические способности, чувство гордости за выбранную профессию.

Вид занятия: лекция

Междисциплинарные связи:

Обеспечивающие: Инженерная графика, Физика, Математика

Обеспечиваемые: Техническая механика, Детали машин, Курсовое и дипломное проектирование,

Рекомендуемая литература

Основная литература:

1.Никитин Е.М.Теоретическая механика для техникумов. М.: Высшая школа, 2014

2.Олофинская В.П. Техническая механика. Сборник тестовых заданий. – Москва, Форум, Инфра М, 2014.

3. Аркуша А.И. Техническая механика. – Москва, Высшая школа, 2013.

Дополнительная литература:

1. https://www.youtube.com/watch?v=y-8fU6D3uSE Сложное движение точки. Пример

2. https://www.youtube.com/watch?v=JM-4s12_AeY Сложное движение точки и тела

3. https://www.youtube.com/watch?v=pLm7HaPXYHE&t=50s Сложное движение

4. https://www.youtube.com/watch?v=H1UYwz00A6w Плоскопараллельное движение тела

5. https://www.youtube.com/watch?v=ug2NU8VhIX8 Мгновенный центр скоростей

Тема: Сложное движение точки и тела

1. Переносное, относительное и абсолютное движение точки.
2. Теорема сложения скоростей.
3. Плоскопараллельное движение тела.
4. Мгновенный центр скоростей.

1. Переносное, относительное и абсолютное движение точки

Мы уже знаем, что всякое движение тела или точки есть движение относительное, т. е. его можно наблюдать и изучать лишь по отношению к другим физическим телам и связанным с ними системам отсчета.

Мы рассматривали движение по отношению к так называемой «неподвижной» системе отсчета, за которую в технической практике принимают систему отсчета, жестко связанную с Землей.

Движение точки по отношению к системе отсчета, принимаемой за неподвижную, называется абсолютным движением.

В ряде случаев движение точки по отношению к неподвижной системе отсчета бывает удобно рассматривать как движение сложное, состоящее из двух одновременных движений: движения точки по отношению к некоторой подвижной системе отсчета и движения точки вместе с подвижной системой отсчета по отношению к неподвижной.

Так, например, движение какой-либо точки M колеса тепловоза (рис.170), совершающееся по отношению к Земле, по кривой, называемой циклоидой, можно считать состоящим из двух простых движений: движения точки по окружности по отношению к корпусу тепловоза и движения этой точки вместе с поступательно движущимся корпусом тепловоза.

Движение точки по отношению к подвижной системе отсчета называется относительным движением.

Движение подвижной системы отсчета и всех неизменно связанных с ней точек по отношению к неподвижной системе отсчета называется переносным движением.

Чтобы определить переносное движение какой-либо точки в данный момент времени, надо мысленно прекратить относительное движение данной точки и определить ее движение вместе с подвижной системой отсчета по отношению к неподвижной системе отсчета.

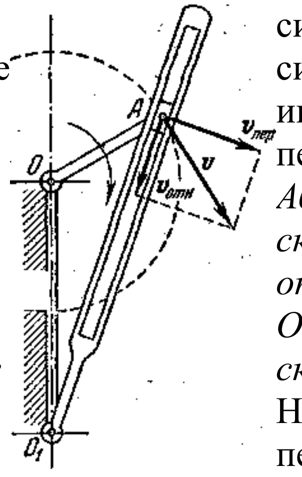
Аналогичным приемом бывает иногда удобно пользоваться и для выяснения относительного движения точки.

Чтобы его определить, надо мысленно прекратить переносное движение точки. В приведенном выше примере круговое движение точки M по отношению к движущемуся корпусу тепловоза есть, очевидно, относительное движение. Если эту точку мысленно неизменно связать с корпусом тепловоза, то ее движение вместе с ним будет переносным движением. Движение же точки *M* (по циклоиде) по отношению к Земле — абсолютное движение.

Приведем для пояснения еще несколько, примеров.

Движение человека по палубе движущегося по реке парохода есть движение относительное. Движение точки палубы парохода, в которой в данный момент находится человек, относительно берега реки — переносное движение, а движение человека относительно берега — абсолютное движение.

В механизме с качающейся кулисой (рис. 1) круговое движение точки *A* (центра шарнира, соединяющего ползун с кривошипом *O A)* вокруг неподвижной оси O является абсолютным. Это движение можно разложить на относительное движение точки *A* вдоль кулисы 0_1B и переносное движение вместе с кулисой.



Условимся же обозначать абсолютную скорость точки принятым ранее символом υ, а относительную и переносную скорости тем же символом, но с соответствующими подстрочными индексами: отн — для относительного движения и пер—для переносного движения.

Абсолютной скоростью υ данной точки называется ее скорость по отношению к неподвижной системе отсчета.

Относительной скоростью $\upsilon_{отн}$ данной точки называется ее скорость по отношению к подвижной системе отсчета.

Несколько сложнее и требует разъяснения понятие переносной скорости точки в тех случаях, когда движение подвижной системы отсчета не является поступательным.

Так, в приведенном выше примере (рис. 1) переносным движением точки *A* (центра шарнира ползуна) является движение вместе с кулисой O_1B той ее точки, с которой совпадает в данный момент точка *A*. Вследствие относительного движения ползуна вдоль кулисы положение точки A относительно кулисы будет все время изменяться. Но при вращении кулисы около неподвижной точки 0_1 различные точки кулисы имеют различные линейные перемещения и различные линейные скорости, и потому переносная скорость точки *A* будет зависеть от того, какое положение эта точка занимает в данный момент по отношению к кулисе.

Следовательно, *переносной скоростью $\upsilon_{пер}$ какой-либо точки M называется абсолютная скорость той неизменно связанной с подвижной системой точки, с которой совпадает в этот момент данная точка M.*

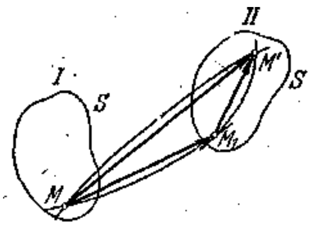
Так как только при поступательном движении подвижной системы отсчета скорости всех связанных с ней точек одинаковы, то лишь в этом случае переносная скорость движущейся точки не будет зависеть от ее положения относительно подвижной системы отсчета и под ней в этом случае можно понимать скорость подвижной системы отсчета относительно неподвижной.

2. Теорема сложения скоростей

Теорема. Абсолютная скорость точки равна геометрической сумме ее переносной и относительной скоростей:

$\upsilon = \upsilon_{пер} + \upsilon_{отп}$

Доказательство. Пусть точка *M* движется относительно некоторой подвижной системы S отсчета и вместе с этой системой перемещается относительно неподвижной системы отсчета *Oxyz* (рис. 2).



к SEQ Рисунок *
ІС 2- Сложение
скоростей

Пусть за некоторый промежуток времени Δt подвижная система S отсчета перемещается из положения I в положение II.

Если бы точка *M* не имела относительного движения, то она переместилась бы при этом относительно неподвижной системы отсчета *Oxyz* по дуге MM_1 некоторой траектории из положения *M* в положение M_1, занимая относительно подвижной системы S неизменное положение.

Вектор MM_1 назовем вектором переносного перемещения точки *M* за данный промежуток времени Δt. Вследствие относительного движения точки *M* она перемещается за данный промежуток времени относительно подвижной системы S отсчета по дуге M_1M' траектории ее относительного движения и займет некоторое положение *M'*.Вектор M_1M' назовем вектором относительного перемещения точки *M* за данный промежуток времени.

На самом деле оба движения (переносное и относительное) происходят одновременно, и точка *M* приходит за рассматриваемый промежуток времени Δt из положения *M* в положение *M'*, перемещаясь относительно неподвижной системы отсчета *Oxyz* по некоторой дуге *MM'* траектории ее абсолютного движения. Вектор *MM'* представляет собой, следовательно, вектор абсолютного перемещения точки.

Из рис. 2 видно, что

$MM' = MM_1 + M_1M'$.

Разделив обе части равенства на одну и ту же скалярную величину Δt (от чего векторное равенство не нарушится), получим

$MM' / \Delta t = MM_1 / \Delta t + M_1M' / \Delta t$

Отношение вектора перемещения точки (в каком-либо ее движении) к промежутку времени, в течение которого совершалось перемещение, дает нам вектор средней, скорости точки за данный промежуток времени. Следовательно,

$MM' / \Delta t = \upsilon_{ср}$, $MM_1 / \Delta t = \upsilon_{ср.пер}$, $M_1M' / \Delta t = \upsilon_{ср.отн}$

Таким образом, мы получили

$$\upsilon_{ср} = \upsilon_{ср.пер} + \upsilon_{ср.отн}$$

Если неограниченно уменьшать рассматриваемый промежуток времени Δt, то точки M_1 *и* M' неограниченно приближаются к точке M, а хорды MM', MM_1 и M_1M' неограниченно приближаются к касательным к кривым MM', MM_1 и M_1M' в точке M. В пределе при $\Delta t \to 0$ средние скорости точки за промежуток времени Δt превратятся в соответствующие истинные скорости точки в данный момент t, направленные по касательным к соответствующим кривым MM', MM_1, M_1M' (рис. 172). Таким образом, переходя к пределу при $\Delta t \to 0$, будем иметь

$$\lim_{\Delta t \to 0} \upsilon_{ср} = \lim_{\Delta t \to 0} \upsilon_{ср.пер} + \lim_{\Delta t \to 0} \upsilon_{ср.отн}$$

или

$$\upsilon = \upsilon_{пер} + \upsilon_{отн}$$

Теорема доказана.

Так как при геометрическом сложении двух скоростей точки ее результирующая скорость изображается диагональю параллелограмма, построенного на составляющих скоростях как на сторонах (рис. 3), то данную теорему называют часто *правилом параллелограмма.*

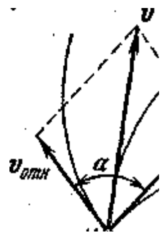


Рисунок SEQ Рисунок * ARABIC 3 - Правило параллелограмма

Если модули переносной $\upsilon_{пер}$ и относительной $\upsilon_{отн}$ скоростей точки и угол α между их направлениями известны, то модуль абсолютной скорости находится на основании теоремы косинусов (совершенно так же, как и при сложении двух сил, приложенных к одной точке

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon^2_{пер} + \upsilon^2_{отн} + 2\,\upsilon_{пер}\,\upsilon_{отн}\cos\alpha}$$

Если направления переносного и относительного движений точки перпендикулярны друг к другу, то $\alpha = 90°$, $\cos\alpha = 0$ и $\upsilon = \sqrt{\upsilon^2_{пер} + \upsilon^2_{отн}}$. Если переносное и относительное движения направлены по одной прямой в одну сторону, то $\alpha = 0$, $\cos\alpha = 1$ и $\upsilon = \upsilon_{пер} + \upsilon_{отн}$.

Если переносное и относительное движения направлены по одной прямой в противоположные стороны, то $\alpha = 180°$, $\cos\alpha = 1$ и $\upsilon = \upsilon_{пер} + \upsilon_{отн}$, т. е. в этом случае абсо лютная скорость точки равна по модулю абсолютному значению разности между переносной и относительной скоростями точки и направленв в сторону большей скорости.

3. Плоскопараллельное движение тела

Плоскопараллельное движение (плоское движение) — вид движения абсолютно твёрдого тела, при котором траектории всех точек тела располагаются в плоскостях, параллельных заданной плоскости.

Примером плоскопараллельного движения по отношению к вертикальной плоскости, относительно которой тело движется в параллельном направлении, является качение колеса по горизонтальной дороге (см. рисунок 4).

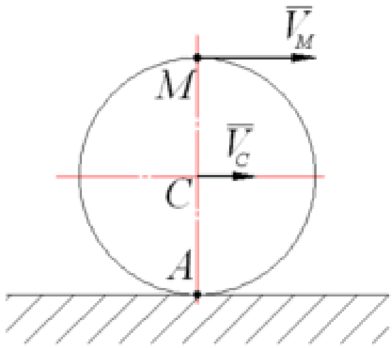


Рисунок 4 - Сложное движение

Пример плоскопараллельного движения относительно плоскости чертежа — качение колеса по горизонтальной дороге. Все точки колеса движутся параллельно плоскости рисунка.

Здесь плоскопараллельное движение в каждый момент времени может быть представлено в виде суммы двух движений — полюса *C*, являющегося не чем иным, как центром вращения колеса в связанной с ним системе координат (в общем случае по любой траектории на плоскости с точки зрения неподвижного наблюдателя) и вращательного движения остальных точек тела вокруг этого центра.

Вращение тела в случае его плоскопараллельного движения не является необходимым признаком последнего.

В таком случае вектор абсолютной скорости движения *любой точки* будет определяться *векторной суммой* переносной скорости движения центра вращения *C* (одинаковой для расчёта скорости любой точки колеса) и вектора относительной скорости выбранной точки, зависящей от её положения, угловой скорости вращения и расстояния от центра.

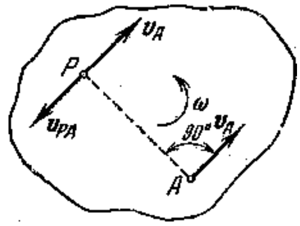
Если в данный момент для точки контакта колеса с поверхностью (точки А) эти скорости равны по модулю и противоположны по направлению, имеет место случай чистого (без проскальзывания) качения, что показано на рисунке. Только в этом случае скорость точки *M* будет в 2 раза больше скорости точки *C* и направлена в ту же сторону.

В общем случае их соотношение может быть любым не только по величине, но и по направлению.

4. Мгновенный центр скоростей

Мы установили, что скорость любой точки плоской фигуры в каждый данный момент времени можно рассматривать как геометрическую сумму двух скоростей: скорости полюса и вращательной скорости данной точки вокруг полюса, причем за полюс может быть взята любая точка фигуры. Эта произвольность выбора полюса позволяет внести значительное упрощение в изучение движения плоской фигуры.

При всяком движении этой фигуры (кроме поступательного) всегда можно отыскать такую точку, лежащую или на самой движущейся фигуре, или на ее мысленном продолжении, скорость которой в данный момент равна нулю. В самом деле, пусть в данный момент скорость какой-либо произвольной точки А фигуры (рис.5) равна υ_A, причем направление вращения (на рис. 187 оно указано стрелкой) *и* угловая скорость фигуры со нам также известны. Восставим в точке *А* фигуры перпендикуляр к скорости этой точки так, чтобы угол 90^0 был отсчитан от вектора υ_A в сторону вращения фигуры, и отложим на нем отрезок $AP = \upsilon_A / \omega$. Примем точку *А* за полюс. Тогда скорость точки *Р,* как и скорость всякой другой точки фигуры при ее плоском движении, будет складываться из скорости υ_A полюса А и вращательной скорости υ_{PA} точки *Р* вокруг этого полюса:



$$\upsilon_p = \upsilon_A + \upsilon_{PA}$$

Модуль вращательной скорости

$$\upsilon_{PA} = \omega \cdot AP = \omega\, \upsilon_A / \omega,$$

т. е. он равен модулю скорости υ_A полюса. Направлена же вращательная скорость υ_{PA} перпендикулярно к отрезку *АР* в сторону вращения фигуры, т. е. по одной прямой со скоростью υ_A полюса, но в противоположную сторону (рис. 5). Ясно, что геометрическая сумма двух противоположных векторов υ_A и υ_{PA} равна нулю, а потому в данный момент абсолютная скорость точки Р, т. е. ее скорость по отношению к неподвижной плоскости, в которой движется фигура, $\upsilon_P = 0$.

Неизменно связанная с движущейся плоской фигурой точка Р, скорость которой в данный момент времени равна нулю, называется мгновенным центром скоростей этой фигуры.

Мгновенный центр Р скоростей фигуры, как видно из способа, при помощи которого мы нашли его положение, всегда лежит на линии, проведенной из какой-либо точки фигуры перпендикулярно к направлению скорости этой точки.

Если известны направления скоростей двух каких-либо точек фигуры, то *мгновенный центр Р скоростей этой фигуры легко находится как точка* *пересечения линий, проведенных из данных точек фигуры перпендикулярно к векторам скоростей этих точек* (рис. 6).

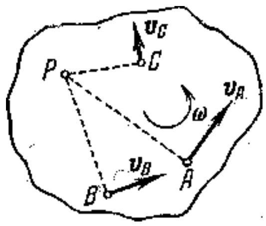


Рисунок SEQ Рисунок * ARABIC 6 - Мгновенный центр скоростей

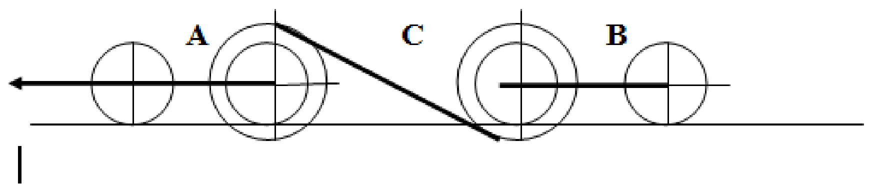
Найдя положение мгновенного центра скоростей P и зная для данного момента скорость какой-либо точки A фигуры не только по направлению, но и по модулю, легко найти и угловую скорость фигуры, соответствующую этому моменту времени

$$\omega = \upsilon_A / AP$$

Угловая скорость фигуры в каждый момент равна отношению модуля соответствующей этому моменту скорости какой-либо точки фигуры к расстоянию от этой точки до мгновенного центра скоростей. Направление же вращения фигуры определяется известным направлением скорости ее точки.

Контрольные вопросы

1. Какое движение тела называется плоскопараллельным?
2. Что такое мгновенный центр скоростей?
3. Сколькими способами можно определить положение мгновенного центра скоростей?
4. При плоскопараллельном движении тела любая точка, расположенная выше (или ниже) сечения, движется .... с точкой, лежащей в сечении.
5. Две тележки А и В, которые могут катиться без проскальзывания по горизонтальным направляющим, соединены нитью С. В какую сторону катится тележка В, если тележка А покатилась влево?



Задание для самостоятельной работы

1. Вопрос 1 – конспект основных понятий и определений
   Вопрос 2 – ознакомиться (не конспектировать)
   Вопрос 3 –краткий конспект

Вопрос4–посмотреть видео 5 из списка дополнительной литературы (не конспектировать)

2. Письменно ответить на контрольные вопросы

Фотографию выполненной работы прислать в личном сообщении ВК https://vk.com/id139705283

На фотографии вверху должна быть фамилия, дата выдачи задания, группа, дисциплина. Например: «Иванов И.И, **14.11.2022,** группа ХКМ 2/1,Техническая механика».