Календарный план по комбинаторике и теории графов КиТГ-2025

Программа экзамена КиТГ-2025

Консультации 8 и 9 июня в 18.00
Подключиться к конференции Zoom
https://us02web.zoom.us/j/89523376239?pwd=pHGdAOXxVZTlnPKgzUEnE5KLul2sLq.1
Идентификатор конференции: 895 2337 6239
Код доступа: 539128

Анкета по лекционным заданиям КиТГ-2025
Анкета по работе в коллоквиуме КиТГ-2025

Темы альтернативного экзамена КиТГ-2025 (будут пополняться)

Коллоквиум на создание программных модулей и задачника в системе “Графы”
(коллоквиум организует Егор Владимирович Малютин)

Тренажер по алгоритмам на графах (сайт с алгоритмами на графах)
Состав тренажера:

1) Эмпирический алгоритм построения гамильтонова пути (обход шахматной доски конем)
2) Алгоритм обхода эйлерова графа
3) Алгоритм Прима
4) Алгоритм Краскала
5) Алгоритм Дейкстры
6) Алгоритм построения паросочетания в двудольном графе
7) Алгоритм Хаффмана

Материалы к курсу:
Учебник “Дискретная математика” (Рыбин, Поздняков)
Презентации Ф.А.Новикова к первой части курса “Бинарные отношения”
Плейлист лекций ДМ-2018 (смотри конец курса)
Плейлист лекций МЛиТА-2018 (смотри конец курса)

Полезный ресурс: работа с графами онлайн

Курс на Stepic по теории графов, разработанный в студенческой лаборатории алгоритмической математики
Обязательным условием для всех студентов является прохождения курса на 100 баллов.
За бОльшее количество баллов добавляются баллы к оценке на экзамене (после беседы по курсу):
100 баллов — обязательно;
150 баллов — +0.25 баллов к экзамену;
175 баллов — +0.5 баллов к экзамену;
200 баллов — +0.75 баллов к экзамену.

Дополнительно:
А. А. Вороненко, В. С. Федорова. ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА. ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ С РЕШЕНИЯМИ
В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич - Лекции по теории графов

Программа экзамена: все темы, не помеченные значком звездочки (*)

№	Дата	Тема лекции	Тема практики	Дополнения и полезные ссылки

1	04.02.25	1. Бинарные отношения и их свойства. Функциональные отношения. Связь с реляционными базами данных (1-ая, 2-ая и 3-ья нормальные формы). 2. Способы задания бинарных отношений. Понятие графа (графы бинарных отношений). Оргграф, псевдограф. 3*. Введение в алгебраическую теорию графов. Обобщения матрицы смежностей. Взвешенный граф. Различные способы умножение матриц (логическое умножение, арифметическое умножение, тропическое умножение) и их графовая трактовка (достижимость, число путей, кратчайшее расстояние) Видеофрагмент. Бинарные отношения Введение, примеры, определения Видеофрагмент. Свойства бинарных отношений **Лекционное задание №1** Реализовать алгоритмы умножения матриц, соответствующие трем разным вариантам определения умножения. Провести эксперименты с нетривиальными графами, например, с графом Петерсена со случайной ориентацией ребер. *Подключить модуль изображения графа по матрице смежностей (весов) (индивидуальное)	Бинарные отношения и их свойства. Количественные характеристики отношений (серьезный материал для работы на практических занятиях) Выдача ИДЗ-1 Задачи и справочные материалы ВШЭ (семинар 2) Задачи и справочные материалы ВШЭ (семинар 3)	Видеозапись лекции (2018) (конец с 50:29 минуты) (определение и способы задания) Конспект (2018) с согласованной видеозаписью (свойства бинарных отношений + ….)
2	11.02.25	1. Отношение эквивалентности и алгоритм построения классов эквивалентности. 2*. Отношение толерантности. Компоненты связности графа. Видеофрагмент. Отношение эквивалентности Алгоритм построения классов эквивалентности 3. Отношение порядка. Частично упорядоченные множества, диаграмма Хассе. Линейный порядок. Алгоритм топологической сортировки. 4*. Отношение предпорядка	Отношение эквивалентности. Построение классов эквивалентности. Практика. Списвак. Частично упорядоченные множества	Конспект (2018) с согласованной видеозаписью (...+отношение эквивалентности, алгоритм построения классов эквивалентности, отношение порядка, алгоритм топологической сортировки) Дополнительный материал: Лекция 3. Частично упорядоченные множества (ЧУМ). Диаграмма Хассе. Максимальные, минимальные, наибольший и наименьший элементы. Цепи и антицепи, длина и ширина

		Видеофрагмент. Отношение порядка Алгоритм топологической сортировки		конечных ЧУМ. Теорема о разбиении ЧУМ на антицепи. Теорема Дилуорса. Булев куб, его длина и ширина. Булеан. Запись лекции 12.09.21 из аудитории
3	18.02.25	1. Транзитивное замыкание бинарного отношения. Построение замыкания через умножение матриц. Алгоритм Уоршалла. 2.*Транзитивное сокращение (придумать алгоритм самостоятельно) Видеофрагмент. Транзитивное замыкание Определение Алгоритм умножения матриц Видеофрагмент. Транзитивное замыкание: алгоритм Уоршалла *Умножение матриц - алгоритм Штрассена	Отношение порядка. Алгоритм топологической сортировки. Придумать алгоритм транзитивного сокращения A. V. Aho, M. R. Garey, J. D. Ullman. The Transitive Reduction of a Directed Graph	Видеозапись лекции (2018) (транзитивное замыкание до 27 минуты) (эйлеровы графы, цикломатическое число, планарные графы, теорема Эйлера) Конспект этой лекции Лекция КиТГ 17.09.2021 (объявления в начале лекции) Лекция КиТГ 17.09.2021 (теорема о топологической сортировке) Лекция КиТГ 17.09.2021 (отношение толерантности и нахождение компонент связности графа) Лекция КиТГ 17.09.2021 (транзитивное замыкание. алгоритм Уоршелла)
4	25.02.25	1. Основные задачи и понятия теории графов. 2. Деревья, характеристические свойства дерева. 3. Теорема Кэли о числе деревьев. Код Прюфера. 4. Диаметр, эксцентриситет и радиус графа. Алгоритм нахождения диаметра дерева. 5. *Корневые деревья. *Идеально сбалансированные деревья. АВЛ-деревья. *Двоичные деревья поиска.	Транзитивное замыкание. Прием ИДЗ-1	Лекция по КиТГ (Код Прюфера+эйлеровы графы+гамильтоновы графы) I часть Запись в Zoom Презентация (алгоритм построения кода Прюфера и раскодирования, алгоритм обхода эйлерова графа, алгоритм построения гамильтонова пути) (16.10.2020) Линейный алгоритм нахождения диаметра дерева Лекция КиТГ-2021 24.09.2021 Деревья. Диаметр дерева. Лекция КиТГ-2021 24.09.2021. Деревья. Код Прюфера. 26 способов доказательства теоремы Кэли о числе остовных деревьев

				А. Р. Ураков, Т. В. Тимеряев, Алгоритмы быстрого поиска для двух задач о метрических характеристиках взвешенных графов, УБС, 2013, выпуск 42, 153– 172
5	04.03.25	1. Эйлеровы пути, циклы и графы. Алгоритм Флёри (не ходить по мостам без необходимости!). Рекурсивный алгоритм обхода Эйлерова графа. 2. Теорема о пространстве циклов графа. 3. Формула Эйлера для плоских графов и многогранников. Алгоритмы построения базиса циклов графа.	Контрольная работа №1. Бинарные отношения. .	**Выдача задания на коллоквиум.** Презентация (алгоритм построения кода Прюфера и раскодирования, алгоритм обхода эйлерова графа, алгоритм построения гамильтонова пути) (16.10.2020) Лекция КиТГ 01 10 2021 Эйлеровы графы Лекция КиТГ 01 10 2021 Формула Эйлера Полный обход по внутренним граням α-блока с возвращением в исходную вершину (цикл белаша)
6	11.03.25	Коциклы (разрезы). Понятие о вероятностных алгоритмах. Генерация случайных графов. Алгоритм Каргера нахождения минимального разреза (коцикла). **Лекционное задание №2** Провести эксперименты с генерацией случайных графов и замером их характеристик (по книге Райгородского “Модели случайных графов”). 1) Реализовать вероятностный алгоритм Каргера. Провести эксперименты с различными случайными графами. Сформулировать гипотезы о вероятности нахождения точного решения с первого раза, второго раза, k-го раза. Проверить теоретически (можно работать парами). 2) Исследовать зависимость цикломатического числа графа на n вершинах в зависимости от вероятности p существования ребер соединяющих произвольные две точки графа для различных значений n (интереснее исследовать хроматическое число!). 3)* Сделать то же, что в пункте 2 для изучения вероятности связности графа и величины диаметра графа (для связных графов).		PATRICK E. O'NEIL, A Fast Expected Time Algorithm for Boolean Matrix Multiplication and Transitive Closure (вероятностный алгоритм) Karger, A new approach to the minimum cut problem (стр. 15) Лекция Михайлина (начиная с 28.45 минуты) ИТМО (нужного вывода нет) Википедия (цитирует статью Каргера)

7	18.03.25	1. Планарные графы. Полные и двудольные графы. Доказательство непланарности K_5 и $K_{3,3}$ 2. Гомеоморфизм графов. Теорема Куратовского - Понтрягина о критерии непланарности. *Гамма-алгоритм плоской укладки графа.	Выдача ИДЗ 2. Построение базиса пространства циклов. Задачи на теорему Эйлера для графов и многогранников.	Видеозапись лекции (2018) (первые 19 минут - планарные графы, далее - раскраска вершин графа) Конспект+видео лекции: Лекция. Транзитивное замыкание. Алгоритм Уоршалла. Теорема Эйлера. Планарные графы. Лекция. Планарные графы (продолжение). Раскраска графов Доказательство теоремы Куратовского - Понтрягина Лекция 08 10 2021 Остовное дерево Формула Эйлера для многогранников Лекция 08.10.2021. Планарные графы Карпов. Теория графов (ПОМИ) Графы на плоскости и торе (задачи) Задачи на планарные графы
8	25.03.25	1. Правильная раскраска графов. Задача четырех красок 2. Алгоритм подсчета числа правильных раскрасок. Хроматический многочлен.	Задачи на доказательство непланарности графов. *Изучение гамма-алгоритма плоской укладки графа..	Видеозапись лекции (2018) (первые 19 минут - планарные графы, далее - раскраска вершин графа) Брошюра про раскраски Лекция-КиТГ 15.10.2021 Обсуждение ДЗ Лекция-КиТГ 15.10.2021 Замечания по планарным графам Лекция-КиТГ 15.10.2021 Хроматические числа и многочлены Хроматический многочлен в задачах RONALD C. READ. An Introduction to Chromatic Polynomials Харари. Теория графов

9	01.04.25	1. Поиск в глубину и в ширину в корневом дереве и произвольном графе. Рекурсивный и итеративный алгоритмы. 2. Синтаксическое дерево. Префиксная и постфиксная записи арифметических выражений. 2*. Кратчайший путь в лабиринте. Волновой алгоритм. 3. Ориентированные эйлеровы графы. *Граф де Брюина **Лекционное задание №3** Построить и реализовать алгоритм символьного дифференцирования формулы, заданной синтаксическим деревом. *Добавить алгоритмы перевода скобочной инфиксной записи в синтаксическое дерево и обратно. **Придумать и добавить алгоритм упрощения формул по синтаксическому дереву (преобразование синтаксического дерева в дерево с меньшим числом вершин) (можно работать парами)	Подсчет числа раскрасок графов и вывод хроматических многочленов. *Хроматический многочлен простого цикла.	Хорошая статья Шахно (МЦНМО) по применению поиска в глубину (компоненты связности, топологическая сортировка, мосты, точки сочленения, компоненты сильной связности) Поиск в ширину Волновой алгоритм для школьников Визуализация волнового алгоритма 10 визуализаций разных алгоритмов на графах Лекция по алгоритмам обхода в глубину, ширину и волновой алгоритм (в зуме 23.10.2020) Презентация к лекции по алгоритмам обхода графа (23.10.2020) Лекция КиТГ 22.10.201 Обход графа Лекция КиТГ 22.10.201 Обход графа Нивергельт Ю., Фаррар Дж., Рейнголд Э. Машинный подход к решению математических задач (в 1 главе хорошо написано про перевод из инфиксной скобочной записи в постфиксную)
10	08.04.25	1. Паросочетания в двудольных графах. 2. Алгоритм построения максимального паросочетания. 3. Минимальное вершинное покрытие. Теорема Кёнига.	Протоколирование алгоритмов обхода графов в глубину и ширину. Задачи на вариации этих алгоритмов.	Полезная книга: *Bondy, J. A., Murty, U. S. R.* Graph Theory with Applications. — North Holland, 1976. — ISBN 0-444-19451-7. Дополнительное чтение: паросочетания, покрытия, доминирующие множества и пр. 29.10.2021 Паросочетания в двудольном графе Лекция 29 10 2021 Лемма о чередующихся цепочках Лекция 29 10 2021 Минимальное вершинное покрытие Харари. Теория графов (прочитать главу 10 про покрытия и независимые множества)

				Берж. Теория графов и ее применения
11	15.04.25	1. Связность, сильная связность. 2. Поиск мостов и компонент сильной связности. Алгоритм Косарайю-Шарира.	Построение максимальных паросочетаний и минимальных вершинных покрытий графа.	Вопрос из CodeForces “Как построить минимальное дополнение ориентированного графа до сильно связного?” Ответ автору вопроса? Статья на английском и совет “алгоритм решения основан на выделении в конденсации графа истоков, стоков, изолированных точек и соединение их в определенном порядке”. Хорошая статья Шахно (МЦНМО) по применению поиска в глубину (компоненты связности, топологическая сортировка, мосты, точки сочленения, компоненты сильной связности) Алгоритм Косарайо на C++ Хорошая книга: Alfred V. Aho - Data Structures and Algorithms Лекция по КиТГ Алгоритм Косарайю (в Zoom) Алгоритм Косарайу в изложении Романа Ковтуна на хабре Презентация к лекции о сильной связности графов Лекция 12.11 .021 Фарида Михайлова. Алгоритм Косарайу. Data Science Лекция 19.11.2021-1. Алгоритм Косарайу. Комментарий С.Н.Позднякова Лекция 19.11.2021-1. Мосты и компоненты двусвязности

12	22.04.25	Алгоритмы построения минимальных остовных деревьев: Прима, Краскала, *Бороувки Понятие матроида*. Жадные алгоритмы (на примере алгоритмов построения минимального остовного дерева).	Решение задач на построение компонент связности и сильной связности. .	Студенты самостоятельно работают в Школе дискретной математики и информатики на сайте kioschool.eltech.ru (эти результаты оценивает лектор) Лекция “Алгоритмы Краскала и Прима” Видео. Лекция 14. Алгоритмы построения минимальных остовных деревьев. (с 31 мин 20 сек) Лекция 19 11 2021 1 Жадные алгоритмы Алгоритм Прима Лекция 19 11 2021 2 Жадные алгоритмы Алгоритм Краскала Лекция 19 11 2021 2 Жадные алгоритмы Модифицированный алгоритм Краскала Популярное знакомство с жадными алгоритмами и матроидами: Новиков. Поздняков. Жадные алгоритмы Матриоды (лекция Станкевича). Другие лекции цикла о матроидах: Доп. (Аксиоматизация матроидов - Станкевич, пересечение матроидов и пр.) Эвнин. Элементарное введение в матроиды
13	29.04.25	Построение кратчайших путей в графе. Алгоритмы Форда-Беллмана, Дейкстры, Флойда (понятие инварианта цикла в доказательство корректности алгоритмов на примере алгоритмов поиска кратчайших путей). **Лекционное задание №4** 1) Выполнить задание “Алгоритм Хаффмана” (тренажер по алгоритмам на графах). Текст к заданию: Алгоритм Хаффмана 2) Выполнить задания “Ход конем” и “Эйлеров путь” (тренажер по алгоритмам на графах). Текст к заданию: Знакомство с графами:	Контрольная работа №2. Алгоритм построения графа по последовательности степеней вершин	Коллоквиум по алгоритмам на графах АЭ: Лекции Куликова "Алгоритмы для NP-трудных задач" АЭ: Две лекции "Алгоритмы решения задачи коммивояжера" (для альтернативного экзамена, предполагается реализация, экспериментальное сравнение на разных данных и улучшение алгоритмов для более узких классов задач) Алгоритм Дейкстры на C++ **Архив** Видео. Лекция 15. Построение кратчайших путей в графе.

		гамильтоновы графы, эйлеровы графы 3) Выполнить задания “Алгоритм Прима” и “Алгоритм Краскала” (тренажер по алгоритмам на графах). Тексты к заданиям: Алгоритм Прима. Простые сортировки и алгоритм Краскала 4) Выполнить задание “Алгоритм Дейкстры” (тренажер по алгоритмам на графах). Текст к заданию: Алгоритм Дейкстры 5) Выполнить задание “Максимальное паросочетание” (тренажер по алгоритмам на графах). Текст к заданию: Задача о максимальном паросочетании и задача о назначениях (индивидуальное)		Конспект, согласованный с лекцией Лекция в Zoom Алгоритмы нахождения кратчайших путей в графе 20 11 2020 Обсуждение решения задачи 23 кратчайший путь из k рёбер Лекция 26 11 2021 Поиск кратчайших путей Алгоритмы Форда Беллмана и Дейкстры Ссылка на пленарные выступления на Ежегодном международном конгрессе «Современные проблемы компьютерных и информационных наук», о котором говорил на лекции. Советую послушать (по крайней мере) выступления: **Concurrency in Programming Languages: Neglected Support?** Juerg Gutknecht, Professor of Computer Science at the Swiss Federal Institute of Technology in Zürich (Zurich, Switzerland) **Роль и перспективы развития индустрии открытого ПО в условиях глобальной цифровизации**. Рубанов Владимир Васильевич, главный технический директор по разработке ПО, кандидат физико-математических наук, Российский исследовательский институт Huawei (Москва, Россия) Лекция КиТГ 03 12 2021 Алгоритм Флойда
14	06.05.25	1. Потоки в сетях. Задача о максимальном потоке. 2. Минимальный разрез. Алгоритм Форда-Фалкерсона.	Алгоритмы построения минимальных остовных деревьев. Алгоритмы Форда-Беллмана, Дейкстры, Флойда. Выдача ИДЗ-3	Глава из книги: Сети. Потоки. Разрезы Презентация к лекции “Алгоритм Форда-Фалкерсона построения максимального потока в сети” Лекция КиТГ 2021 17.12. 2021 Потоки в сетях Введение Лекция КиТГ 24.12.2021 Теорема Форда Фалкерсона Лекция КиТГ 24.12.2021 Алгоритм Форда Фалкерсона

				Построение минимального разреза: алгоритм Штёр-Вагнера *Алгоритмы минимизации энергии на основе разрезов графов Применения алгоритма решения задачи о максимальном потоке
15	13.05.25	1. Алгоритм перебора с возвратом. 2. Поиск гамильтонова пути в графе.	Задачи на потоки в сетях. Построение максимального потока и минимального разреза.	Видео. Лекция (2018) Метод ветвей и границ. (с 46 минуты алгоритм перебора с возвратом и далее идея метода ветвей и границ) Презентация к лекции по алгоритмам перебора с возвратом и методу ветвей и границ Перебор с возвратом и метод ветвей и границ 27.11. 2020 Zoom (видеозапись лекции в Zoom) Лекция КиТГ 2021 10 12 2021 Фарид Михайлов
16	20.05.25	1. Метод ветвей и границ. 2. Задача коммивояжера.	Алгоритмы перебора с возвратом и метода ветвей и границ. Комментарии С.Г.Иванова к ИДЗ по графам	Запись в Zoom обзорной лекции с обсуждением различных подходов к задачам построения максимальных компонент двудольности и хроматических многочленов Лекция КиТГ 2021 17.12. 2021 Беседа о следующем семестре Видео. Лекция (2018) Метод ветвей и границ. (с 46 минуты алгоритм перебора с возвратом и далее идея метода ветвей и границ) Лекция КиТГ 03 12 2021 Перебор с возвратом Метод ветвей и границ Презентация к лекции по алгоритмам перебора с возвратом и методу ветвей и границ

				Лекция КиТГ 2021 17.12. 2021 Задача коммивояжера для цикла Лекция КиТГ 2021 17.12 .2021 Задача коммивояжера для пути
17	27.05.25	Обзорная лекция	Алгоритм Форда-Фалкерсона. Запись практического занятия в Zoom "Алгоритм Форда-Фалкерсона"	Лекции Осипова "Поиск кратчайших путей в транспортных сетях: от теории к реализации" Доп.: Генетические алгоритмы Лекция КиТГ 24 12 2021 Об экзамене Современные методы составления расписаний
18	Зачетная неделя		Защита ИДЗ и переписывание КР Защита ИДЗ 2 по КиТГ 27 12 2021	Задачи, ответы и решения отдельных задач репетиционного экзамена Видео с разбором задач репетиционного экзамена

Программа экзамена прошлого года (для примерного представления о программе текущего года)

1. Первый вопрос билета связан с темой коллоквиума, над которой студент работал в семестре, и формулируется он так: “Вопрос 1. Объяснить на математическом языке алгоритм и обосновать его корректность”.
2. Второй вопрос отражает владение программой курса и выбирается из списка ниже. Студенты должны свободной владеть определениями и формулировками этой части и отвечать на любые из них в процессе беседы с преподавателем. Обоснование алгоритмов студенты должны восстанавливать примерно за 30 минут обдумывания вопроса.
3. Третий вопрос является задачей и проверяет, насколько студент может применить полученные знания для решения нетиповых задач.

Вопрос 2. Отношение эквивалентности. Алгоритм построения классов эквивалентности. Алгоритм построения компонент связности графа. Сравнение алгоритмов.
Вопрос. 2. Определение отношений порядка. Топологическая сортировка. Граф отношения является корневым деревом. Направление рёбер естественное - от корня к листьям. На каждом из h уровней находится h вершин. Сколько рёбер добавится при транзитивном замыкании графа? При топологической сортировке?
Вопрос 2. Свойство транзитивности. Транзитивное замыкание. Сложность алгоритма построения транзитивного замыкания. Построение транзитивного замыкания умножением матриц. Алгоритм Уоршелла. Сколько транзитивных отношений можно построить на множестве из 3 элементов?
Вопрос 2. Деревья. Построить алгоритм нахождения уровней дерева относительно отмеченной вершины. Бинарное корневое дерево имеет 2^n-1 вершин. Сколько различных обходов в глубину можно сделать от выделенного корня в идеально сбалансированном дереве?
Вопрос 2. Сильная связность. Алгоритм построения компонент сильной связности по определению. Алгоритм Косарайу. Сравнение сложности алгоритмов.
Вопрос 2. Код Прюфера. Вывести формулу числа остовных деревьев полного графа Kn. Найти количество корневых (ориентированных) остовных деревьев полного графа Kn.
Вопрос 2. Алгоритм построения эйлерова пути в графе. Сложность алгоритма. Рекурсивный и нерекурсивный алгоритмы.
Вопрос 2. Алгоритмы построения базиса циклов графа: через решение системы уравнений и через построение остовных деревьев. Сравнение алгоритмов по трудоемкости.
Вопрос 2. Планарные графы. Полные и двудольные графы. Доказательство непланарности K_5 и $K_{3,3}$. Понятие планарного и плоского графов. Гамма-алгоритм плоской укладки планарного графа.
Вопрос 2. Хроматический многочлен. Хроматическое число графа. Теорема Зыкова. Хроматический многочлен цикла.
Вопрос 2. Алгоритм построения наибольшего паросочетания и теорема о связи максимального паросочетания с минимальным вершинным покрытием.
Вопрос 2. Алгоритм Краскала и теорема о его корректности на основе нахождения циклов алгоритмом поиска в глубину. Доказать корректность алгоритма с раскраской вершин. Сравнить трудоемкости алгоритмов.
Вопрос 2. Алгоритм Прима и теорема о его корректности. Одни и те же суммы можно получить сложением разных весов (например 5+3=2+6), существует ли граф, у которого веса всех ребер разные, но есть два остовных дерева одинакового веса? В каких пределах может меняться количество различных остовных деревьев у графа с одинаковыми весами рёбер с n вершинами и n рёбрами?
Вопрос 2. Нахождение кратчайших длин путей в графе. Алгоритм Форда-Беллмана. Сформулировать алгоритм, инвариант цикла, доказать корректность алгоритма.
Вопрос 2. Алгоритм Форда-Беллмана с построением дерева кратчайших путей. Сформулировать алгоритм, инвариант цикла, доказать корректность алгоритма.
Вопрос 2. Нахождение кратчайших длин путей в графе. Алгоритм Дейкстры. Сформулировать алгоритм, инвариант цикла, доказать корректность алгоритма.
Вопрос 2. Алгоритм Дейкстры с построением дерева кратчайших путей. Сформулировать алгоритм, инвариант

цикла, доказать корректность алгоритма.
Вопрос 2. Нахождение кратчайших длин путей в графе. Алгоритм Флойда. Сформулировать алгоритм, инвариант цикла, доказать корректность алгоритма.
Вопрос 2. Метод ветвей и границ. Применение к задаче коммивояжера (нахождение гамильтонова цикла наименьшей длины).
Вопрос 2. Метод ветвей и границ. Применение к задаче коммивояжера (с нефиксированным началом и концом пути).
Вопрос 2. Задача о максимальном потоке в сетях. Теорема о минимальном разрезе и максимальном потоке. Алгоритм Форда-Фалкерсона построения максимального потока в задаче с целыми (рациональными) пропускными способностями.

Советы известного математика и популяризатора математики [Теренса Тао](#) тем, кто хочет стать математиком:

Career advice

Advice is what we ask for when we already know the answer but wish we didn't. (Erica Jong)

Here is my collection of various pieces of advice on academic career issues in mathematics, roughly arranged by the stage of career at which the advice is most pertinent (though of course some of the advice pertains to multiple stages).

Disclaimer: The advice here is very generic in nature; I don't pretend to have any sort of "silver bullet" that will solve all career issues. You will of course need to evaluate many factors, contexts, and needs specific to your own situation, as well as employing a healthy dose of common sense, before making any important career decisions. I would in particular recommend discussing such decisions with your advisor if you have one, as he or she will be familiar with your situation and will likely be able to provide pertinent advice. Also, it should be clear that most of this advice is targeted towards academic careers in mathematics; of course, there are many other career options available besides this, but I have no particularly informed advice to offer for such alternatives.

- Primary school level
    - Advice on gifted education.
- High school level
    - Advice on mathematics competitions.
    - What universities should one apply to?
- Undergraduate level
    - How can one become better at solving mathematical problems? Note that there is more to maths than grades and exams and methods; there is also more to maths than rigour and proofs. It is also important to value partial progress, as a crucial stepping stone to a complete solution of a problem.
    - Don't base career decisions on glamour or fame. But you should study at different places.
    - Does one have to be a genius to succeed at maths?
    - My commencement address to Harvey Mudd graduates in 2022 (video).
- Graduate level
    - It is important to work hard, and work professionally. But it is also important to enjoy your work.
    - Think ahead to understand the way forward; ask yourself dumb questions to understand the way before.
    - Attend talks and conferences, even those not directly related to your own work.
    - Talk to your advisor, but also take the initiative.

        - Don't prematurely obsess on a single "big problem" or "big theory".
        - Write down what you've done, and make your work available. In this regard, I have some advice on how to write and submit papers.
        - "A close call: how a near failure propelled me to succeed", T. Tao, Notices of the American Mathematical Society, August 2020. Originally contributed to "Living proof: stories of resilience along the mathematical journey", American Mathematical Society, 2019. Eds: Allison Henrich, Emille Lawrence, Matthew Pons, David Taylor.
- Postdoctoral level
        - Learn and relearn your field, but don't be afraid to learn things outside your field.
        - Learn the limitations of your tools, but also learn the power of other mathematician's tools. In particular, you should continually aim just beyond your current range.
        - In your research, be both flexible and patient.
        - You should definitely travel and present your research if given the opportunity. But be considerate of your audience; talks are not the same as papers.
        - Be sceptical of your own work, and don't be afraid to use the wastebasket.

I am also (slowly) in the process of gathering my thoughts on time management from the perspective of a research mathematician.

- Here are some general thoughts on this topic.
- Batch low-intensity tasks together to take advantage of economies of scale and to reduce distraction.
- What are some useful, but little-known, features of the tools used by professional mathematicians?

More advice:

- John Baez's page on career advice.
- Po Bronson's article on the relative importance of innate intelligence versus effort.
- Catherine Cannizzo's "Postdoc applications".
- Fan Chung's advice for graduate students.
- Lance Fortnow's "Graduate Student Guide".
- Oded Goldreich's "On our duties as scientists".
- Richard Hamming's "A stroke of genius: striving for greatness in all you do".
- Matt Might's "Illustrated guide to a Ph.D."
- Gian-Carlo Rota's "Ten lessons I wish I had been taught".
- J. Michael Steele's "Advice for Graduate Students in Statistics."
- Ian Stewart's "Letters to a Young Mathematician".
- Ravi Vakil's "For potential students".
- Remy van Dobben de Bruyn's "Timeline of postdoc applications".
- Lauren William's "Finding a postdoctoral position in mathematics".
- The Princeton Companion to Mathematics' section on advice to younger mathematicians, with contributions by Sir Michael Atiyah, Béla Bollobás, Alain Connes, Dusa McDuff, and Peter Sarnak.
- AMS advice page for new PhDs
- AMS graduate student blog
- The Mathematics Stack Exchange has a number of questions and answers on career development (and one can ask further questions that have not already been posed on that site). MathOverflow similarly has questions and answers on careers. Finally, the Academia Stack Exchange has a large number of questions and answers on all academic matters, including career issues.