

Тема: Підсумковий урок за темою «Показникова та логарифмічна функції»

Мета:

- *Навчальна:* систематизувати і узагальнити знання учнів з теми «Показникова та логарифмічна функції», закріплювати вміння розв'язувати задачі цього тематичного блоку;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння виконувати завдання на основі отриманих знань;
- *Виховна:* виховувати наполегливість; вміння робити правильні висновки та бачити кінцеву мету;

Компетенції (соціальна та громадянська):

- *Уміння:* висловлювати власну думку, слухати і чути інших, оцінювати аргументи та змінювати думку на основі доказів; аргументувати та відстоювати свою позицію; співпрацювати в команді, виділяти та виконувати власну роль в командній роботі;
- *Ставлення:* ощадливість і поміркованість; рівне ставлення до інших незалежно від статків, соціального походження; відповідальність за спільну справу; налаштованість на логічне обґрунтування позиції без передчасного переходу до висновків; повага до прав людини, активна позиція щодо боротьби із дискримінацією;
- *Навчальні ресурси:* моделювання власної освітньої траєкторії; завдання ймовірного змісту;

Тип уроку: удосконалення умінь і навичок;

Обладнання: опорний конспект, навчальна презентація, мультимедійне обладнання;

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання д/з
- Налаштування на роботу

II. Актуалізація опорних знань

«Показникова функція»

- Сформулюйте означення показникової функції
*Функція виду $y = a^x$ | $a > 0$ $a \neq 1$ називається **показниковою***
- Поясніть цю властивість $D(f) = R$
Областю визначення показникової функції є множина дійсних чисел
- Поясніть цю властивість $E(f) = (0; \infty)$
Областю значень показникової функції є множина $(0; \infty)$

- Поясніть цю властивість $y > 0$ при всіх значеннях $x \in \mathbb{R}$
Показникова функція немає нулів, і проміжок $(-\infty; +\infty)$ є проміжком її знакосталості
- Поясніть цю властивість «**При $a > 1$ зростаюча; При $0 < a < 1$ спадна**»
При $a > 1$ зростає на всій області визначення
При $0 < a < 1$ спадає на всій області визначення

«Показникові рівняння»

- Яку теорему використаємо для розв'язку показникового рівняння?
 $a^{x_1} = a^{x_2} \mid a > 0 \text{ і } a \neq 1 \mid \Leftrightarrow x_1 = x_2$

- Який із неї слідує наслідок?
 $a^{f(x)} = a^{g(x)} \mid a > 0 \text{ і } a \neq 1 \mid \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

- Які ми знаємо методи розв'язування показникових рівнянь?
- Поясніть сутність цього методу:
 1. Метод зведення обох частин рівняння до степенів з однаковими основами.
 2. Метод введення нової змінної.
 3. Функціонально-графічний метод.

«Показникові нерівності»

- Яку теорему використаємо для розв'язку показникової нерівності?
Якщо $a > 1$ і $a^{f(x)} > a^{g(x)}$, то $f(x) > g(x)$ Якщо $0 < a < 1$, то $f(x) < g(x)$
- Поясніть, які методи можемо використовувати для розв'язку показникових нерівностей?
 1. Метод зведення обох частин нерівності до степенів з однаковими основами.
 2. Метод введення нової змінної
 3. Функціонально-графічний метод

«Логарифм і його властивості»

- Сформулюйте означення логарифма
Логарифмом додатного числа b з основою a , де $a > 0$ і $a \neq 1$, називають показник степеня до якого потрібно піднести число a , щоб отримати число b
- Сформулюйте теорему про логарифм добутку
(Логарифм добутку додатних чисел дорівнює сумі логарифмів множників)
 $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$
- Які умови накладаються на цю теорему?
 $\forall a > 0, a \neq 1 \text{ і } x > 0, y > 0$
- Сформулюйте теорему про логарифм частки

(Логарифм частки додатних чисел дорівнює різниці логарифмів діленого і дільника)

$$\frac{x}{y} = x - y$$

- Які умови накладаються на цю теорему?

$$\forall a > 0, a \neq 1 \text{ і } x > 0, y > 0$$

- Сформулюйте теорему про логарифм степеня

(Логарифм степеня додатного числа дорівнює добутку показника степеня на логарифм основи цього степеня)

$$x^\beta = \beta x$$

- Які умови накладаються на цю теорему?

$$\text{Якщо } a > 0, a \neq 1 \text{ і } x > 0, \text{ то } \forall \beta \in \mathbb{R}$$

- Сформулюйте теорему про перехід від однієї основи логарифма до іншої

(Логарифм додатного числа b за старою основою a дорівнює логарифму цього самого числа b за новою основою c , поділеному на логарифм старої основи a за новою основою c)

$$b = \frac{b}{a}$$

- Які умови накладаються на цю теорему?

$$\forall a > 0, b > 0, c > 0 \text{ і } a \neq 1, c \neq 1$$

«Логарифмічна функція»

- Сформулюйте означення логарифмічної функції

Функція виду $y = x \mid a > 0, a \neq 1$ називається логарифмічною

(Де x – аргумент, a – додатне і відмінне від 1 дане дійсне число)

- Якщо $a > 0$ і $a \neq 1$, то при яких значеннях « x » вираз $y = x$ буде мати зміст?

При $a > 0$ і $a \neq 1$ вираз $y = x$ має зміст лише для додатних значень $x \mid \Rightarrow D(f) =$

- Скільки нулів має логарифмічна функція?

$y = 0$ при $x = 1$ (Функція $y = x$ має єдиний нуль $x = 1$)

- Вкажіть проміжки знакосталості при $a > 1$
 $a > 1 \mid y < 0$ при $x \in (0; 1)$ $y > 0$ при $x \in (1; +\infty)$
(Якщо $a > 1$, то $y < 0$ на проміжку $(0; 1)$; $y > 0$ на проміжку $(1; +\infty)$)
- Вкажіть проміжки знакосталості при $0 < a < 1$
 $0 < a < 1 \mid y < 0$ при $x \in (1; +\infty)$ $y > 0$ при $x \in (0; 1)$
(Якщо $0 < a < 1$, то $y < 0$ на проміжку $(1; +\infty)$; $y > 0$ на проміжку $(0; 1)$)
- Вкажіть проміжки монотонності при $a > 1$
 $a > 1$ **зростає на** $(0; +\infty)$ (Функція $y = x$ є зростаючою при $a > 1$ на проміжку $(0; +\infty)$)
- Вкажіть проміжки монотонності при $0 < a < 1$
 $0 < a < 1$ **спадає на** $(0; +\infty)$ (Функція $y = x$ є спадною при $0 < a < 1$ на проміжку $(0; +\infty)$)

«Логарифмічні рівняння»

- Як можемо розв'язати найпростіше логарифмічне рівняння?
Найпростіші логарифмічні рівняння можна розв'язати використовуючи означення логарифма
- Як розв'язати рівняння виду $f(x) = g(x)$?
 $f(x) = g(x) \mid a > 0, a \neq 1 \mid \Rightarrow \{f(x) = g(x) \mid f(x) > 0 \text{ або } g(x) > 0\}$
- Які методи можемо використовувати для розв'язування логарифмічних рівнянь?
 - Рівняння, які зводяться до простіших за допомогою перетворень
 - Заміна змінних у логарифмічних рівняннях
 - Графічний спосіб
 - ...

«Логарифмічні нерівності»

- Як розв'язати найпростішу логарифмічну нерівність?
 $x > b, a > 1, b - \text{число} \mid x > b, 0 < a < 1, b - \text{число}$
 $x > a^b \Rightarrow x > a^b \mid x > a^b \Rightarrow x < a^b$
- Як розв'язати нерівність виду $|f(x)| > g(x) \mid f(x) \geq g(x)$?
 $f(x) > g(x) \mid a > 1 \mid \Rightarrow \{f(x) > g(x) \mid g(x) > 0\}$
 $f(x) > g(x) \mid 0 < a < 1 \mid \Rightarrow \{f(x) < g(x) \mid g(x) > 0\}$

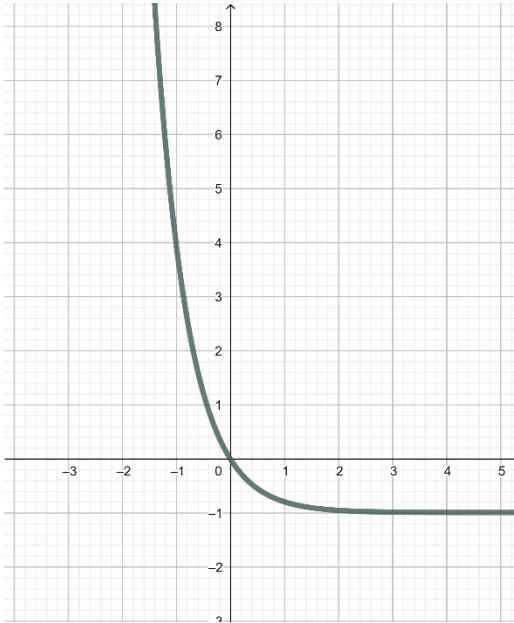
III. Розв'язування задач

№1

Побудуйте графік функції $f(x) = 0,2^x - 1$ та знайдіть:

- 1) Область визначення функції;
- 2) Проміжки зростання або спадання функції;
- 3) Область значень функції;

Розв'язок:



- 1) Область визначення функції:
 $D(f) = R$
- 2) Проміжки зростання або спадання функції: функція (f) спадає на всій області визначення (R);
- 3) Область значень функції:
 $E(f) = (-1; +\infty)$;

№2

Розв'яжіть рівняння і нерівність:

- 1) $3^x + 3^{x+1} = 108$
- 2) $\log_2^2 x - 4x = -3$
- 3) $(2x - 1) > -1$

Розв'язок:

$$\begin{aligned} 1) \quad & 3^x + 3^{x+1} = 108 \\ & 3^x + 3^{x+1} = 3^4 + 3^3 \quad (\text{Так як } 108 = 3^4 + 3^3) \\ & 3^x(1 + 3^1) = 3^3(3^1 + 1) \\ & 3^x = 3^3 \\ & x = 3 \end{aligned}$$

Відповідь: 3;

$$2) \log_2^2 x - 4x = -3$$

Нехай $x = t$:

$$t^2 - 4t = -3$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

За теоремою Вієта $|t_1 = 3 \quad t_2 = 1$

$$t_1 = 3 \quad t_2 = 1 \quad x = t \mid \Rightarrow x = 3 \quad x = 1 \mid \Rightarrow |x_1 = 8 \quad x_2 = 2$$

Відповідь: 2; 8

$$3) (2x - 1) > -1$$

$$(2x - 1) > 7$$

$$\{2x - 1 < 7 \quad 2x - 1 > 0\} \Rightarrow \{2x < 8 \quad 2x > 1\} \Rightarrow \{x < 4 \quad x > \frac{1}{2}\}$$

Відповідь: $\left(\frac{1}{2}; 4\right)$

№3

Розв'яжіть рівняння:

$$1) x^2 = 9 + x$$

$$2) 2x^4 + 2 + 9 = 0$$

Розв'язок:

$$1) x^2 = 9 + x$$

$$x^2 = 9 + x$$

$2x = 9 - x$ (Використали теорему про логарифм степеня)

$$x + x - 9 = 0$$

Нехай $x = t$:

$$2t + t - 9 = 0$$

$$3t = 9$$

$$t = 3$$

$$t = 3 \quad x = t \mid \Rightarrow x = 3 \Rightarrow x = 8$$

Відповідь: 8;

$$2) 2x^4 + 2 + 9 = 0$$

$$8x + \frac{2}{x} + 9 = 0 \text{ (Використали теорему про логарифм степеня та теорему про)}$$

$$8\log_2^2 x + 1 + 9x = 0 \text{ (} \bullet x \text{)}$$

$$8\log_2^2 x + 9x + 1 = 0$$

Нехай $x = t$:

$$8t^2 + 9t + 1 = 0$$

$$D = 81 - 32 = 49 = 7^2$$

$$t_{1,2} = \frac{-9 \pm 7}{16} = [t_1 = -\frac{2}{16} = -\frac{1}{8} \quad t_2 = -1]$$

$$t_1 = -\frac{1}{8} \quad t_2 = -1 \quad x = t \mid \Rightarrow x = -\frac{1}{8} \quad x = -1 \mid \Rightarrow |x| = 2^{-\frac{1}{8}} \quad x = \frac{1}{2}$$

$$\text{Відповідь: } 2^{-\frac{1}{8}}; \frac{1}{2}$$

№4

Розв'яжіть нерівність:

$$1) 0,5^{\frac{x^2-4}{x}} \geq 0,125$$

Розв'язок:

$$1) 0,5^{\frac{x^2-4}{x}} \geq 0,125$$

$$0,5^{\frac{x^2-4}{x}} \geq 0,5^3$$

$$\frac{x^2-4}{x} \leq 3$$

$$\frac{x^2-4}{x} - 3 \leq 0$$

$$\frac{x^2-4-3x}{x} \leq 0$$

$$\frac{x^2-3x-4}{x} \leq 0$$

$$\frac{(x-4)(x+1)}{x} \leq 0 \text{ (Розклали квадратний тричлен на лінійні множники } ax^2 + bx + c \text{)}$$

1. ОДЗ: $x \neq 0$

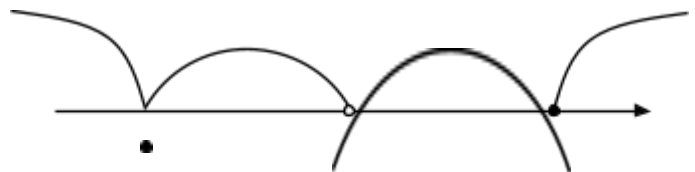
2. Нулі функції $f(x)$: $\frac{(x-4)(x+1)}{x} = 0$

$$(x-4)(x+1) = 0$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = -1$$

*Врахуємо знак нерівності « $\leq$ » та ОДЗ, розв'язком буде



проміжок $(-\infty; -1] \cup (0; 4]$

№5

Скільки цілих значень входять в область визначення функції?

1) $y = (-x^2 - 5x + 14)$

2) $y = (-x^2 + 8x + 9)$

Розв'язок:

1) $y = (-x^2 - 5x + 14)$

ОДЗ: $-x^2 - 5x + 14 > 0$

$x^2 + 5x - 14 > 0$

За теоремою Вієта $|x_1| = 7$ $x_2 = 2$

Відповідь: 8.



2) $y = (-x^2 + 8x + 9)$

ОДЗ: $-x^2 + 8x + 9 > 0$

$x^2 - 8x - 9 > 0$

За теоремою Вієта $|x_1| = 9$ $x_2 = -1$

Відповідь: 9.



IV. Підсумок уроку

- Обговорити деталі матеріалу вивченої теми в класі, вияснити та узагальнити загальні проблеми класу, вислухати та дати відповідь на запитання учнів класу;

V. Домашнє завдання

Повторити §1 Виконати завдання «Перевірте себе» на ст. 45-46	Мерзляк А.Г.
Повторити §1-7 Виконати завдання для перевірки знань на ст.72	Істер О.С.
Повторити §1-5 Виконати завдання для підготовки до оцінювання на ст. 73	Нелін Є.П.
Повторити §1-4 Виконати тематичні тести на ст. 40	Бевз Г.П.