

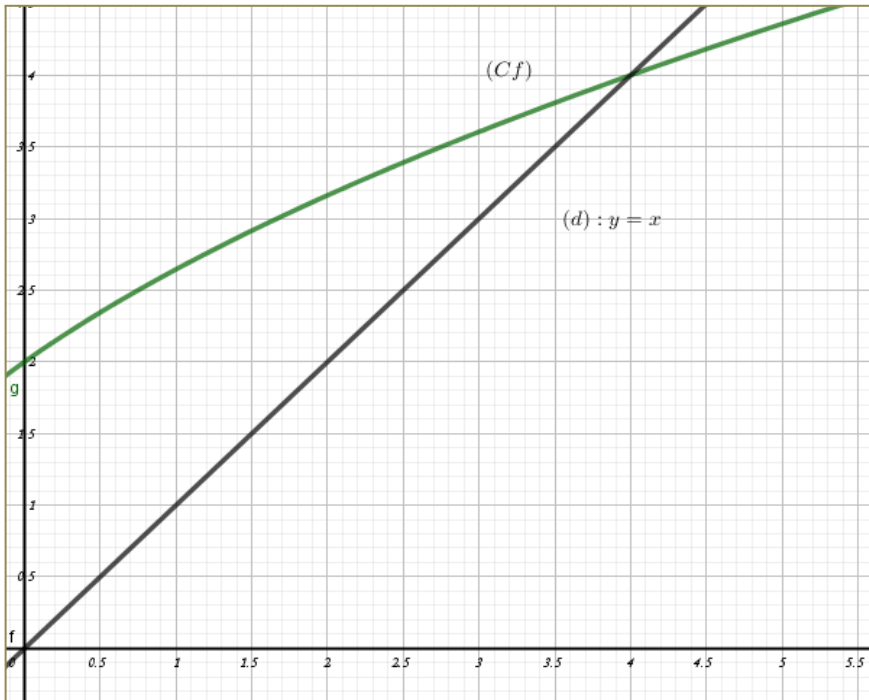
التمرين الأول : 08 نقاط

في الشكل أدناه (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $\left[-\frac{4}{3}; +\infty\right[$ بالعلاقة $f(x) = \sqrt{3x+4}$ ، (D)

$$\begin{cases} U_{n+1} = \sqrt{3U_n + 4} \\ U_0 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

المستقيم ذو المعادلة : $y = x$ ، (U_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي :

1. اعد رسم هذا الشكل على ورقة الإجابة ثم مثل الحدود U_0, U_1, U_2, U_3 على محور الفواصل دون حسابها مبينا خطوط الإنشاء .



2. ضع تخميناً حول اتجاه تغير (U_n) وتقاربها .

3. برهن بالتراجع أن: $0 < U_n < 4$ مهما كان

$$n \in \mathbb{N}$$

4. (أ) بين من أجل كل عدد طبيعي

$$U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n + 1)(4 - U_n)}{\sqrt{3U_n + 4} + U_n}$$

ان :

(ب) استنتج اتجاه تغير (U_n) .

5. بين أن : $4 - U_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (4 - U_0)$ مهما كان $n \in \mathbb{N}$ ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

6. هل توجد طريقة أخرى لحساب نهاية المتتالية (U_n) ؟ ان كانت موجودة اذكرها .

التمرين الثاني : 04 نقاط

n عدد طبيعي غير معدوم .

1. عين القيم الممكنة لـ : $\text{PGCD}(2n-1; 9n+4)$

2. برهن انه اذا كان $PGCD(2n-1; 9n+4) = 17$ فإن 17 يقسم $(n+8)$

3. استنتج قيم العدد الطبيعي n التي يكون من اجلها $PGCD(2n-1; 9n+4) = 17$

التمرين الثالث : 08 نقاط

(1) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-1; 3[$ ب : $g(x) = 2\ln(x+1) - \frac{x}{x+1}$.
أ/ أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

ب/ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر نرمز له بـ a يحقق $-0.8 < a < -0.7$
ج/ عين حسب قيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$.

(2) نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]-1; 3[$ كمايلي :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{\ln(x+1)}, x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

و (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{a}; \vec{j})$

1. بين ان الدالة f تقبل الإشتقاق عند الصفر , ثم اكتب معادلة لـ (T) مماس لـ (C_f) في النقطة التي فاصلتها 0.

2. أ) بين انه ، من اجل كل عدد حقيقي x من $]-1; 0[\cup]0; 3[$: $f'(x) = \frac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

ب) بين أن : $f(a) = 2a(a+1)$ ، ثم عين حصراً لـ : $f(a)$.

ج) احسب $f(3)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. أ) بين انه ، من اجل x من المجال $]-1; 3[$ فإن : $x - \ln(x+1) \geq 0$

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمماس (T) .

4. عين معادلة للمستقيم (T') الموازي لـ (T) والذي يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3 .

5. ارسم (T) ، (T') و (C_f)

6. ناقش بيانياً، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $f(x) = x + m$.

