

CENTRALE PHYSIQUE MP 2012

Du minerai aux applications : le cuivre

I-Du minerai au métal

I-A-

I-A-1- Formule brute CuFexSy .

Hypothèse 1/3; 1/3; 1/3:

$$w_{Fe} = \frac{m_{Fe}}{m_{tot}} = \frac{x M_{Fe}}{m_{tot}} = \frac{1}{3}; \quad w_{Cu} = \frac{m_{Cu}}{m_{tot}} = \frac{1 \times M_{Cu}}{m_{tot}} = \frac{1}{3}; \quad w_S = \frac{m_S}{m_{tot}} = \frac{y M_S}{m_{tot}} = \frac{1}{3}$$

Donc: $x = \frac{M_{Cu}}{M_{Fe}} = \frac{63,55}{55,84} = 1,138 \quad y = \frac{M_{Cu}}{M_S} = \frac{63,55}{32,06} = 1,982$

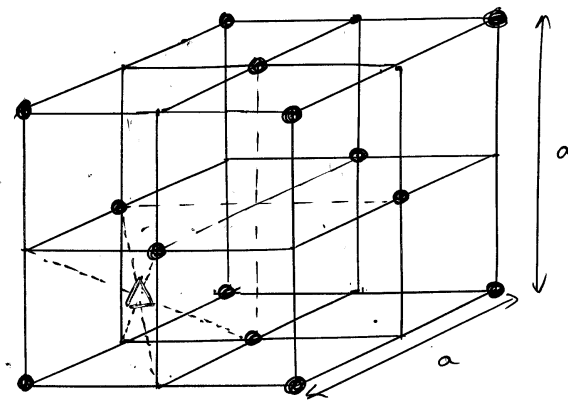
Hypothèse x=1 et y=2 :

$$w_{Fe} = \frac{m_{Fe}}{m_{tot}} = \frac{M_{Fe}}{M_{Fe} + M_{Cu} + 2M_S} = 0,3042$$

$$w_{Cu} = \frac{M_{Cu}}{M_{Fe} + M_{Cu} + 2M_S} = 0,3463$$

$$w_S = \frac{m_S}{m_{tot}} = \frac{2M_S}{M_{Fe} + M_{Cu} + 2M_S} = 0,3494$$

I-A-2-Sites tétraédriques T: au centre des petits cubes de côté $a/2$ donc 8 sites T/maille



Multiplicité : $S^{2-} : 8 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{2} = 4 S^{2-}/\text{maille}$

Donc 2 sites T par S^{2-} .

I-A-3-

Stoechiométrie CuFeS_2 donc pour 2 S, 1 Cu et 1 Fe :

Ainsi 50% des sites T occupés par l'élément fer et 50% des sites T occupés par l'élément cuivre.

I-A-4-

Structure (A) : $(\text{Cu}^+, \text{Fe}^{3+}, 2 S^{2-})$

Structure (B) : $(\text{Cu}^{2+}, \text{Fe}^{2+}, 2 S^{2-})$

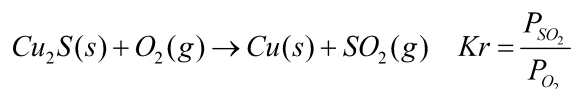
D'après les règles de Klechkowsky, Pauli et Hund :

$S(Z=16) : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$ donc donne facilement $3s^2 3p^6$ en captant 2 électrons car il acquiert alors la configuration du gaz noble Néon.

$\text{Cu}(Z=29) : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$ donc donne facilement $3d^{10}$ en perdant 1 électron ce qui le stabilise (sous couche 3d remplie)

I-B

I-B-1-



Attention la variance est une notion hors programme en MP !

Variance = $n - r - q + a - \phi = 4 - 1 - 0 + 1 - 3 = 2$. Seule T est un facteur d'équilibre (P_{tot} n'intervient pas dans K_r) mais il faut connaître P_{tot} pour connaître les deux pressions partielles.

$P_{\text{O}_2} = 0,2$ bar ce qui correspond à la pression partielle de dioxygène dans l'atmosphère. On peut donc utiliser directement ce dioxygène.

I-B-2-

$$x_{eq} = \ln K_r = \frac{-\Delta_r^\circ G(T)}{RT} = \frac{\Delta_r^\circ S(T)}{R} - \frac{\Delta_r^\circ H(T)}{RT}$$

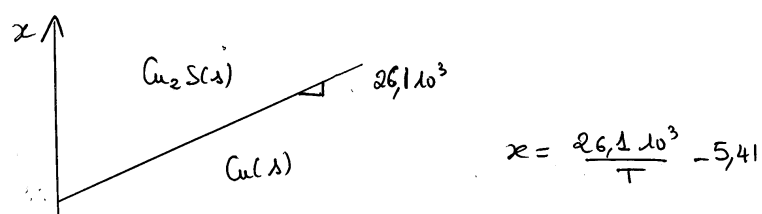
On détermine par la loi de Hess et en utilisant l'hypothèse d'Ellingham:

$$\Delta_r^\circ H(T) = \Delta_r^\circ H(298K) = -297 + 80 = -217 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\Delta_r^\circ S(T) = \Delta_r^\circ S(298K) = 248 + 33 - 121 - 205 = -45 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

On a donc : $x_{eq} = \frac{26,11 \cdot 10^3}{T} - 5,41$

Affinité $A = A^\circ - RT \cdot \ln Q_r = RT(x_{eq} - x)$



Si $x_{eq} > x$ alors $Q_r < K_r$ et on forme Cu(s) : DE de Cu(s)

Si $x_{eq} < x$ alors $Q_r > K_r$ et on forme $\text{Cu}_2\text{S(s)}$: DE de $\text{Cu}_2\text{S(s)}$

I-B-3-

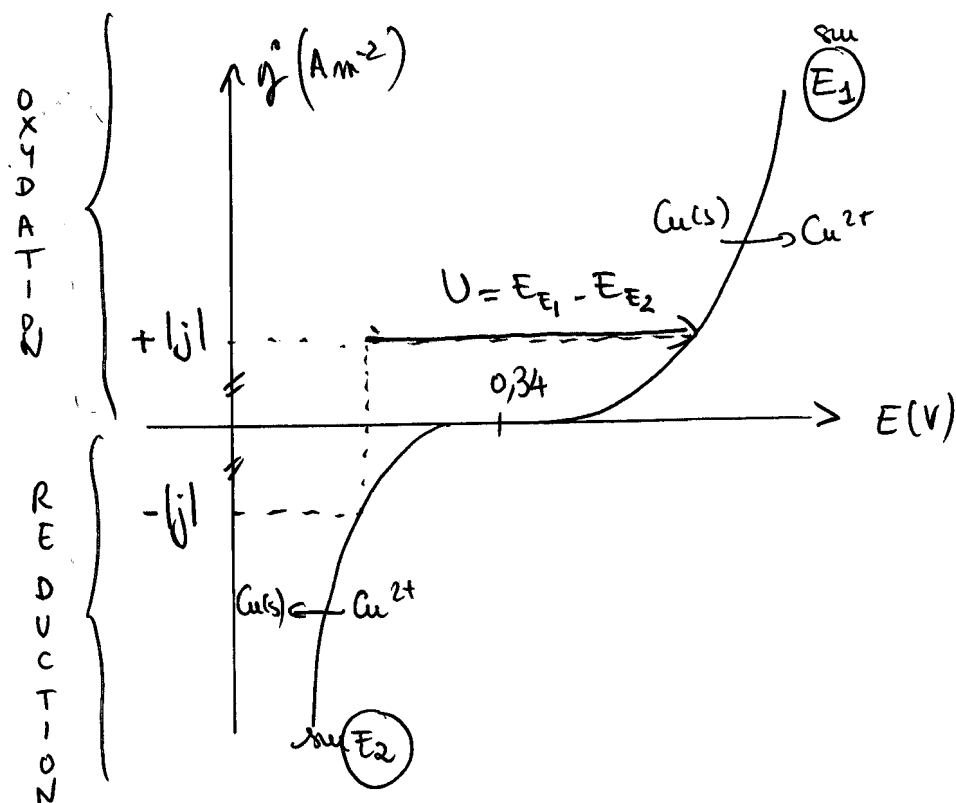
A $T=900\text{K}$: $x_{eq} = \frac{26,1110^3}{900} - 5,41 = 23,6 \Rightarrow P_{\text{SO}_2} = 17,710^9 P_{\text{O}_2} = 3,510^{15} \text{Pa}$ Enorme!!! (semble impossible même au centre de la Terre).

La réaction aura donc toujours lieu.

I-C

I-C-1

On raisonne sur le diagramme intensité potentiel afin de comprendre ce qui se passe.



$U = U(E_1) - U(E_2) > 0$. (E_1) est donc l'anode.

I-C-2

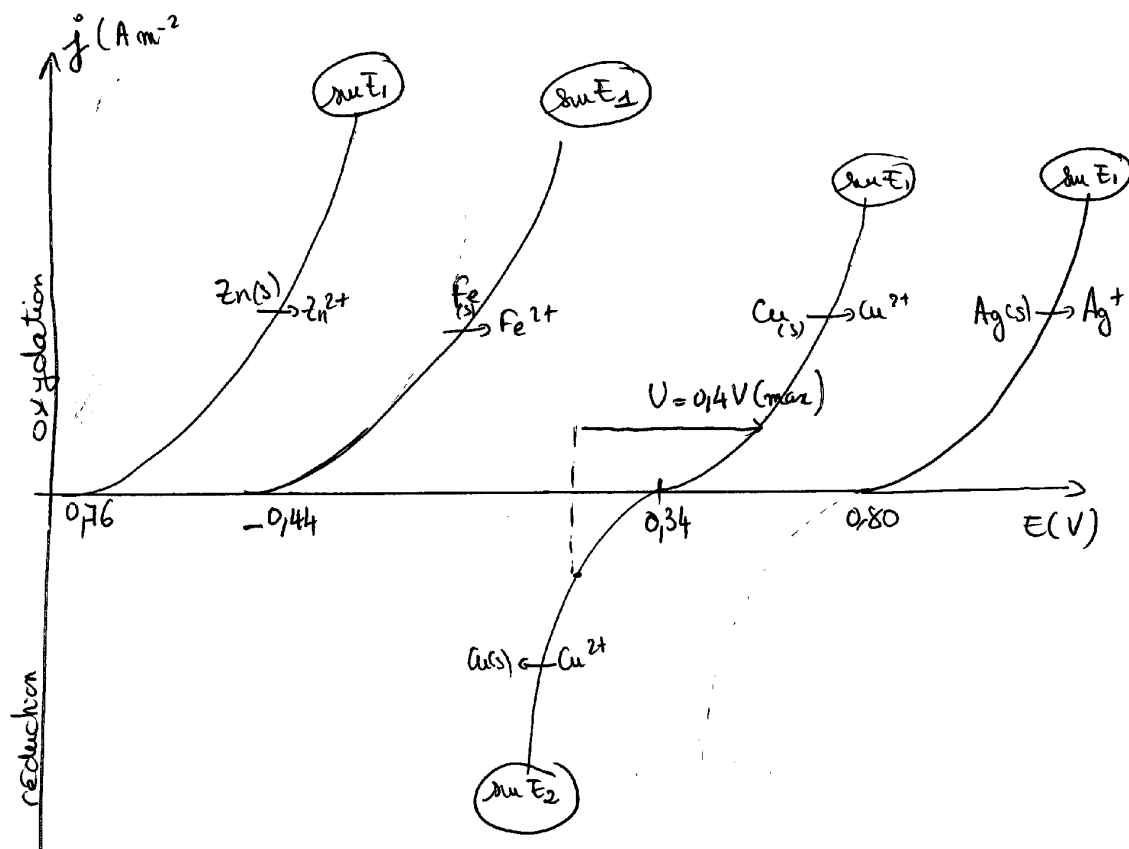
La charge en valeur absolue qui est passée en une heure de l'anode à la cathode est $Q = NA * e * n = I = |j| S * \Delta t$.

Comme de plus, une mole de Cu(s) formé correspond à 2 mol d'électron transfère de $E(1)$ à $E(2)$:

$$m_{\text{Cu}} = \frac{M_{\text{Cu}}}{2 \times e \times N_A} |j| \Delta t = 0,356 \text{ kg.m}^{-2}$$

I-C-3

En se référant au diagramme intensité potentiel :



L'oxydation de Ag(s) n'a pas lieu. L'argent se retrouve sous forme solide dans les boues solides.

Zn(s) et Fe(s) sont oxydés et passent sous forme Fe^{2+} et Zn^{2+} dans la solution électrolytique.

II-Le cuivre, conducteur de l'électricité

II-A-

II-A-1 Le principe fondamental de la dynamique appliqué à un électron de conduction dans le référentiel du

laboratoire supposé galiléen :

$$m \frac{dv}{dt} = -eE = \text{cst}$$

donc:

$$v = -\frac{e}{m} E \times t + v_i$$

II-A-2 Statistiquement, toutes les normes, directions et sens pour le vecteur vitesse initial sont équiprobables donc

$$\langle v_i \rangle = 0 \quad \text{et donc} \quad \langle v \rangle = -\frac{e}{m} E \times \tau \quad \text{identique à tous les électrons.}$$

II-A-3

$$\langle \vec{j} \rangle = -\bar{n} e \langle \vec{v} \rangle = \frac{\bar{n} e^2 \tau}{m_e} \times E = \gamma_{Cu} E \Rightarrow \gamma_{Cu} = \frac{\bar{n} e^2 \tau}{m_e} \quad \text{Comme } \bar{n} = \frac{\rho_{Cu} N_A}{M_{Cu}} \quad \text{donc } \gamma_{Cu} = \frac{\rho_{Cu} N_A e^2 \tau}{M_{Cu} m_e}$$

II-A-4

$$\tau = \frac{\gamma_{Cu} M_{Cu} m_e}{\rho_{Cu} N_A e^2} = 2,49 \cdot 10^{-14} \text{ s} \quad \text{donc} \quad f_c = \frac{1}{\tau} = 4,00 \cdot 10^{13} \text{ Hz} \quad (\text{domaine infra rouge des ondes EM-limite rouge ; fréquence des chocs très élevée}).$$

II-A-5

Pour $f > f_c$, la conductivité du cuivre décroît avec la fréquence. Les ondes EM du visible de fréquence en dessous du rouge sont absorbées et le cuivre a une couleur rouge-orangé. Mais, les autres métaux ne sont pas rouge pour autant alors qu'ils ont les mêmes propriétés fréquentielles.

II-A-6

Si la température T augmente, c'est le signe d'une augmentation de l'agitation thermique et donc du nombre de chocs. La fréquence f_c augmente donc et la conductivité diminue.

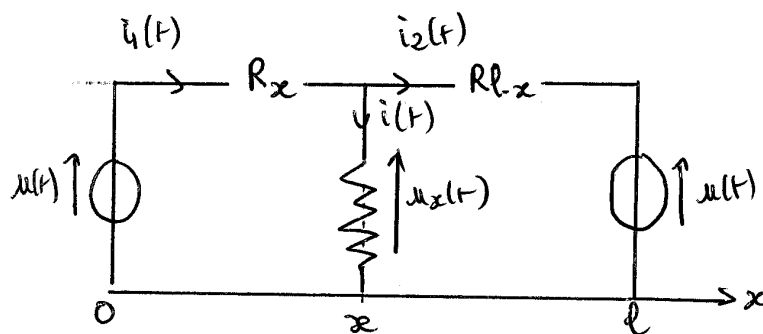
II-B- Caténaire d'alimentation ferroviaire

II-B-1 $P = UI \cos \varphi$ donc $\cos \varphi = \frac{8,8 \cdot 10^6}{3,52 \times 2,5 \times 10^6} = 1$. Tension et intensité sont donc en phase. Le moteur étant de nature inductive, les lignes d'alimentation sont de nature capacitive afin de redresser le facteur de puissance.

En prenant un facteur de puissance maximal, on minimise pour une puissance nominale donnée et une tension d'alimentation imposée par le cahier des charges, la valeur de I donc les pertes par effet joule dans les lignes.

II-B-2

Proposons un schéma électrique équivalent au circuit compris en $x=0$ et $x=l$.



On a alors, en valeurs efficaces, vu que $\cos \varphi = 1$ en x et que l'on a que des résistances par ailleurs qui n'introduisent aucun déphasage, :

$$P(x) = U_x I \quad P_0 = UI_1 \quad I = I_1 - I_2 \quad I_1 = \frac{U - U_x}{R_x} \quad I_2 = \frac{U_x - U}{R_{l-x}}$$

$$P(x) - P_0 = P_0 \times \frac{(U - U_x)}{U} = P_0 \frac{R_x R_{l-x}}{R_x + R_{l-x}} \frac{I}{U} = I^2 \frac{R_x R_{l-x}}{R_x + R_{l-x}}$$

Ainsi

Comme :

$$R_x = \frac{1}{\gamma_{Cu}} \frac{x}{s} \quad \text{et} \quad R_{l-x} = \frac{1}{\gamma_{Cu}} \frac{l-x}{s}, \quad \text{il vient :} \quad P(x) = P_0 - x(l-x) \frac{I^2}{l\gamma_{Cu}s} \quad \text{avec} \quad \Gamma = \frac{\gamma_{Cu}ls}{I^2}$$

Remarque : P(x) est une fonction décroissante de x=0 à x=l/2 puis croissante entre x=l/2 et x=l. Ceci est normal compte tenu de la présence des générateurs en x=0 et x=l et de la linéarité des résistances des câbles en fonction de leur longueur.

On impose que la puissance moyenne P(x) reçue par la rame en tout x soit telle que $P(x) > \alpha P_0$

$$s > \frac{1}{4(1-\alpha)} \frac{P_0}{U^2} \frac{l}{\gamma_{Cu}} = s_{\min} = 1510^1 \text{ mm}^2 \quad \text{et} \quad \frac{m_{Cu}}{l} = s_{\min} \rho_{Cu} = 1.3 \text{ kg.m}^{-1}$$

Il vient que

II-B-3

Le coût unitaire de la ligne est proportionnel à la puissance dissipée par effet Joule dans les câbles.

Ainsi:

$$C_u \propto \frac{kP_J}{x} = k \frac{R_x I^2}{x} = k \frac{1}{\gamma_{Cu}} \frac{x}{sx} \times (|j| \times s)^2 = k \left(\frac{|j|^2}{\gamma_{Cu}} \right) s \quad \text{d'où} \quad C_u = Ks$$

II-B-4

$$C_{\text{tot an}} = L \times C_u = Kls_{\min}$$

$$C_{ss} = l \times C_u = Kls_{\min} \quad \text{d'où} \quad l = \frac{C_{ss}}{Ks_{\min}} = 53 \text{ km}$$

II-B-5

$$\frac{P_J}{x} = k \frac{R_x I^2}{x} = \frac{1}{\gamma_{Cu}s} \times I^2 = 13 \text{ W.m}^{-1}$$

Puissance moyenne reçue par unité de longueur de câble :

II-B-6

$\delta \dot{Q} = h(T_{cat} - T_{ext}) \times 2\pi r = h(T_{cat} - T_{ext}) \times 2\sqrt{s\pi}$ puissance dissipée par unité de longueur de câble (câble supposé cylindrique de rayon r).

$$\delta \dot{Q} = 14 \text{ W.m}^{-1} \propto \frac{P_J}{x}$$

En utilisant $s = s_{\min}$, il vient

La valeur trouvée précédemment pour $s_{\min}$ correspond donc aux pertes par effet Joule.

III-La structure du cristal de cuivre

III-A-

$$\text{III-A-1} \quad \lambda_x \propto 10^{-10} \text{ m}$$

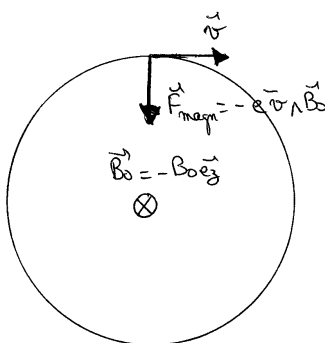
$$\text{III-A-2} \quad \frac{1}{2} m_n v_n^2 = \frac{3}{2} k_B T_n \quad \text{donc} \quad v_n = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_n}} = 4,9810^3 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{et} \quad E_n = \frac{3}{2} k_B T_n = 0,129 \text{ eV}$$

Et aussi
$$\lambda_n = \frac{h}{m_n v_n} = \frac{6,6310^{-34}}{1,6710^{-27} \times 4,9810^3} = 7,9710^{-11} m \approx 10^{-10} m$$

III-A-3 $\lambda_x \approx \lambda_n$ donc de l'ordre de grandeur des distances interatomiques. Il peut donc se produire un phénomène de diffraction si on envoie ce type de particules avec cette longueur d'onde de Broglie sur un cristal de cuivre.

III-B-

III-B-1 La force magnétique subie par un électron est $\vec{F} = -e\vec{v} \wedge \vec{B}$. D'après le sens de parcours des électrons sur le cercle, on doit avoir $\vec{B}_0 = -B_0 \vec{e}_z$.



La grandeur v_0 n'est pas définie mais on comprend qu'il s'agit de la vitesse initiale.

La force magnétique étant orthogonale au vecteur vitesse à tout instant, le mouvement est uniforme de vitesse

v_0 . Le rayon du cercle est $R = \frac{v_0}{\omega_c} = \frac{m_e v_0}{e B_0}$ et l'énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2} m_e v_0^2$ donc $E_c = \frac{1}{2} v_0 R B_0$ et

$$B_0 = \frac{2E_c}{v_0 R} = \frac{2 \times 2,75 \times 1,610^{-19}}{50 \times 1,610^{-19}} = 0,37 T$$

III-B-2 Le PFD appliqué à un électron donne $m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{v} \wedge \vec{B}_1$ soit, si la trajectoire reste dans le plan (xOy), :

$$\begin{cases} m_e \dot{v}_x = -e v_y B_1(x) \\ m_e \dot{v}_y = e v_x B_1(x) \end{cases}$$

Si on suppose $|v_y| \ll v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ alors $|v_y| \ll |v_x|$ et le système d'équations différentielles devient :

$$\begin{cases} m_e \dot{v}_x = 0 \\ m_e \dot{v}_y = e v_x B_0 \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{e B_{10}}{m_e} v_0 \cos(2\pi \frac{x}{b}) \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = -\left(\frac{b}{2\pi v_0}\right)^2 \frac{e B_{10}}{m_e} v_0 \cos(2\pi \frac{v_0 t}{b}) \end{cases} \text{ donc :}$$

$$y(x) = -\left(\frac{b}{2\pi v_0}\right)^2 \frac{e B_{10}}{m_e} v_0 \cos(2\pi \frac{x}{b})$$

La trajectoire est bien sinusoïdale d'amplitude $\left(\frac{b}{2\pi v_0}\right)^2 \frac{eB_{10}}{m_e} v_0$ et de période spatiale b (période temporelle $T = \frac{b}{v_0}$).

III-B-3 L'onde émise par l'électron dans une direction (Ox) (// vitesse aux positions maximales de l'électron) est en phase avec les passages de l'électron aux maxima de sa trajectoire.

Ainsi lorsque l'électron parcourt la distance b à la vitesse v_0 , l'onde a fait une distance $\frac{b}{v_0} \times c$. La différence de marche entre deux rayons émis au niveau de deux maxima successifs de la trajectoire électronique est donc

$\delta = \frac{b}{v_0} \times c - b$. Ces deux rayons interfèrent à l'infini donc : $b\left(\frac{c}{v_0}\right) - 1 = \delta = p\lambda$ où λ est la longueur d'onde émise et où p est un entier naturel.

Ainsi les longueurs d'onde émise par les électrons sont quantifiées et vérifient : $\lambda_p = \frac{1}{p} b \left(\frac{c}{v_0} - 1 \right) = \frac{\lambda_1}{p}$.

Comme $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2}}$, on a : $\frac{c}{v_0} = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}}$, il vient $\lambda_1 = b \left(\frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} - 1 \right)$.

De plus $\gamma = \frac{E}{m_e c^2} = \frac{2,75 \times 10^9 \times 1,6 \times 10^{-19}}{9,10 \times 10^{-31} \times (3,00 \times 10^8)^2} = 5,37 \times 10^3$

Donc $\lambda_1 = b \left(\frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} - 1 \right) = 210^{-2} \times \left(\frac{5,37 \times 10^3}{\sqrt{(5,37 \times 10^3)^2 - 1}} - 1 \right) = 3,46 \times 10^{-10} \text{ m} \approx \lambda_x$.

Ainsi comme, $\lambda_p = \frac{\lambda_1}{p} \approx \lambda_x$, on a bien réalisé une source polychromatique de rayons X.

IV-Etude thermodynamique d'un alliage de cuivre

IV-A-

IV-A-1 $\mu_{Cu}^l(x, T) = \mu_{Cu}^{l*}(T) + RT \ln(x)$.

IV-A-2

$x = \frac{n_{Cu}}{n_{tot}} = \frac{m_{Cu}}{M_{Cu} n_{tot}} = \frac{1}{1 + \frac{m_{Ni}}{m_{Cu}} \frac{M_{Cu}}{M_{Ni}}}$ car $n_{tot} = n_{Cu} + n_{Ni} = \frac{m_{Cu}}{M_{Cu}} + \frac{m_{Ni}}{M_{Ni}}$.

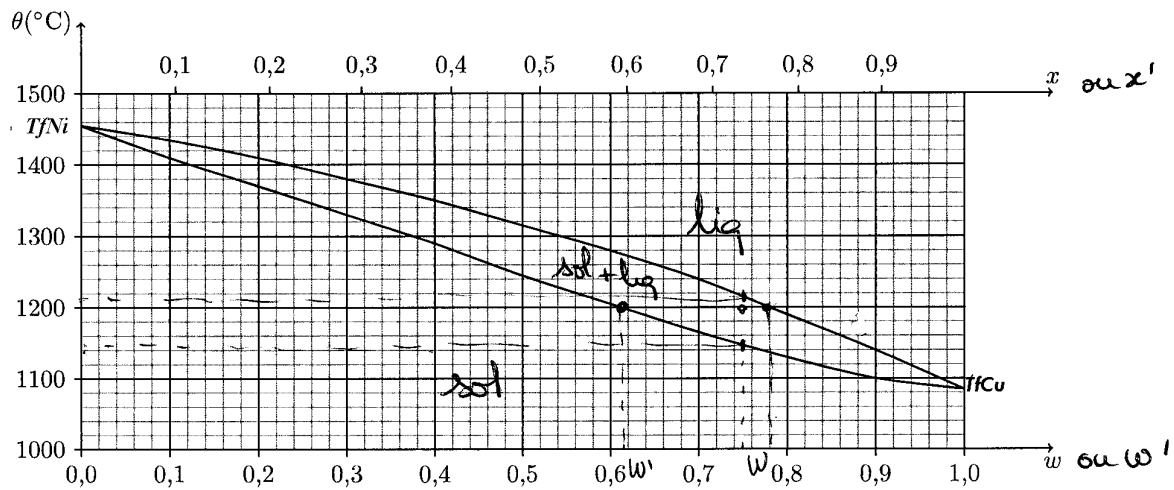
Comme $m_{tot} = m_{Cu} + m_{Ni}$ et $w = \frac{m_{Cu}}{m_{tot}}$, il vient $x = \frac{1}{1 + \frac{1-w}{w} \frac{M_{Cu}}{M_{Ni}}}$

D'où : $\mu_{Cu}^l(x, T) = \mu_{Cu}^{s*}(x, T) - RT \ln \left(1 + \frac{1-w}{w} \frac{M_{Cu}}{M_{Ni}} \right) = \alpha_l(T) - RT \ln \left(1 + \frac{1}{w} \beta - \beta \right)$

Avec $\beta = \frac{M_{Cu}}{M_{Ni}}$ et $\alpha_l(T) = \mu_{Cu}^{s*}(T)$.

IV-A-3 $\alpha_s(T) = \mu_{Cu}^{s*}(T)$ si solide de cuivre pur car alors $w'=1$.

IV-B-



IV-B-1

A l'équilibre thermodynamique : $\mu_{Cu}^l(w, T) = \mu_{Cu}^s(w', T)$.

Donc : $\alpha_{lCu}(T) - RT \ln \left(1 - \beta + \frac{1}{w} \beta \right) = \alpha_{sCu}(T) - RT \ln \left(1 - \beta + \frac{1}{w'} \beta \right)$

De même pour le nickel (on change w en $1-w$ et β en $\frac{1}{\beta}$) : $\mu_{Ni}^l(1-w, T) = \mu_{Ni}^s(1-w', T)$

Soit $\alpha_{lNi}(T) - RT \ln \left(1 - \frac{1}{\beta} + \frac{1}{1-w} \frac{1}{\beta} \right) = \alpha_{sNi}(T) - RT \ln \left(1 - \frac{1}{\beta} + \frac{1}{1-w'} \frac{1}{\beta} \right)$

IV-B-2 Pour $w = 0,5$, on lit $x=0,48$ et on calcule $\frac{M_{Ni}}{M_{Cu}} = \frac{x \left(\frac{1-w}{w} \right)}{1-x} = 0,92$.

IV-B-3 Pour $w=0,7$, on doit avoir un alliage cuivre/nickel et donc la température du mélange doit être comprise entre 1150°C et 1210°C d'après la figure 4.

Si on choisit une température de 1200°C, on a $w'=0,61$ et $w=0,78$.

Dans la phase solide : $m'_{Cu} = 0,61m_s$; $m'_{Ni} = 0,39m_s$

Dans la phase liquide : $m_{Cu} = 0,78m_l$; $m_{Ni} = 0,22m_l$

Et comme $m = m_l + m_s = 100 \text{ g}$ et $w = \frac{m_{Cu} + m'_{Cu}}{m} = 0,75$

Il vient donc $m_l = \frac{100}{1 + \frac{0,75 - 0,61}{0,78 - 0,75}} = 82,4 \text{ g}$ et $m_s = \frac{100}{1 + \frac{0,78 - 0,75}{0,75 - 0,61}} = 17,6 \text{ g}$

Et donc :

Dans la phase solide : $m'_{Cu} = 10,7 \text{ g}$; $m'_{Ni} = 6,8 \text{ g}$

Dans la phase liquide : $m_{Cu} = 64,2 \text{ g}$; $m_{Ni} = 18,1 \text{ g}$

IV-C

IV-C-1 D'après la figure 4 :

$$T_{Cu}^{fus} = \theta(w=1) = 1080^\circ\text{C} \quad \text{et} \quad T_{Ni}^{fus} = \theta(w=0) = 1458^\circ\text{C}$$

IV-C-2C'est une démonstration de cours.

$$\Delta_r G^\circ(T) = \Delta_r H^\circ(T) - T \Delta_r S^\circ(T)$$

$$\text{Avec} \quad \frac{d[\Delta_r G^\circ(T)]}{dT} = -\Delta_r S^\circ(T) \quad \text{et} \quad \frac{d}{dT} \left[\frac{\Delta_r G^\circ(T)}{T} \right] = -\frac{\Delta_r H^\circ(T)}{T^2}.$$

IV-C-3

$$\frac{d}{dT} \left[\frac{\Delta_{fus} G^\circ(T)}{T} \right] = -\frac{\Delta_{fus} H^\circ(T)}{T^2}$$

$$\text{Or comme} \quad \Delta_{fus} H^\circ(T) = cste = \Delta_{fus} H^\circ(T_{Cu}^{fus}) : \quad \frac{d}{dT} \left[\frac{\Delta_{fus} G^\circ(T)}{T} \right] = \Delta_{fus} H^\circ(T_{Cu}^{fus}) \frac{d}{dT} \left(\frac{1}{T} \right).$$

$$\text{Ainsi} \quad \frac{\Delta_{fus} G^\circ(T)}{T} - \frac{\Delta_{fus} G^\circ(T_{fus})}{T_{Cu}^{fus}} = \frac{\Delta_{fus} H^\circ(T_{Cu}^{fus})}{T} - \frac{\Delta_{fus} H^\circ(T_{Cu}^{fus})}{T_{Cu}^{fus}}$$

$$\text{Avec :} \quad \Delta_{fus} G^\circ(T_{Cu}^{fus}) = \mu_{Cu}^{\text{p}^*}(T_{Cu}^{fus}) - \mu_{Cu}^{\text{s}^*}(T_{Cu}^{fus}) = 0 \quad \text{ce qui revient à écrire} \quad \Delta_{fus} S^\circ(T_{Cu}^{fus}) = \frac{\Delta_{fus} H^\circ(T_{Cu}^{fus})}{T_{Cu}^{fus}}$$

Et
$$\Delta_{fus} G^{\circ}(T) = \mu_{Cu}^{\ell*}(T) - \mu_{Cu}^{s*}(T) = \mu_{Cu}^{\ell}(w, T) - \mu_{Cu}^s(w', T) + RT \ln \left(1 - \beta + \frac{1}{w} \beta \right) - RT \ln \left(1 - \beta + \frac{1}{w'} \beta \right)$$

Comme on a équilibre entre les deux phases : $\mu_{Cu}^{\ell}(w, T) = \mu_{Cu}^s(w', T)$

$$R \ln \frac{\left(1 - \beta + \frac{1}{w} \beta \right)}{\left(1 - \beta + \frac{1}{w'} \beta \right)} = \Delta_{fus} H^{\circ}(T_{Cu}^{fus}) \left[\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{Cu}^{fus}} \right]$$

On obtient finalement :

Pour $T=1200^{\circ}\text{C}$, on avait $w'=0,61$ et $w=0,78$.

$$\Delta_{fus} H^{\circ}(T_{Cu}^{fus}) = R \frac{\ln \left(\frac{1 - \beta + \frac{1}{w} \beta}{1 - \beta + \frac{1}{w'} \beta} \right)}{\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{Cu}^{fus}}} = 8,314 \times \frac{\ln \left(\frac{1 - 9,310^{-2} + \frac{1}{0,78} 9,310^{-2}}{1 - 9,310^{-2} + \frac{1}{0,61} 9,310^{-2}} \right)}{\frac{1}{1200 + 273} - \frac{1}{1080 + 273}} = 4,410^3 \text{ J.mol}^{-1}$$

$$\Delta_{fus} S^{\circ}(T_{Cu}^{fus}) = \frac{\Delta_{fus} H^{\circ}(T_{Cu}^{fus})}{T_{Cu}^{fus}} = \frac{4,410^3}{1080 + 273} = 3,3 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$$

Ces grandeurs peuvent cependant différer des valeurs tabulées car elles sont déterminées à partir de l'étude d'un alliage et donc soumise aux incertitudes des mesures qui ont permis d'établir les courbes de la figure 4. Le modèle adopté (mélange idéal) peut aussi afficher ses limites.