

## Урок 24 Сила тертя

### Мета уроку:

**Навчальна.** Формувати уявлення про роль електромагнітних сил у процесах взаємодії тіл; формувати знання про природу, напрямок дії та спосіб визначення сили тертя, про роль сил тертя під час руху; формування вміння визначати коефіцієнт тертя.

**Розвивальна.** Розвивати пізнавальні навички учнів.

**Виховна.** Виховувати уважність, зібраність, спостережливість.

**Тип уроку:** комбінований.

**Наочність і обладнання:** навчальна презентація, комп'ютер, підручник.

### Хід уроку

#### I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП

1. Провести бесіду за матеріалом § 12

##### Бесіда за питаннями

1. Що таке деформація? У чому причина її виникнення?
2. Які види деформацій ви знаєте?
3. Які деформації називають пружними? пластичними? Наведіть приклади.
4. Дайте визначення сили пружності. Як напрямлена ця сила?
5. Сформулюйте закон Гука. Які межі його застосування?
6. Від чого залежить жорсткість тіла? Яка її одиниця в СІ?
7. Яку силу називають силою нормальної реакції опори? силою натягу підвісу? Як напрямлені ці сили?
8. Що таке вага? Чим вага тіла відрізняється від сили тяжіння?
9. Що таке перевантаження? Що таке невагомість?

2. Перевірити виконання вправи № 12: завдання 1, 4.

#### II. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ ТА ВМІНЬ

Автомобіль, вимкнувши двигун, через певний час зупиняється.

Шайба, рухаючись по льоду, також згодом зупиниться.

Що ж є причиною зменшення швидкості руху тіл?

#### III. ВИВЧЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ

##### 1. Сила тертя

Сила тертя  $\vec{F}_{\text{тертя}}$  – це сила, яка виникає під час руху чи спроби руху одного тіла по поверхні іншого чи під час руху тіла всередині рідкого чи газоподібного середовища.

Опір середовища або рідке (в'язке) тертя – це тертя між поверхнею твердого тіла та навколишнім рідким або газоподібним середовищем, у якому це тіло рухається.

Сухе тертя – це тертя між поверхнями двох дотичних твердих тіл.

Сила сухого тертя завжди напрямлена вздовж поверхні дотичних тіл протилежно швидкості їхнього відносного переміщення.

Відносно поверхні снігу та відносно повітря лижник рухається вправо, тому сила тертя  $\vec{F}_{\text{тертя } 1}$  і сила опору  $\vec{F}_{\text{оп}}$ , які діють на лижника, напрямлені вліво.

Відносно лижника сніг рухається вліво, з боку лижника на сніг діє сила тертя  $\vec{F}_{\text{тертя } 2'}$ , напрямлена вправо



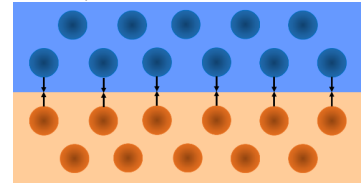
##### Проблемне питання

- Яка причина виникнення сухого тертя?

**Причини виникнення сухого тертя:**

- *Нерівність дотичних поверхонь.* Навіть гладенькі на вигляд поверхні тіл мають нерівності, горбики і подряпини. Коли одне тіло ковзає або намагається ковзати по поверхні другого, нерівності чіпляються одна за одну й деформуються. *Виникають сили пружності*, направлені в бік, протилежний деформації.

- *Взаємне притягування молекул дотичних поверхонь.* У деяких місцях виступи тіл щільно притиснуті один до одного – відстань між ними настільки мала, що діють сили міжмолекулярного притягання, у результаті чого деякі нерівності виявляються ніби «склеєними».



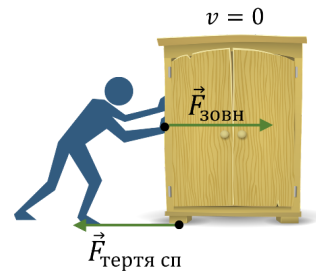
## 2. Види тертя

Розрізняють три види сухого тертя: *тертя спокою, тертя ковзання, тертя кочення.*

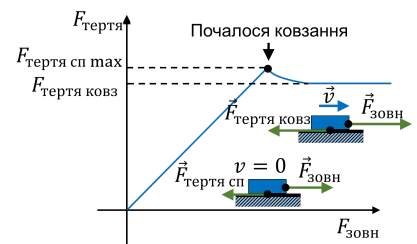
**Сила тертя спокою  $\vec{F}_{\text{тертя сп}}$**  – це сила тертя, яка виникає між дотичними поверхнями двох тіл і перешкоджає виникненню їх відносного руху.

Сила тертя спокою завжди дорівнює за модулем і протилежна за напрямком зовнішній силі, яка діє вздовж поверхні зіткнення тіл й намагається зрушити тіло з місця:

$$\vec{F}_{\text{тертя сп}} = -\vec{F}_{\text{зовн}}$$



У разі збільшення сили  $\vec{F}_{\text{зовн}}$ , що намагається зрушити тіло, збільшується й сила тертя спокою  $\vec{F}_{\text{тертя сп}}$ . Коли зовнішня сила набуде певного значення і тіло ось-ось почне рух, сила тертя спокою стане максимальною. Коли сила тертя спокою сягає максимального значення  $\vec{F}_{\text{тертя сп max}}$ , тіло зрушує з місця (починає ковзання).

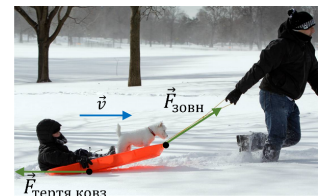


### Проблемне питання

- Чи «корисна» сила тертя спокою?

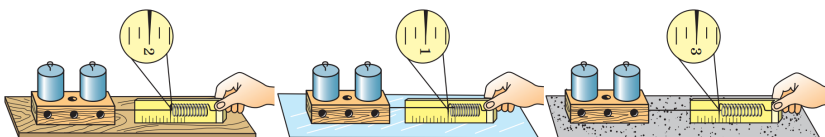
Дія сили тертя спокою є дуже «корисною»: завдяки їй ручки й олівці залишають слід на папері, речі не вислизують із рук, не розв'язуються вузли; ця сила утримує піщини в купі піску, важкі камені на схилі гори, коріння рослин у ґрунті. Шини автомобіля і ступні людини у момент дотику з поверхнею дороги намагаються по суті здійснити рух назад. У результаті виникає сила тертя спокою, направлена вперед, – *рушійна сила*.

**Сила тертя ковзання  $\vec{F}_{\text{тертя ковз}}$**  – це сила, яка виникає в разі ковзання одного тіла по поверхні іншого і направлена протилежно напрямку відносної швидкості руху тіл.

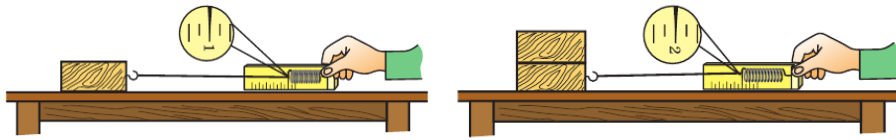


### Проблемне питання

- Від чого залежить сила тертя ковзання?



Сила тертя ковзання залежить від властивостей дотичних поверхонь тіл.



Що більша сила притискає тіло до поверхні, то більша сила тертя виникає при цьому. Сила тертя ковзання прямо пропорційна силі нормальної реакції опори.

**Закон Амонтона – Кулона:** Сила тертя ковзання не залежить від площі дотику тіл і прямо пропорційна силі  $N$  нормальної реакції опори:  $F_{\text{тертя ковз}} = \mu N$

$N$  – сила реакції опори  $\mu$  – коефіцієнт тертя ковзання

Коефіцієнт тертя ковзання  $\mu$  залежить від матеріалів, з яких виготовлені дотичні тіла, якості обробки їхніх поверхонь і наявності між ними сторонніх речовин.

Коефіцієнт тертя ковзання є величиною без одиниць.

$$\mu = \frac{F_{\text{тер}}}{N} \Rightarrow [\mu] = \frac{H}{H} = 1$$

| Матеріали        | Коефіцієнт тертя ковзання | Матеріали                | Коефіцієнт тертя ковзання |
|------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------|
| Сталь по льоду   | 0,02                      | Папір (картон) по дереву | 0,40                      |
| Сталь по сталі   | 0,20                      | Шкіра по чавуну          | 0,56                      |
| Дерево по дереву | 0,25                      | Гума по бетону           | 0,75                      |

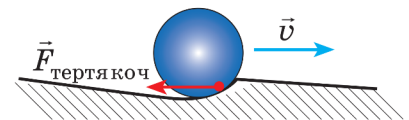
### Проблемне питання

- Як зменшити силу тертя ковзання?

Силу тертя ковзання можна зменшити, змастивши дотичні поверхні. Тверде змащення змінює якість поверхні; рідке змащення віддаляє дотичні поверхні одну від одної – сухе тертя замінюється значно слабшим рідким тертям.

Тертя істотно зменшиться, якщо між дотичними поверхнями розташувати тверді котки, тобто ковзання замінити коченням. Досліди показують, що за однакових умов сила тертя кочення в десятки разів менша, ніж сила тертя ковзання.

Одна з причин виникнення сили тертя кочення полягає в тому, що поверхня, по якій рухається кулясте тіло (циліндр, колесо, куля), деформується, тому тіло весь час немов заковчується на невелику похилу площину.



Чим більша деформація поверхні, тим більший кут нахилу площини і тим більшою є сила тертя кочення. Саме тому сила тертя кочення:

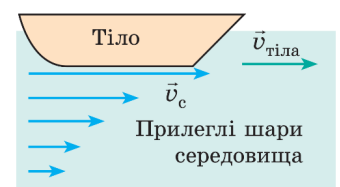
- зменшується зі збільшенням твердості поверхні, якою котиться тіло, та твердості матеріалу, з якого виготовлене тіло;
- збільшується зі збільшенням тиску тіла на поверхню;
- зменшується зі збільшенням радіуса тіла.

### 3. Сила опору середовища

Сила опору середовища (сила в'язкого тертя)  $\vec{F}_{\text{оп}}$  – сила, яка виникає під час руху тіла всередині рідкого або газоподібного середовища.

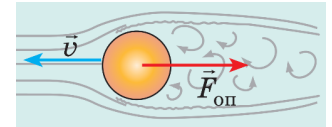
#### Причини виникнення в'язкого тертя:

1. **Ламінарне обтікання.** Якщо тверде тіло рухається всередині рідини або газу, то прилеглі шари середовища рухаються разом із тілом. Чим



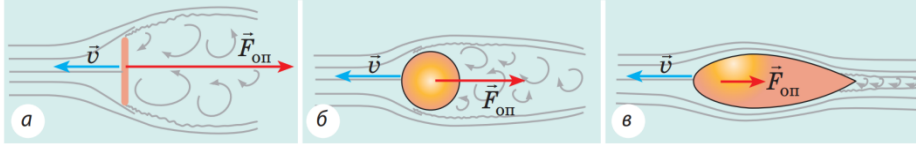
більшою є в'язкість середовища, тим більше його шарів залучаються до руху.

2. *Лобовий опір.* Частинки середовища зіштовхуються з тілом і сповільнюють його рух.



3. *Вихрове обтікання.* Якщо тіло рухається з великою швидкістю, то ламінарне обтікання переходить у вихрове: безпосередньо за тілом утворюється зона зменшеного тиску, і тіло ніби втягується в цю зону, сповільнюючи свій рух.

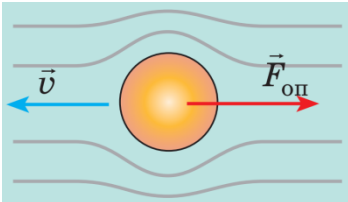
*Сила опору середовища суттєво залежить від форми тіла.* За однакових умов найбільша сила опору діє на шайбу (а), найменша – на тіло краплеподібної (обтічної) форми (в).



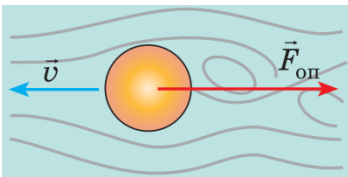
#### Сила опору середовища збільшується

1) зі збільшенням швидкості  $v$  руху тіла; при цьому:

- якщо  $v < v_k$ , то  $F_{\text{оп}} \sim v$



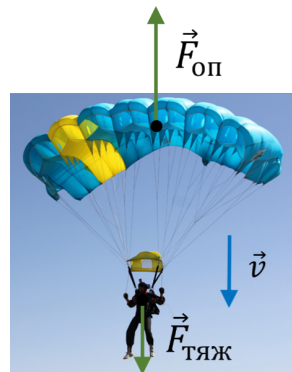
- якщо  $v > v_k$ , то  $F_{\text{оп}} \sim v^2$



$v_k$  – критична швидкість – швидкість руху тіла, за якої ламінарне обтікання перетворюється на вихрове

2) зі збільшенням площі поперечного перерізу тіла

Наприклад, під час падіння парашутист набирає значну швидкість, проте відразу після розкриття парашута сила опору повітря різко збільшується і парашутист починає гальмувати.



3) зі збільшенням густини та в'язкості середовища, за певних змін якості поверхні:

- збільшення густини середовища збільшує лобовий опір;
- збільшення в'язкості середовища та певні нерівності поверхні тіла сприяють залученню до руху більше прилеглих шарів середовища

#### IV. ЗАКРІПЛЕННЯ НОВИХ ЗНАНЬ І ВМІНЬ

1. Чи діє сила тертя на книжку, яка лежить на столі? (Ні)

2. Щоб стрічка транспортера не проковзувала, ведучий барабан покривають зернистою пастою. Чи змінюється при цьому: а) сила тиску вантажу; б) сила тертя? (а) ні; б) так)

3. У вагоні на столику лежать м'яч та зошит. Коли потяг рушив з місця, зошит залишився лежати на місці, а м'яч покотився. Чому?

Сила тертя ковзання більша за силу тертя кочення.

4. Коли колеса автомобіля проковзують під час буксування, то сила тяги двигуна значно зменшується. Чим це пояснити?

Сила тертя ковзання менша, ніж сила тертя спокою.

5. Скільки часу тривало гальмування автомобіля, який їхав зі швидкістю 90 км/год по горизонтальній ділянці шляху, якщо відомо, що маса автомобіля 1,5 т, а коефіцієнт тертя становить 0,5.

**Дано:**

$$v_0 = 90 \frac{\text{км}}{\text{год}} = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

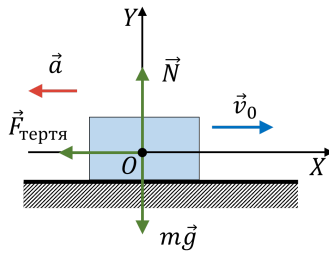
$$m = 1,5 \text{ т} = 1500 \text{ кг}$$

$$\mu = 0,5$$

$$v = 0$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$t = ?$$

**Розв'язання**

Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:  $m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тертя}} + \vec{N} = m\vec{a}$

Знайдемо проєкції сил і прискорення на осі  $Ox$  і  $Oy$ , запишемо формулу для обчислення сили тертя ковзання:

$$\{Ox: -F_{\text{тертя}} = -ma \quad Oy: -mg + N = 0$$

$$N = mg$$

$$F_{\text{тертя}} = \mu N = \mu mg$$

$$\mu mg = ma \Rightarrow a = \mu g$$

Час руху визначимо, скориставшись формулами:

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

$$v_{0x} = v_0; \quad v_x = 0; \quad a_x = -a$$

$$0 = v_0 - at \Rightarrow t = \frac{v_0}{a}$$

$$t = \frac{v_0}{\mu g} \quad [t] = \frac{\frac{\text{м}}{\text{с}}}{\frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{с} \cdot \text{м}} = \text{с} \quad t = \frac{25}{0,5 \cdot 10} = 5 \text{ (с)}$$

**Відповідь:**  $t = 5 \text{ с}$ .

6. З якою найбільшою швидкістю автомобіль може рухатись на повороті радіусом 40 м, щоб його не занесло, якщо коефіцієнт тертя коліс об дорогу становить 0,25?

**Дано:**

$$r = 40 \text{ м}$$

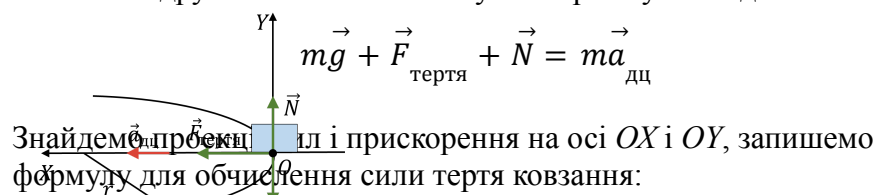
$$\mu = 0,25$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$v_{\text{max}} = ?$$

**Розв'язання**

Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:



$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тертя}} + \vec{N} = m\vec{a}_{\text{дц}}$$

Знайдемо проєкції сил і прискорення на осі  $Ox$  і  $Oy$ , запишемо формулу для обчислення сили тертя ковзання:

$$\{Ox: F_{\text{тертя}} = ma_{\text{дц}} \quad Oy: -mg + N = 0$$

$$N = mg$$

$$F_{\text{тертя}} = \mu N = \mu mg$$

$$a_{\text{дц}} = \frac{v_{\text{max}}^2}{r}$$

$$F_{\text{тертя}} = ma_{\text{дц}} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{r}$$

$$\frac{mv_{\text{max}}^2}{r} = \mu mg \Rightarrow v_{\text{max}} = \sqrt{\mu gr}$$

$$[v_{\text{max}}] = \sqrt{\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{с}} = \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad v_{\text{max}} = \sqrt{0,25 \cdot 10 \cdot 40} = 10 \left( \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

**Відповідь:**  $v_{\max} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$

## V. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ

### Бесіда за питаннями

1. Дайте означення сили тертя.
2. Які види тертя ви знаєте?
3. Якими є причини виникнення сухого тертя? рідкого тертя?
4. Чому силу тертя спокою називають рушійною силою?
5. Дайте означення сили тертя ковзання. Як вона напрямлена і за якою формулою її обчислюють?
6. Як можна зменшити (збільшити) силу тертя? Наведіть приклади.
7. Від яких факторів залежить сила опору середовища? Наведіть приклади.

## VI. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ Опрацювати § 13, Вправа № 13 (2, 5)

### Додаткові задачі

#### I. Рух по горизонталі та вертикалі

1. Електропоз на горизонтальній ділянці шляху розвиває силу тяги 148 кН; сила опору рухові – 86 кН. З яким прискоренням рухається поїзд, якщо його маса становить 2000 т?

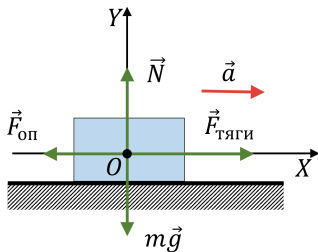
**Дано:**

$$F_{\text{тяги}} = 148 \text{ кН} = 148 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$F_{\text{оп}} = 86 \text{ кН} = 86 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$m = 2000 \text{ т} = 2 \cdot 10^6 \text{ кг}$$

$a = ?$



**Розв'язання**

Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$\vec{F}_{\text{тяги}} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{оп}} + \vec{N} = m\vec{a}$$

$$OX: F_{\text{тяги}} - F_{\text{оп}} = ma$$

$$a = \frac{F_{\text{тяги}} - F_{\text{оп}}}{m}$$

$$[a] = \frac{\text{Н} - \text{Н}}{\text{кг}} = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$a = \frac{148 \cdot 10^3 - 86 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^6} = 31 \cdot 10^{-3} \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$$

**Відповідь:**  $a = 31 \frac{\text{мм}}{\text{с}^2}.$

2. Куля масою 200 г падає вниз з прискоренням  $9,2 \text{ м/с}^2$ . Яка сила опору повітря діє на кулю?

**Дано:**

$$a = 9,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$m = 200 \text{ г} = 0,2 \text{ кг}$$

$$g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$F_{\text{оп}} = ?$

**Розв'язання**

Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{оп}} = m\vec{a}$$

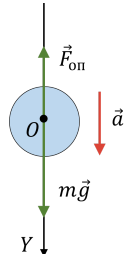
$$OY: mg - F_{\text{оп}} = ma$$

$$F_{\text{оп}} = m(g - a)$$

$$[F_{\text{оп}}] = \text{кг} \cdot \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) = \text{Н}$$

$$F_{\text{оп}} = 0,2 \cdot (9,8 - 9,2) = 0,12 \text{ (Н)}$$

**Відповідь:**  $F_{\text{оп}} = 120 \text{ мН}.$



3. Визначте прискорення реактивного лайнера під час зльоту, якщо його маса 167 т, сила тяги двигунів 225 кН, а коефіцієнт тертя коліс шасі об злітну смугу 0,02.

**Дано:**

$$m = 167 \text{ т} = 167 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$F_{\text{тяги}} = 225 \text{ кН} = 225 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

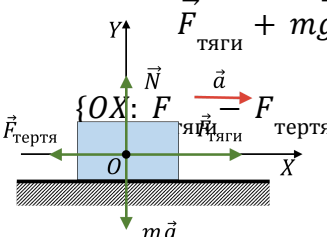
$$\mu = 0,02$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$a = ?$$

**Розв'язання**

Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:



$$\vec{F}_{\text{тяги}} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тертя}} + \vec{N} = m\vec{a}$$

$$\{Ox: F_{\text{тяги}} - F_{\text{тертя}} = ma \quad Oy: -mg + N = 0$$

$$N = mg$$

$$F_{\text{тертя}} = \mu N = \mu mg$$

$$F_{\text{тяги}} - \mu mg = ma \Rightarrow a = \frac{F_{\text{тяги}}}{m} - \mu g$$

$$[a] = \frac{\text{Н}}{\text{кг}} - \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{\text{кг}} - \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$a = \frac{225 \cdot 10^3}{167 \cdot 10^3} - 0,02 \cdot 10 \approx 1,15 \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$$

**Відповідь:**  $a \approx 1,15 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ .

4. Під дією сили 2,5 кН швидкість руху платформи масою 4 т зросла від 54 км/год до 72 км/год. Визначте прискорення, шлях і час розгону платформи. Врахуйте, що коефіцієнт тертя коліс дорівнює 0,05.

**Дано:**

$$F = 2,5 \text{ кН}$$

$$= 2,5 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$m = 4 \text{ т} = 4 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$v_0 = 54 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$= 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v = 72 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$= 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

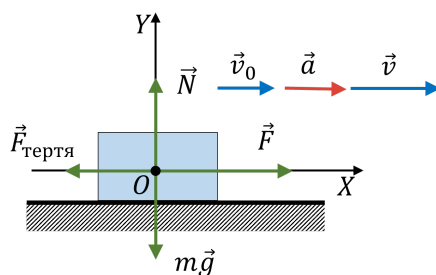
$$\mu = 0,05$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$a = ?$$

$$s = ?$$

**Розв'язання**



Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тертя}} + \vec{N} = m\vec{a}$$

$$\{Ox: F - F_{\text{тертя}} = ma \quad Oy: -mg + N = 0$$

$$N = mg$$

$$F_{\text{тертя}} = \mu N = \mu mg$$

$$F - \mu mg = ma$$

$$a = \frac{F}{m} - \mu g$$

$$[a] = \frac{\text{Н}}{\text{кг}} - \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{\text{кг}} - \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$a = \frac{2,5 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^3} - 0,05 \cdot 10 = 0,125 \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$$

$t = ?$

$$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x} \quad v_x = v_{0x} + a_x t$$

$$s_x = s; \quad v_{0x} = v_0; \quad v_x = v; \quad a_x = a$$

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}; \quad v = v_0 + at \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$$

$$[s] = \frac{\frac{M^2}{c^2} - \frac{M^2}{c^2}}{\frac{M}{c^2}} = M \quad [t] = \frac{\frac{M}{c} - \frac{M}{c}}{\frac{M}{c^2}} = c$$

$$s = \frac{20^2 - 15^2}{2 \cdot 0,125} = 700 \text{ (м)}$$

$$t = \frac{20 - 15}{0,125} = 40 \text{ (с)}$$

**Відповідь:**  $a = 0,125 \frac{M}{c^2}$ ;  $s = 700 \text{ м}$ ;  $t = 40 \text{ с}$ .

5. Тіло масою 500 г, кинуте вертикально вгору з початковою швидкістю 40 м/с, піднялось на висоту 50 м. Визначте силу опору повітря, вважаючи її під час руху тіла незмінною.

**Дано:**

$$m = 500 \text{ г} = 0,5 \text{ кг}$$

$$v_0 = 40 \frac{M}{c}$$

$$v = 0$$

$$h = 50 \text{ м}$$

$$g = 9,8 \frac{M}{c^2}$$

$$F_{\text{оп}} = ?$$

**Розв'язання**

$$v = 0$$

Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{оп}} = m\vec{a}$$

$$OY: mg + F_{\text{оп}} = ma$$

$$a_y = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2h_y} \quad a = \frac{-v_0^2}{-2h}$$

$$F_{\text{оп}} = m \left( \frac{v_0^2}{2h} - g \right)$$

$$[F_{\text{оп}}] = \text{кг} \cdot \left( \frac{\frac{M^2}{c^2}}{M} - \frac{M}{c^2} \right) = \text{Н}$$

$$F_{\text{оп}} = 0,5 \cdot \left( \frac{40^2}{2 \cdot 50} - 9,8 \right) = 3,1 \text{ (Н)}$$

**Відповідь:**  $F_{\text{оп}} = 3,1 \text{ Н}$ .

6. Сани масою 100 кг рухаються рівноприскорено по горизонтальній ділянці шляху під дією сили 200 Н, направленої вгору під кутом  $30^\circ$  до горизонту. З яким прискоренням рухаються сани, якщо коефіцієнт тертя дорівнює 0,01?

**Дано:**

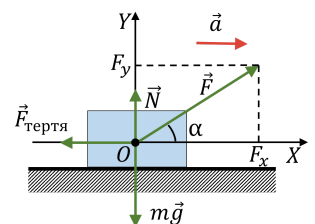
$$m = 100 \text{ кг}$$

$$F = 200 \text{ Н}$$

**Розв'язання**

Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тертя}} + \vec{N} = m\vec{a}$$



$$\alpha = 30^\circ$$

$$\mu = 0,01$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$a = ?$$

$$\{OX: F \cos \alpha - F_{\text{тертя}} = ma \quad OY: F \sin \alpha - mg +$$

$$N = mg - F \sin \alpha$$

$$F_{\text{тертя}} = \mu N = \mu(mg - F \sin \alpha)$$

$$F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha) = ma$$

$$a = \frac{F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}{m} - \mu g$$

$$[a] = \frac{\text{Н}}{\text{кг}} - \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{\text{кг}} - \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$a = \frac{200 \cdot (\cos 30^\circ + 0,01 \cdot \sin 30^\circ)}{100} - 0,01 \cdot 10 \approx 1,6 \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$$

$$\text{Відповідь: } a \approx 1,6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

## II. Рух по похилій площині

Зверніть увагу! Ухил – синус кута  $\alpha$  нахилу полотна дороги до горизонту. Якщо ухил є малим (меншим від 0,1), то  $\cos \alpha \approx 1$ . Коефіцієнт опору рухові  $\mu$  враховує всі види тертя: тертя кочення, ковзання в осях тощо. Сила опору напрямлена протилежно руху тіла й обчислюється за формулою  $F_{\text{оп}} = \mu N$ , де  $N$  – сила нормальної реакції опори.

7. Яку силу необхідно прикласти, щоб рівномірно рухати вгору вагонетку масою 600 кг по естакаді з кутом нахилу  $20^\circ$ . Силою тертя можна знехтувати.

Дано:

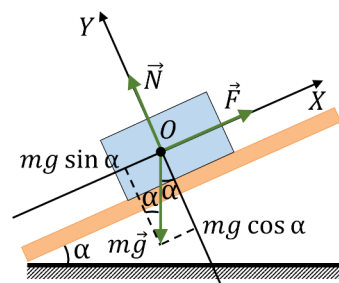
$$m = 600 \text{ кг}$$

$$\alpha = 20^\circ$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$F = ?$$

Розв'язання



Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$\vec{F} + \vec{N} + m\vec{g} = 0$$

$$OX: F - mg \sin \alpha = 0$$

$$F = mg \sin \alpha$$

$$[F] = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}$$

$$F = 600 \cdot 10 \cdot \sin 20^\circ \approx 2052 \text{ Н}$$

$$\text{Відповідь: } F \approx 2,05 \text{ кН.}$$

8. Тіло масою 10 кг зісковзує з похилої площини, кут нахилу якої дорівнює  $40^\circ$ . Визначте силу тертя, що діє на тіло, якщо воно рухається з прискоренням  $2 \text{ м/с}^2$ .

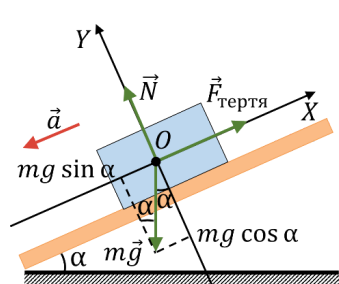
Дано:

$$m = 10 \text{ кг}$$

$$\alpha = 40^\circ$$

$$a = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Розв'язання



Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$\vec{F}_{\text{тертя}} + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$OX: F_{\text{тертя}} - mg \sin \alpha = -ma$$

$$F_{\text{тертя}} = m(g \sin \alpha - a)$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$F_{\text{тертя}} - ?$$

$$[F_{\text{тертя}}] = \text{кг} \cdot \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) = \text{Н}$$

$$F_{\text{тертя}} = 10 \cdot (40^\circ - 2) \approx 44 \text{ (Н)}$$

**Відповідь:**  $F_{\text{тертя}} \approx 44 \text{ Н.}$

9. На похилій площині довжиною 6 м і висотою 3 м міститься вантаж масою 30 кг. Яку силу необхідно прикласти, щоб перемістити цей вантаж вгору по похилій площині з прискоренням  $1,4 \text{ м/с}^2$ , знаючи, що коефіцієнт тертя дорівнює 0,12?

**Дано:**

$$l = 6 \text{ м}$$

$$h = 3 \text{ м}$$

$$m = 30 \text{ кг}$$

$$a = 1,4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\mu = 0,12$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

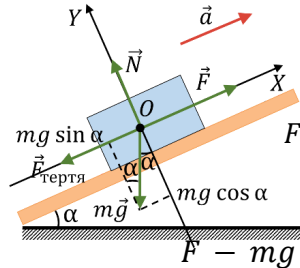
$$F - ?$$

**Розв'язання**

Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тертя}} + \vec{N} = m\vec{a}$$

$$\{OX: F - mg \sin \alpha - F_{\text{тертя}} = ma \quad OY: -mg \cos \alpha + N = 0$$



$$N = mg \cos \alpha$$

$$F_{\text{тертя}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

$$F - mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma$$

**1 спосіб**

$$\sin \alpha = \frac{h}{l} \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{h}{l}\right)^2}$$

$$F = mg \left( \frac{h}{l} + \mu \sqrt{1 - \left(\frac{h}{l}\right)^2} \right) + ma$$

$$[F] = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \left( \frac{\text{м}}{\text{м}} + \sqrt{\left(\frac{\text{м}}{\text{м}}\right)^2} \right) + \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}$$

$$F = 30 \cdot 10 \cdot \left( \frac{3}{6} + 0,12 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{3}{6}\right)^2} \right) + 30 \cdot 1,4 \approx 220 \text{ (Н)}$$

**2 спосіб**

$$F = mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) + ma$$

$$[F] = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} + \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{l} \quad \sin \alpha = \frac{3}{6} = 0,5 \quad \alpha = \arcsin 0,5$$

$$F = 30 \cdot 10 \cdot (\sin 30^\circ + 0,12 \cdot \cos 30^\circ) + 30 \cdot 1,4 \approx 220 \text{ (Н)}$$

**Відповідь:**  $F \approx 220 \text{ Н}$ .

10. Автомобіль масою 2 т піднімається на гору, нахил якої становить 0,2. На ділянці шляху 32 м швидкість руху автомобіля зросла від 21,6 км/год до 36 км/год. Вважаючи рух автомобіля рівноприскореним, визначте силу тяги двигуна, якщо коефіцієнт тертя дорівнює 0,02.

**Дано:**

$$m = 2 \text{ т} = 2000 \text{ кг}$$

$$\sin \alpha = 0,2$$

$$\cos \alpha = 1$$

$$s = 32 \text{ м}$$

$$v_0 = 21,6 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$= 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

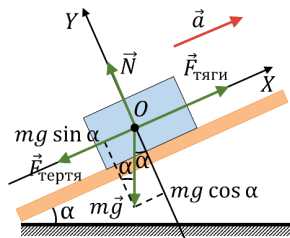
$$v = 36 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$= 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\mu = 0,02$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$F_{\text{тяги}} = ?$$



**Розв'язання**

Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$\vec{F}_{\text{тяги}} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тертя}} + \vec{N} = m\vec{a}$$

$$\{OX: F_{\text{тяги}} - mg \sin \alpha - F_{\text{тертя}} = ma \quad OY: -mg \cos \alpha + N = 0\}$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$F_{\text{тертя}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

$$a_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2s_x} \quad a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s}$$

$$F_{\text{тяги}} - mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = m \left( \frac{v^2 - v_0^2}{2s} \right)$$

$$F_{\text{тяги}} = m \left( \frac{v^2 - v_0^2}{2s} \right) + mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$[F_{\text{тяги}}] = \text{кг} \cdot \left( \frac{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{\text{м}} \right) + \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н} + \text{Н} = \text{Н}$$

$$F_{\text{тяги}} = 2000 \cdot \left( \frac{10^2 - 6^2}{2 \cdot 32} \right) + 2000 \cdot 10 \cdot (0,2 + 0,02) = 6400 \text{ (Н)}$$

**Відповідь:**  $F_{\text{тяги}} = 6,4 \text{ кН}$ .

### III. Рух по колу

11. З якою напрямленою горизонтально силою тисне вагон масою 40 т на рейки, коли рухається по закругленню радіусом 800 м зі швидкістю 36 км/год?

**Дано:**

$$m = 40 \text{ т} = 4 \cdot 10^4 \text{ кг}$$

$$r = 800 \text{ м}$$

$$v = 36 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$= 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

**Розв'язання**

Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_{\text{дц}}$$

$$OX: F = ma_{\text{дц}}$$

$$a_{\text{дц}} = \frac{v^2}{r}$$

$$F = \frac{mv^2}{r} \quad [F] = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{\text{м}} = \text{Н}$$

$F = ?$

$$F = \frac{4 \cdot 10^4 \cdot 10^2}{800} = 5 \cdot 10^3 \text{ (Н)}$$

**Відповідь:**  $F = 5 \text{ кН}$ .

12. Хлопчик, маса якого 50 кг, гойдається на гойдалці, підвішений на мотузку завдовжки 4 м. З якою силою він тисне на сидіння, проходячи положення рівноваги з швидкістю 6 м/с?

**Дано:**

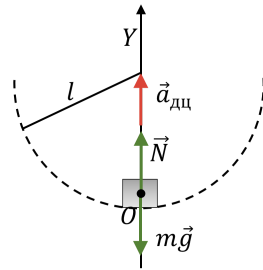
$$m = 50 \text{ кг}$$

$$l = 4 \text{ м}$$

$$v = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

**Розв'язання**



Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$\vec{mg} + \vec{N} = m\vec{a}_{\text{дц}}$$

$$OY: -mg + N = ma_{\text{дц}}$$

$$a_{\text{дц}} = \frac{v^2}{l} \quad N = m\left(\frac{v^2}{l} + g\right)$$

$$N = 50 \cdot \left(\frac{6^2}{4} + 10\right) = 950 \text{ (Н)}$$

$F = ?$

**Відповідь:**  $N = 950 \text{ Н}$ .

13. Велотрек має заокруглення радіусом 40 м. У цьому місці нахил до горизонту становить  $40^\circ$ . На яку швидкість їзди розрахований такий нахил?

**Дано:**

$$r = 40 \text{ м}$$

$$\alpha = 40^\circ$$

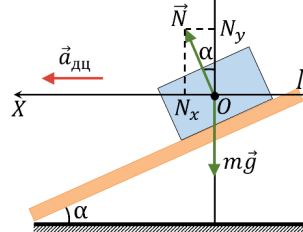
$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

**Розв'язання**

Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$\vec{mg} + \vec{N} = m\vec{a}_{\text{дц}}$$

$$\{OX: N \sin \alpha = ma_{\text{дц}} \quad OY: -mg + N \cos \alpha = 0$$



$$N = \frac{mg}{\cos \alpha} \quad a_{\text{дц}} = \frac{v_{\text{max}}^2}{r}$$

$$\frac{mg \sin \alpha}{\cos \alpha} = m \frac{v_{\text{max}}^2}{r}$$

$$g \tan \alpha = \frac{v_{\text{max}}^2}{r}$$

$$v_{\text{max}} = \sqrt{gr \tan \alpha} \quad [v_{\text{max}}] = \sqrt{\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_{\text{max}} = \sqrt{10 \cdot 40 \cdot \tan 40^\circ} \approx 18,3 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

**Відповідь:**  $v_{\text{max}} \approx 18,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

14. Вантаж, підвішений на нитці завдовжки 60 см, рухаючись рівномірно, описує в горизонтальній площині коло. З якою швидкістю рухається вантаж, якщо під час його руху нитка утворює з вертикаллю сталий кут  $30^\circ$ ?

**Дано:**

$$l = 60 \text{ см} = 0,6 \text{ м}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

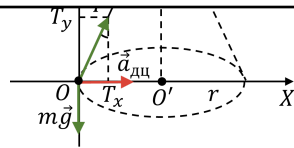
**Розв'язання**

Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$\vec{mg} + \vec{T} = m\vec{a}_{\text{дц}}$$

$$\{OX: T \sin \alpha = ma_{\text{дц}} \quad OY: -mg + T \cos \alpha = 0$$

$v = ?$



$$T = \frac{mg}{\cos \alpha} \quad a_{\text{дц}} = \frac{v^2}{r}$$

$$r = l \sin \alpha$$

$$\frac{mg}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha = m \frac{v^2}{l \sin \alpha} \quad g \alpha = \frac{v^2}{l \sin \alpha}$$

$$v = \sqrt{gl \alpha}$$

$$v = \sqrt{10 \cdot 0,6 \cdot \sin 30^\circ \cdot 30^\circ} \approx 1,3 \left( \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

**Відповідь:**  $v \approx 1,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

15. Визначте силу натягу нитки в момент коливання, якщо кут на який відхилився вантаж від вертикалі  $60^\circ$ , маса вантажу дорівнює 100 г, швидкість 2 м/с, а довжина нитки становить 40 см.

**Дано:**

$$\alpha = 60^\circ$$

$$m = 100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг}$$

$$v = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$l = 40 \text{ см} = 0,4 \text{ м}$$

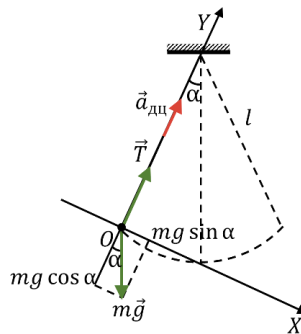
$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$T = ?$

**Розв'язання**

Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}_{\text{дц}}$$



$$\{OX: mg \cos \alpha = 0 \quad OY: -mg \cos \alpha + T = ma_{\text{дц}}$$

$$a_{\text{дц}} = \frac{v^2}{l}$$

$$T = m \left( \frac{v^2}{l} + g \cos \alpha \right)$$

$$[T] = \text{кг} \cdot \left( \frac{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{\text{м}} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}$$

$$T = 0,1 \cdot \left( \frac{2^2}{0,4} + 10 \cdot \cos 60^\circ \right) = 1,5 \text{ (Н)}$$

**Відповідь:**  $T = 1,5 \text{ Н}$ .

#### IV. Рух системи зв'язаних тіл

16. На шнурі, перекинутому через нерухомий блок, підвісили вантажі, маса яких дорівнює 0,3 і 0,2 кг. З яким прискоренням рухається система? Яка сила натягу шнура під час руху?

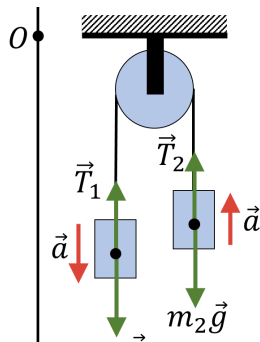
**Дано:**

$$m_1 = 0,3 \text{ кг}$$

$$m_2 = 0,2 \text{ кг}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

**Розв'язання**



Для кожного тягаря запишемо рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді:

$$\{m_1\vec{g} + \vec{T}_1 = m_1\vec{a} \quad m_2\vec{g} + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}$$

$$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$$

|         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $a - ?$ | $\{OX: m_1 g - T = m_1 a \quad OX: m_2 g - T = -m_2 a$                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| $T - ?$ | $m_1 g - m_2 g = m_1 a + m_2 a$ $a = \frac{g(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}$ $[a] = \frac{\frac{M}{c^2} \cdot (кг - кг)}{кг + кг} = \frac{M}{c^2}$ $a = \frac{10 \cdot (0,3 - 0,2)}{0,3 + 0,2} = 2 \left( \frac{M}{c^2} \right)$ $T = m_2(g + a) \quad T = кг \cdot \left( \frac{M}{c^2} + \frac{M}{c^2} \right) = Н$ $T = 0,2 \cdot (10 + 2) = 2,4 (Н)$ |
|         | <b>Відповідь:</b> $a = 2 \frac{M}{c^2}; T = 2,4 Н.$                                                                                                                                                                                                                                                                                              |

17. На нитці, перекинутій через нерухомий блок, підвісили вантажі, маса яких 0,34 і 0,3 кг. За 2 с від початку руху кожний вантаж пройшов шлях 1,2 м. Визначити прискорення вільного падіння на підставі даних досліду.

**Дано:**

$$m_1 = 0,34 \text{ кг}$$

$$m_2 = 0,3 \text{ кг}$$

$$t = 2 \text{ с}$$

$$s = 1,2 \text{ м}$$

$$g - ?$$

**Розв'язання**

Для кожного тягара запишемо рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді:

$$\{ m_1 \vec{g} + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a} \quad m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}$$

$$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$$

$$\{ OX: m_1 g - T = m_1 a \quad OX: m_2 g - T = -m_2 a$$

$$a = \frac{g(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}$$

$$s_x = v_{0x} t + \frac{a_x}{2} t^2$$

$$s = \frac{a}{2} t^2 \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2}$$

$$\frac{g(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} = \frac{2s}{t^2} \Rightarrow g = \frac{2s(m_1 + m_2)}{t^2(m_1 - m_2)}$$

$$g = \frac{2 \cdot 1,2 \cdot (0,34 + 0,3)}{2^2 \cdot (0,34 - 0,3)} = 9,6 \left( \frac{M}{c^2} \right)$$

**Відповідь:**  $g = 9,6 \frac{M}{c^2}.$

18. Маневровий тепловоз, маса якого 100 т, тягне два вагони, кожний з яких має масу 50 т, з прискоренням  $0,1 \text{ м/с}^2$ . Визначити силу тяги тепловоза і силу натягу зчепів, якщо коефіцієнт опору рухові дорівнює 0,006.

Дано:

$$m_T = 100 \text{ т} = 10^5 \text{ кг}$$

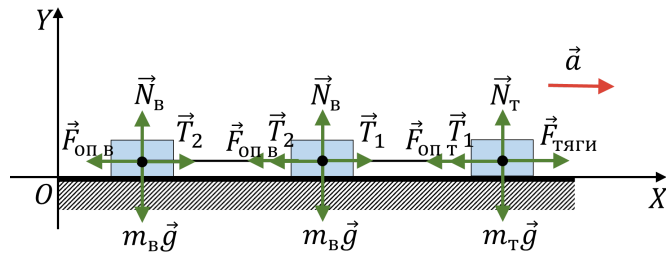
$$m_B = 50 \text{ т} = 5 \cdot 10^4 \text{ кг}$$

$$a = 0,1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\mu = 0,006$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Розв'язання



Для тепловоза та вагонів запишемо рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді:

$$\{\vec{F}_{\text{тяги}} + m_T \vec{g} + \vec{F}_{\text{оп } T} + \vec{T}_1 + \vec{N}_T = m_T \vec{a} \quad \vec{T}_1 + m_B \vec{g} + \vec{T}_2 + \vec{F}_{\text{оп } B} + \vec{N}_B$$

$$F_{\text{тяги}} - ?$$

$$T_1 - ?$$

$$T_2 - ?$$

$$\{OX: F_{\text{тяги}} - \mu m_T g - T_1 = m_T a \quad OX: T_1 - T_2 - \mu m_B g = m_B a \quad OX: T_2$$

$$F_{\text{тяги}} - \mu m_T g - T_1 + T_1 - T_2 - \mu m_B g + T_2 - \mu m_B g = m_T a + m_B a + m_1$$

$$F_{\text{тяги}} = (m_T + 2m_B)(a + \mu g)$$

$$[F_{\text{тяги}}] = (\text{кг} + \text{кг}) \cdot \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) = \text{Н}$$

$$F_{\text{тяги}} = (10^5 + 2 \cdot 5 \cdot 10^4) \cdot (0,1 + 0,006 \cdot 10) = 32 \cdot 10^3 \text{ (Н)}$$

$$T_2 = m_B(a + \mu g)$$

$$[T_2] = \text{кг} \cdot \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) = \text{Н}$$

$$T_2 = 5 \cdot 10^4 \cdot (0,1 + 0,006 \cdot 10) = 8 \cdot 10^3 \text{ (Н)}$$

$$T_1 = m_B(a + \mu g) + T_2 = 2m_B(a + \mu g)$$

$$T_1 = 16 \cdot 10^3 \text{ (Н)}$$

$$[T_1] = \text{кг} \cdot \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) = \text{Н}$$

$$T_1 = 2 \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot (0,1 + 0,006 \cdot 10) = 16 \cdot 10^3 \text{ (Н)}$$

Відповідь:  $F_{\text{тяги}} = 32 \text{ кН}$ ;  $T_1 = 16 \text{ кН}$ ;  $T_2 = 8 \text{ кН}$ .

19. Брусок, маса якого 400 г, під дією вантажу, що має масу 100 г, рухаючись із стану спокою, проходить за 2 с шлях 80 см. Визначити коефіцієнт тертя.

**Дано:**

$$m_1 = 400 \text{ г} = 0,4 \text{ кг}$$

$$m_2 = 100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг}$$

$$t = 2 \text{ с}$$

$$s = 80 \text{ см} = 0,8 \text{ м}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\mu = ?$$

**Розв'язання**

Для кожного тягача запишемо рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді:

$$\{ m_1 \vec{g} + \vec{F}_{\text{тертя}} + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a} \quad m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}$$

$$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$$

$$\{ OX: -F_{\text{тертя}} + T = m_1 a \quad OY: m_1 g - N_1 = 0 \quad OY: m_2 g - T = m_2 a$$

$$N_1 = m_1 g \quad F_{\text{тертя}} = \mu N_1 = \mu m_1 g$$

Розв'яжемо систему методом додавання:

$$- \mu m_1 g + T + m_2 g - T = m_1 a + m_2 a$$

$$\mu = \frac{m_2 g - a(m_1 + m_2)}{m_1 g}$$

$$s_x = v_{0x} t + \frac{a_x}{2} t^2 \quad s = \frac{a}{2} t^2 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2s}{t^2}$$

$$\mu = \frac{m_2 g - \frac{2s}{t^2} (m_1 + m_2)}{m_1 g}$$

$$\mu = \frac{0,1 \cdot 10 - \frac{2 \cdot 0,8}{2^2} \cdot (0,4 + 0,1)}{0,4 \cdot 10} = 0,2$$

**Відповідь:**  $\mu = 0,2$ .