

Ngày thi 09 tháng 03 năm 2022

Bài I. (2 điểm) Cho $A = \frac{x+3}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \left(\frac{x+3\sqrt{x}-2}{x-9} - \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x=16$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$.

3) Cho $P = \frac{A}{B}$. So sánh P và 2.

Bài II. (2 điểm). Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Sân bóng rổ của trường học là một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 9m.

Nếu tăng chiều dài thêm 2m và tăng chiều rộng 1m thì diện tích của sân tăng thêm 50m².

Tính chiều dài và chiều rộng ban đầu của sân bóng rổ.

Bài III (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x-4} - \frac{6}{1-y} = 4 \\ 4\sqrt{x-4} + \frac{2}{1-y} = 3 \end{cases}$$

2) Cho Parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = x + 4$.

a) Tìm tọa độ giao điểm A, B của parabol (P) và đường thẳng (d)

b) Gọi C là giao điểm của đường thẳng (d) và trục tung, H và K lần lượt là hình chiếu của A và B trên trục hoành. Tính diện tích ΔCHK .

Bài IV.(3,5 điểm) Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn (O; R). Đường cao AD, BE của ΔABC cắt nhau tại H. Đường thẳng BE cắt đường tròn (O; R) tại F, đường thẳng AD cắt đường tròn (O; R) tại N.

1) Chứng minh CDHE là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $DB \cdot DC = DN \cdot DA$.

3) Gọi M là trung điểm của AB. Chứng minh ΔAHF cân và ME là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp tứ giác CDHE.

4) Cho dây BC cố định và $BC = R\sqrt{3}$. Xác định vị trí điểm A trên đường tròn (O; R) để $DH \cdot DA$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài V.(0,5 điểm) Giải phương trình $(\sqrt{x+6}-\sqrt{x-2})(1+\sqrt{x^2+4x-12})=8$.

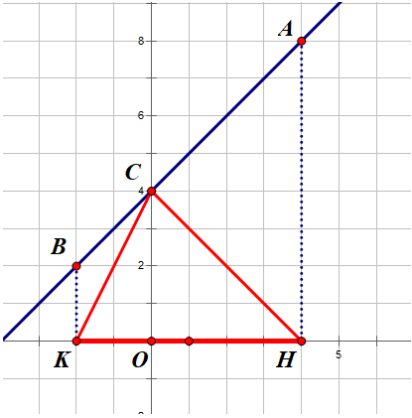
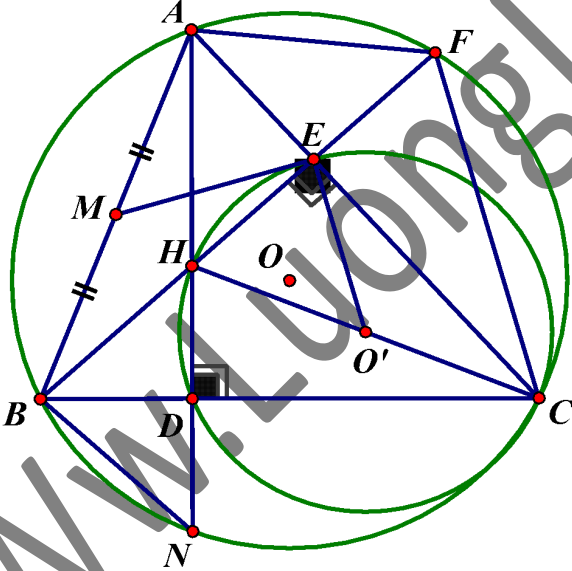
HẾT

www.LuongDiep.Com

Ngày thi 09 tháng 03 năm 2022

Bài	Ý	Hướng dẫn giải	Biểu điểm
Bài I (2 điểm)	1 (0,5 đ)	Thay $x=16$ (tmdk) vào A ta có: $A=\frac{16+3}{\sqrt{16}+3}$	0,25
		Tính được $A=\frac{19}{7}$	0,25
	2 (1 đ)	$B=\left[\frac{x+3\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}-\frac{1}{\sqrt{x}+3}\right]\cdot\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$	0,25
		$B=\frac{x+2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}\cdot\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$	0,25
		$B=\frac{(\sqrt{x}+1)^2}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}\cdot\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$	0,25
		$B=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$	0,25
	3 (0,5 đ)	$P=\frac{A}{B}=\frac{x+3}{\sqrt{x}+3}\cdot\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}=\frac{x+3}{\sqrt{x}+1}$ $P-2=\frac{x+3}{\sqrt{x}+1}-2=\frac{x+3-2(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1}$ $P-2=\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}+1}$	0,25
		$(\sqrt{x}-1)^2\geq 0; \sqrt{x}+1>0$ $\Rightarrow P-2\geq 0\Rightarrow P\geq 2$	0,25
	2đ	Gọi chiều dài sân bóng ban đầu là x (m, $x > 0$)	0,25
		Gọi chiều rộng sân bóng ban đầu là y(m, $y>0$)	0,25
		Vì chiều dài sân bóng ban đầu hơn chiều rộng 9m nên ta có phương trình $x - y = 9$	0,25
		Vì diện tích sân tăng $50m^2$ nên ta có phương trình $(x + 2)(y + 1) = xy + 50$	0,25
		Ta có hệ phương trình	0,25

		$\begin{cases} x - y = 9 \\ (x + 2)(y + 1) = xy + 50 \end{cases}$	
		Giải hệ phương trình được $\begin{cases} x = 22 \\ y = 13 \end{cases}$ (thỏa mãn)	0,5
		Vậy chiều dài sân bóng ban đầu là 22m, chiều rộng sân bóng ban đầu là 13(m)	0,25
Bài III (2,0đ)	1 (1đ)	Điều kiện $x \geq 4$ và $y \neq 1$	0,25
		Đặt $\sqrt{x-4} = a$ và $\frac{1}{1-y} = b$	0,25
		Đưa về hệ: $\begin{cases} a - 6b = 4 \\ 4a + 2b = 3 \end{cases}$	
		Giải hệ được $\begin{cases} a = 1 \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}$	0,25
		$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x-4} = 1 \\ \frac{1}{1-y} = \frac{-1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$	0,25
		Kết luận hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (5; 3)$	
	2 (1đ)		
	Câu a (0,5đ)	Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là: $\frac{1}{2}x^2 = x + 4$ $\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 2x - 8 = 0$ $\Leftrightarrow (x - 4)(x + 2) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 4 \\ x_B = -2 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} y_A = x_A + 4 = 4 + 4 = 8 \\ y_B = x_B + 4 = -2 + 4 = 2 \end{cases}$ Vậy đường thẳng (d) cắt (P) tại A (4;8) và B(-2;2)	0,25

	Câu b	 $x = 0$ thì $y = 0 + 4 = 4$ nên $C(0; 4)$ Biểu diễn các điểm A, B, H, K, C trên hệ trục tọa độ	0,25
		$OC = 4 = 4$; $OH = 4 = 4$; $OK = -2 = 2$ $KH = OK + OH = 6$ $S_{\triangle CHK} = \frac{CO.HK}{2} = \frac{4.6}{2} = 12$ (đơn vị diện tích)	0,25
Bài IV (3,5 đ)	Câu1 (1 đ)	 Vẽ hình đến câu a	0,25
		$\triangle ABC$ có AD là đường cao nên $\angle ADC = 90^\circ \Rightarrow \angle HDC = 90^\circ$	0,25
		$\triangle ABC$ có BE là đường cao nên $\angle BEC = 90^\circ \Rightarrow \angle HEC = 90^\circ$	0,25
		Xét tứ giác CDHE ta có $\angle HDC + \angle HEC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$	0,25
		Mà 2 góc này ở vị trí đối nhau nên CDHE là tứ giác nội tiếp	0,25
	Câu 2 (1 đ)	Xét đường tròn tâm O :	0,25

		$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \text{Sđ } \widehat{AC}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn 1 cung) $\Rightarrow \angle ABC = \angle ACB$	
		Xét $\triangle DBN$ và $\triangle DAC$ có : $\angle BDN = \angle CAD$ $\angle DCN = \angle BDN$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \triangle DBN$ đồng dạng $\triangle DAC$ (g.g)	0,5
		$\Rightarrow \frac{DB}{DA} = \frac{DN}{DC}$ (cạnh tương ứng tỉ lệ) hay $DB \cdot DC = DN \cdot DA$	0,25
	Câu 3 (1đ)	$CDHE$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle EHD + \angle ECD = 180^\circ$ Mà $\angle EHD + \angle AHE = 180^\circ \Rightarrow \angle AHE = \angle DCE \Rightarrow \angle AHF = \angle BCA$	0,25
		Ta có $\angle AFB = \angle BCA$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AB) $\Rightarrow \angle AFB = \angle AHF$ Nên $\triangle AHF$ cân tại A	0,25
		Gọi O' là trung điểm của HC nên O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CDHE$ $\triangle AHF$ cân tại A , AE là đường cao nên E là trung điểm HF $\Rightarrow \triangle CHF$ cân tại $C \Rightarrow \angle HEC = \angle HFC$ $\triangle O'HE$ cân tại O' nên $\angle O'HE = \angle O'EH \Rightarrow \angle O'EH = \angle HFC$ $\Rightarrow \angle HFC = \angle BFC = \angle BAC$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BC)	0,25
		Ta có $\angle ABE = \angle MEB$ ($\triangle MBE$ cân tại M) $\triangle AEB$ vuông tại B nên $\angle ABE + \angle BAE = 90^\circ$ $\Rightarrow \angle MEB + \angle O'EH = 90^\circ$ $\Rightarrow ME \perp O'E$ Mà $O'E$ là bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CDHE$ Vậy ME là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CDHE$	0,25
	Câu 4 (0,5 đ)	$CDHE$ là tứ giác nội tiếp nên chứng minh được $\angle BHD = \angle ECD$ Xét (O) có $\angle BNA = \angle ACB$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AB)	

		$\Rightarrow \angle HDB = \angle NAD$ $\Rightarrow \triangle BDN$ cân tại B nên $DN = DH$ $DH \cdot DA = DN \cdot DA = DB \cdot DC$ Áp dụng bất đẳng thức Cosi ta có $DB + DC \geq 2\sqrt{DB \cdot DC}$ $\Rightarrow DB \cdot DC \leq \frac{(DB + DC)^2}{4}$ $\Rightarrow DB \cdot DC \leq \frac{3R^2}{4}$ $\Rightarrow DH \cdot DA \leq \frac{3R^2}{4}$ Dấu bằng xảy ra khi $DB = DC$ $\triangle ABC$ cân tại A suy ra A là điểm chính giữa của cung BC. Vậy giá trị lớn nhất của $DH \cdot DA$ là $\frac{3R^2}{4}$ khi A là điểm chính giữa cung BC.	0,25
Bài V (0,5 đ)		ĐKXD: $x \geq 2$ Đặt $\sqrt{x+6} = a, \sqrt{x-2} = b (a \geq 0, b \geq 0) \Rightarrow a^2 - b^2 = 8$ Phương trình có dạng $(a-b)(1+ab) = a^2 - b^2 \Leftrightarrow (a-b)(1+ab-a-b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ 1+ab-a-b=0 \end{cases}$	0,25
		Trường hợp 1. Xét $a=b \Rightarrow \sqrt{x+6} = \sqrt{x-2}$ vô nghiệm Trường hợp 2. Xét $1+ab-a-b=0 \Leftrightarrow (a-1)(b-1)=0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+6}=1 \Leftrightarrow x=-5 \text{ (loại)} \\ \sqrt{x-2}=1 \Leftrightarrow x=3 \text{ (TM)} \end{cases}$ Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=3$	0,25