

Тема: Паралельне проєктування, його властивості. Зображення фігур у стереометрії.
https://youtu.be/M_Q-VK4vnE4

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу

I. Актуалізація опорних знань

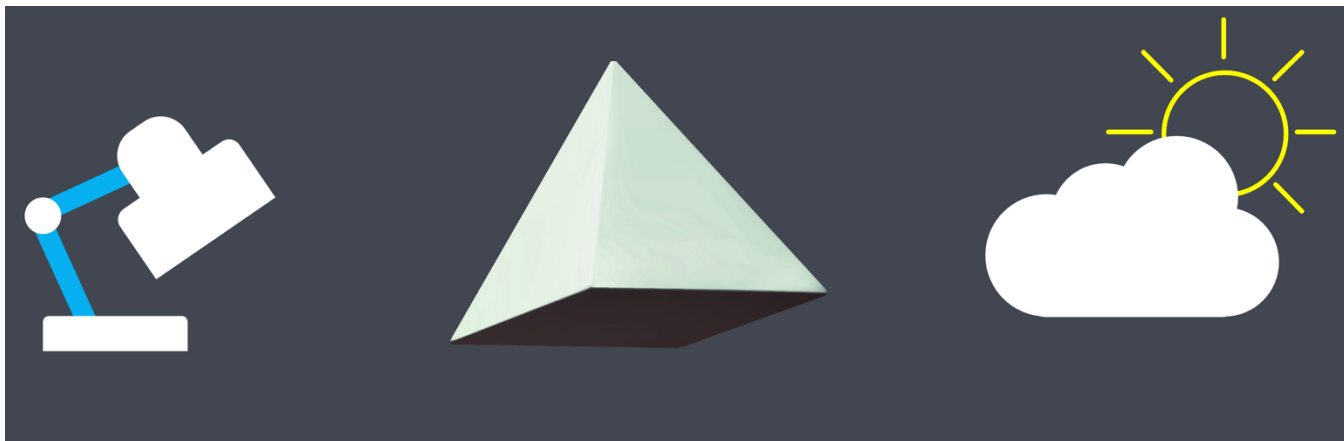
II. Вивчення нового матеріалу

// Що таке проєкція?

Проблемне питання

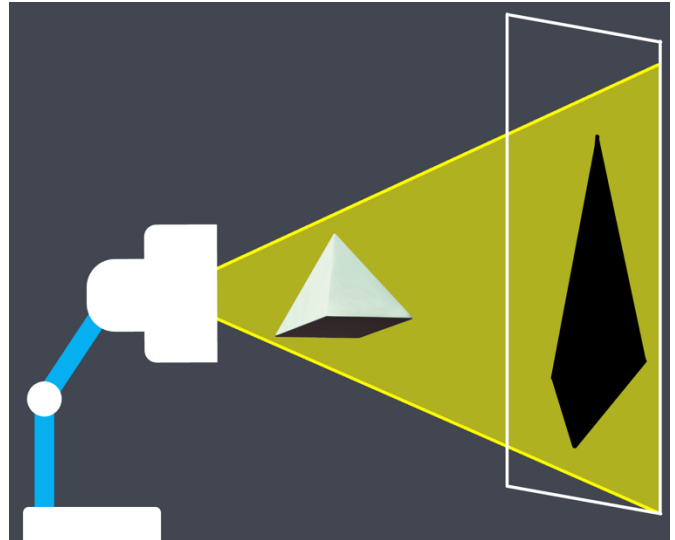
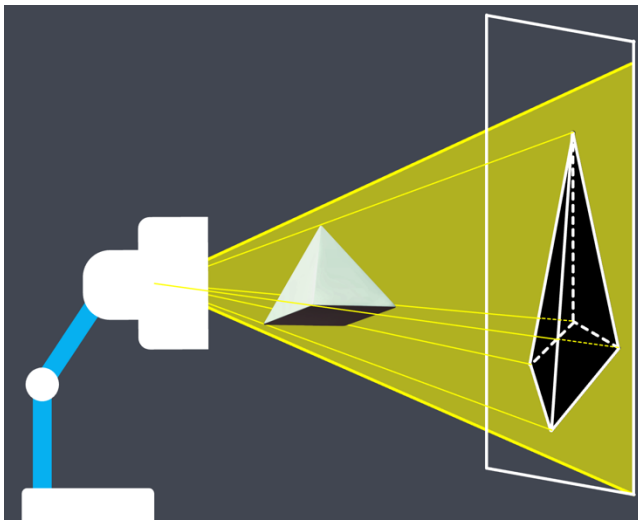
Як за допомогою настільної лампи або сонячних променів можемо отримати плоске зображення стереометричної фігури?

(Учні висловлюють власну думку)



Познайомимо учнів з інтуїтивно зрозумілими способами побудови стереометричних фігур на площині.

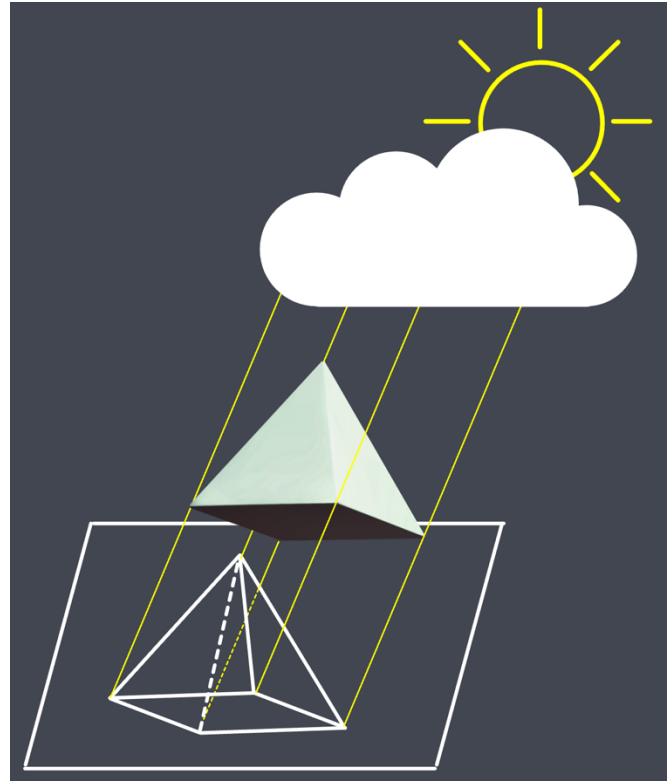
- Якщо будемо світити настільною лампою на деякий стереометричний предмет, то ми отримаємо його відображення на деякій площині. Таке відображення буде нам давати не достатню уяву про початковий предмет.



- Якщо позначити видимі частини ребер початкової фігури суцільними лініями, а не видимі – пунктирними, то ми вже отримаємо більш наочне уявлення про стереометричну фігуру.
- Чи буде таке зображення давати нам правильне уявлення про початкову стереометричну фігуру?

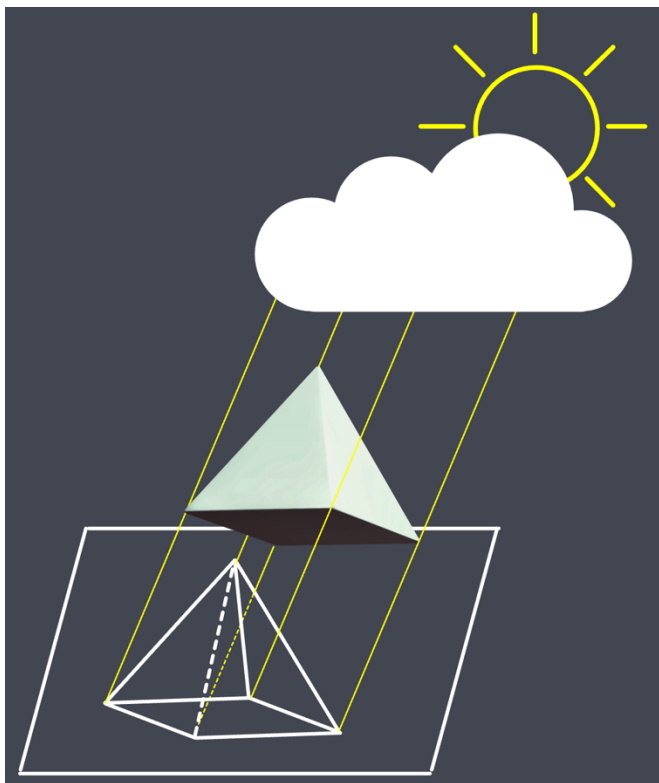
(Ні, бо ми бачимо, що зображені на площині ребра основи стереометричної фігури не є паралельними, хоча вони насправді паралельні)

- Знехтувавши певними величинами, промені сонця можна уявити паралельними. В такому випадку всі промені, що проходять через вершини стереометричної фігури будуть між собою паралельними. На рисунку легко помітити, що при такому проектуванні зберігається не тільки паралельність відрізків, а й співвідношення сторін.

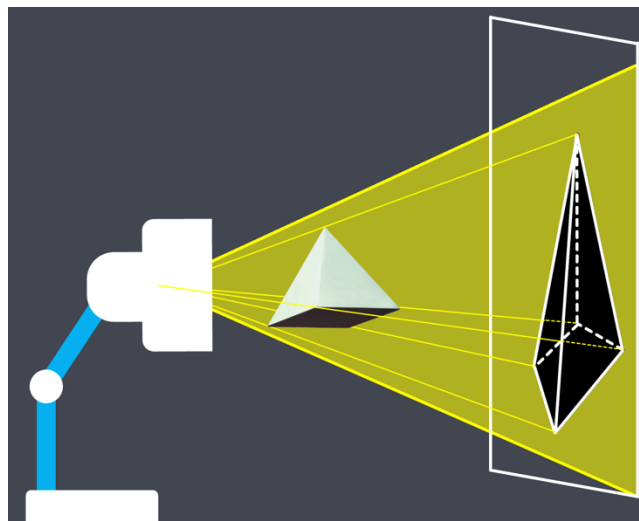


- Подивіться на дані два методи отримання плоского зображення стереометричної фігури. Які Ви можете помітити відмінності?

ПАРАЛЕЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ



ЦЕНТРАЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ



Дивлячись на дані рисунки, можна помітити:

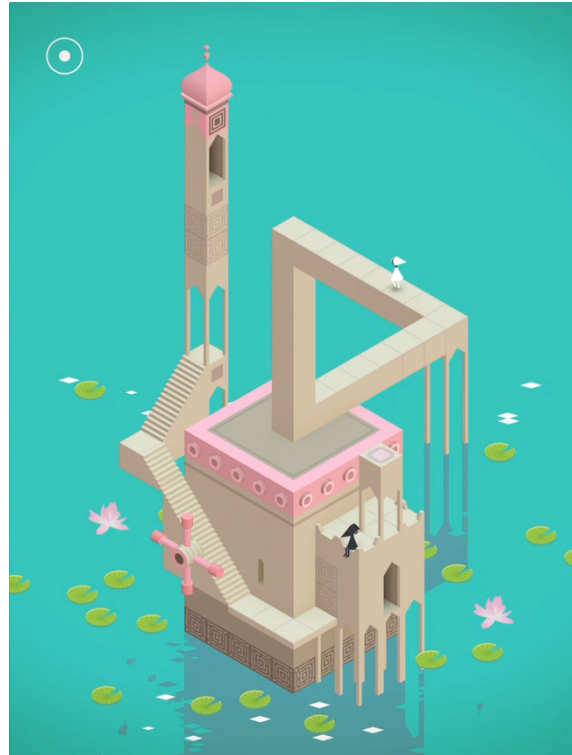
- Зображення отримано внаслідок освітлення фігури паралельними променями
- Зберігається паралельність відрізків
- Зображення отримано внаслідок освітлення фігури променями, що виходять з однієї точки
- Не зберігається паралельність відрізків

В 10 класі ми будемо вивчати паралельне проектування.

****Творче Д/З (за бажанням):*** підготувати доповідь «Центральне проектування в мистецтві», «Неможливі фігури (імпосибілізм)»

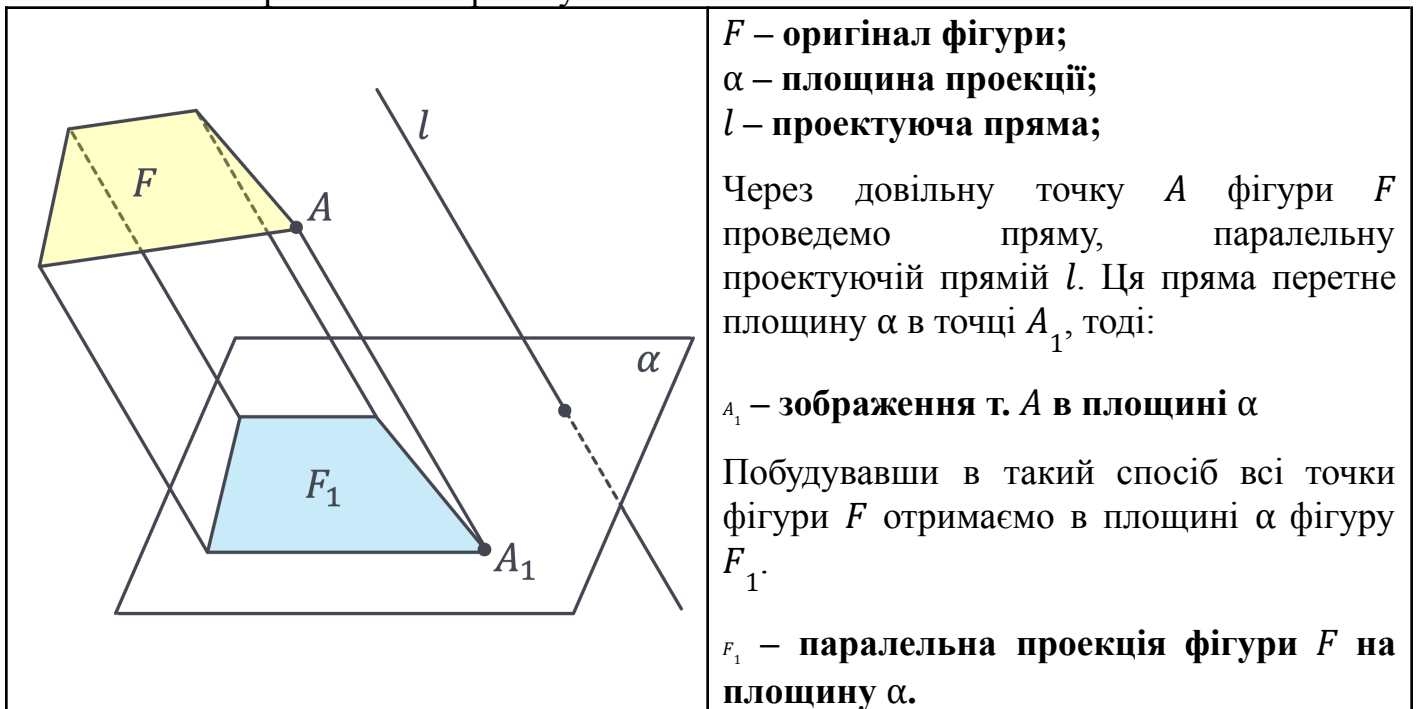
Цікаво.

Гра «Monument Valley» створена на основі неможливих фігур



// Паралельне проектування

- В 10 класі ми будемо вивчати паралельне проектування. Розглянемо основні поняття паралельного проектування.



F – оригінал фігури;
 α – площина проєкції;
 l – проєктуюча пряма;

Через довільну точку A фігури F проведемо пряму, паралельну проєктуючій прямій l . Ця пряма перетне площину α в точці A_1 , тоді:

A_1 – зображення т. A в площині α

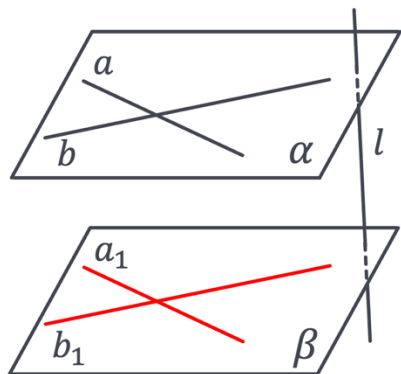
Побудувавши в такий спосіб всі точки фігури F отримаємо в площині α фігуру F_1 .

F_1 – паралельна проєкція фігури F на площину α .

□ Розглянемо різні випадки паралельних проекцій двох прямих.

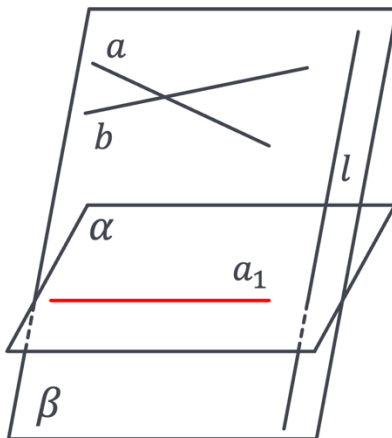
Якщо $a \cap b$, то які фігури можуть бути їх проекціями?

Якщо проектуюча пряма не лежить в одній площині з даними прямими і не паралельна жодній даній прямій, то отримаємо дві прямі.



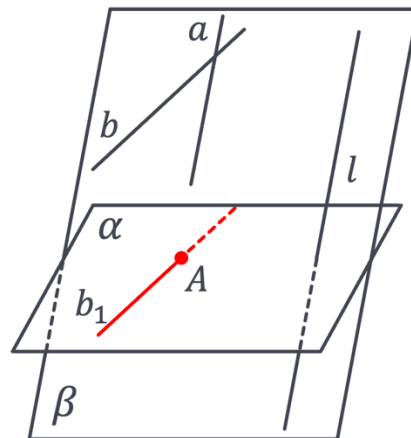
Дві прямі, що перетинаються

Якщо проектуюча пряма лежить в одній площині з даними прямими і не паралельна жодній даній прямій, то отримаємо пряму.



Пряма

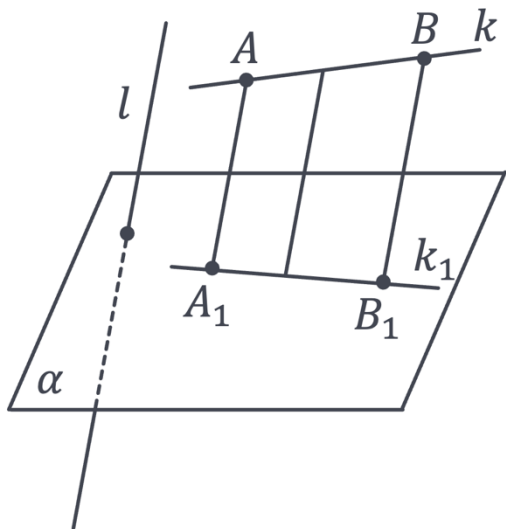
Якщо проектуюча пряма лежить в одній площині з даними прямими і паралельна одній з даних прямих, то отримаємо пряму і точку.



Пряма і точка

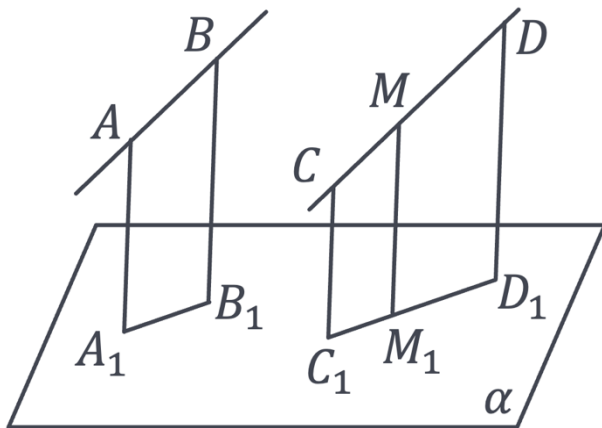
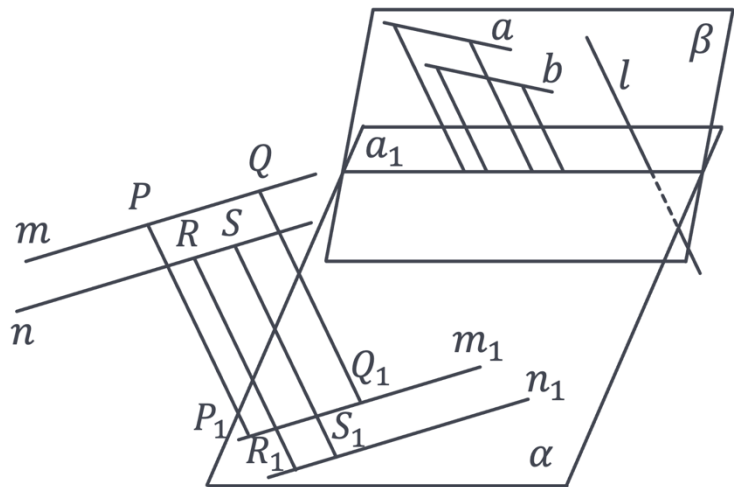
□ Властивості паралельного проектування будемо розглядати для відрізків та прямих, які не паралельні проектуючій прямій і не належать їй.

// Властивості паралельного проектування



1) Проекцією прямої є пряма; проекцією відрізка є відрізок.

2) Проекції паралельних прямих паралельні між собою або збігаються. Проекції двох паралельних відрізків лежать на паралельних прямих або на одній прямій.



3) Якщо відрізки лежать на одній або паралельних прямих, то відношення їх проекцій дорівнює відношенню самих відрізків.

Наприклад:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{A_1B_1}{C_1D_1} = \frac{1}{2};$$

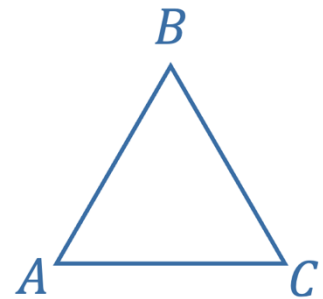
$$\frac{CM}{MD} = \frac{C_1M_1}{M_1D_1} = \frac{1}{2}$$

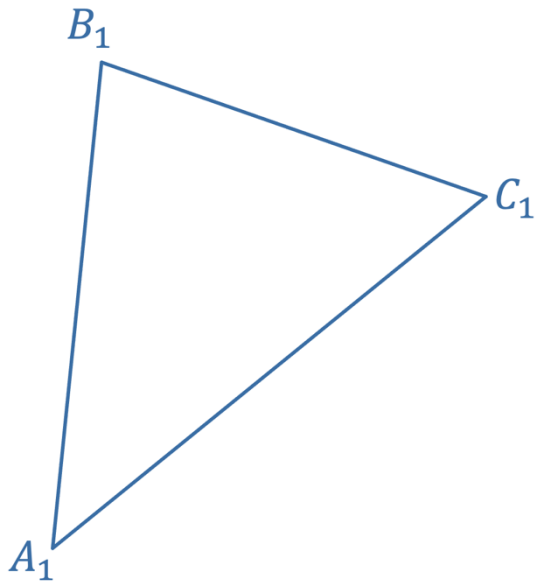
Наслідок:

Середина відрізка проектується в середину його проекції.

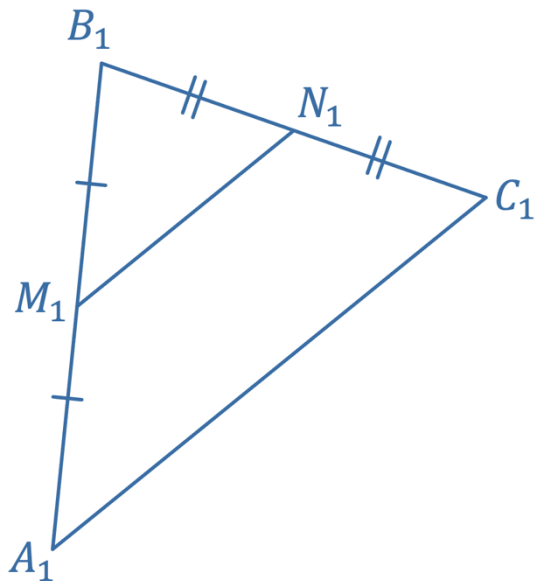
Приклад

Побудуйте паралельну проекцію рівностороннього трикутника ABC , а в ній його середню лінію, радіуси вписаного і описаного кола. Поміркуйте, яка геометрична фігура може бути проекцією кола.

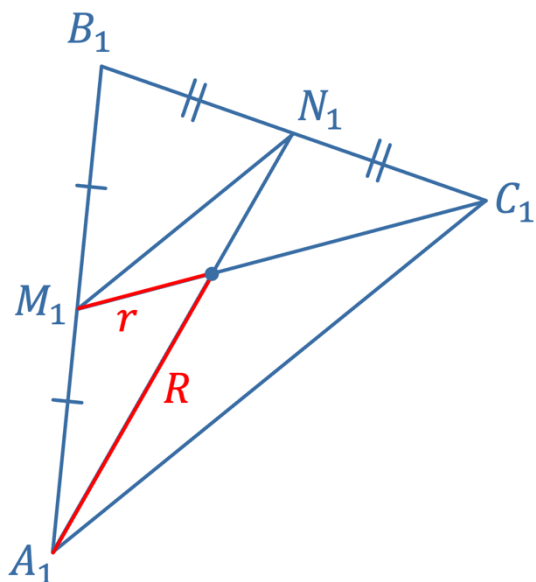




- 1) Паралельною проекцією будь-якого трикутника може бути будь-який трикутник (поясніть, чому).

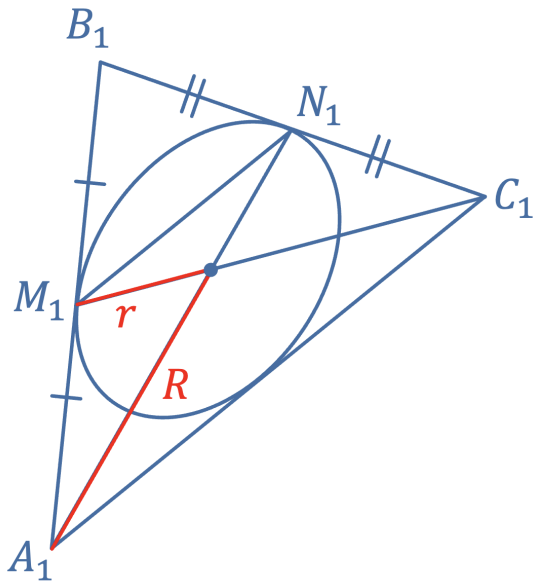


- 2) Оскільки середина відрізка проектується в середину його проекції, то проекцією середньої лінії буде середня лінія проекції.



- 3) Центр кола, вписаного в трикутник – точка перетину його бісектрис. У рівносторонньому трикутнику бісектриси є медіанами, а центр вписаного і описаного кіл збігається.

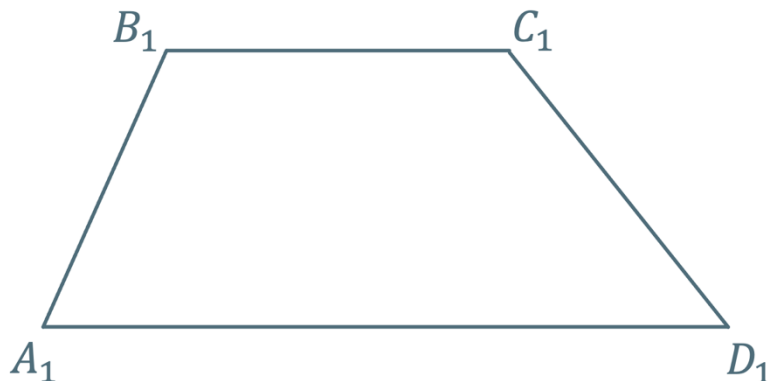
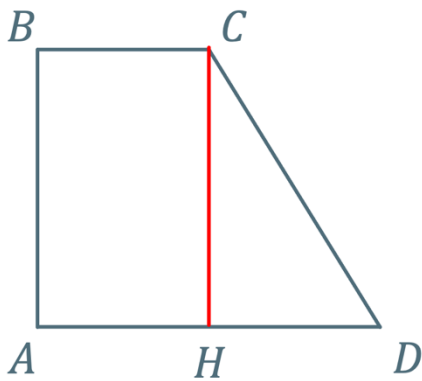
4) Паралельна проекція кола – еліпс.



III. Розв'язування завдань

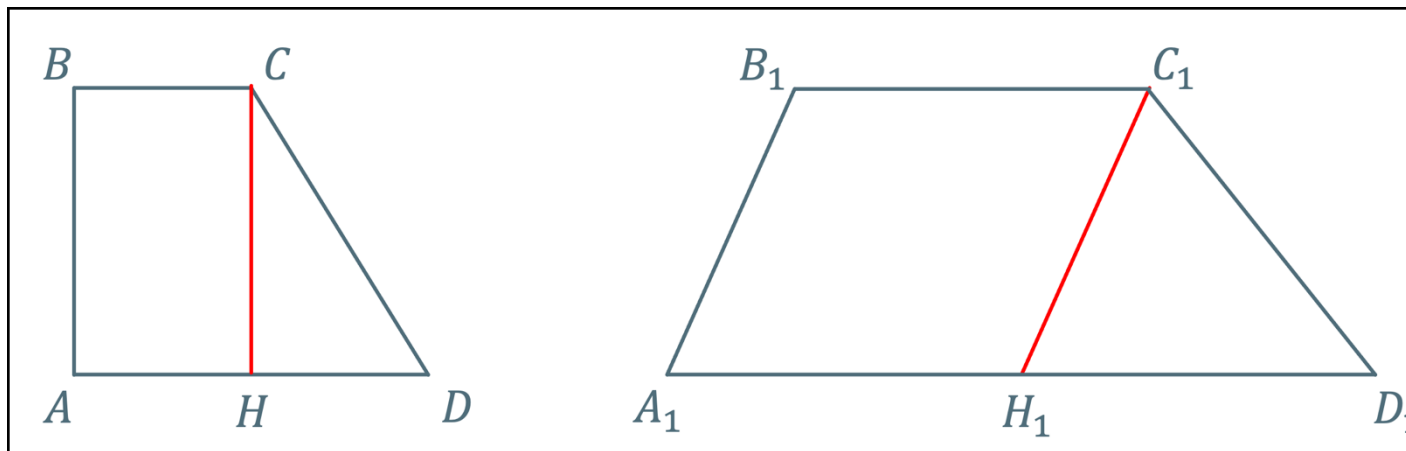
№1

Дано прямокутну трапецію, її проекцію і висоту. Побудуйте проекцію висоти даної трапеції.



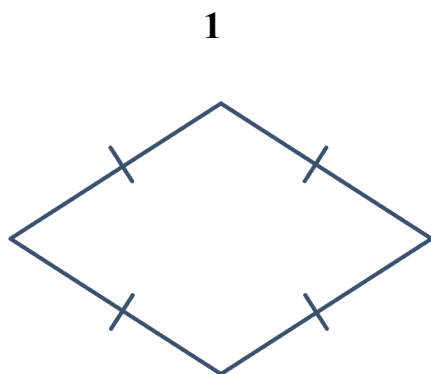
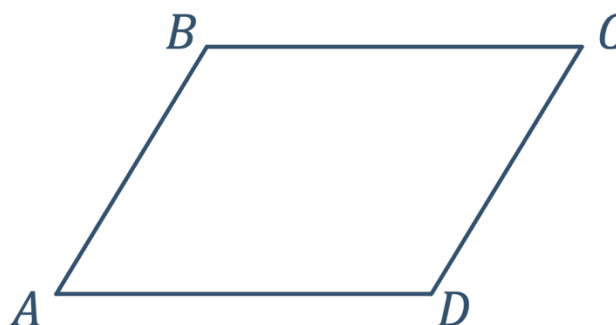
Розв'язання:

Кути $\angle A$ і $\angle B$ трапеції $ABCD$ прямі, тому висота $CH \parallel BA$. За властивостями паралельного проектування, паралельні сторони проектуються в паралельні сторони, тому $C_1H_1 \parallel B_1A_1$.

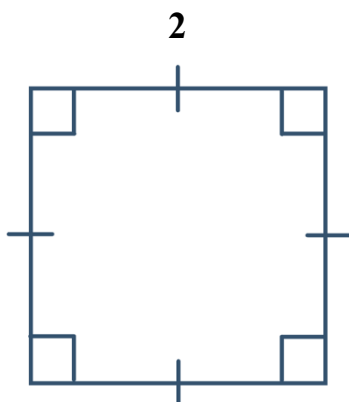


№2

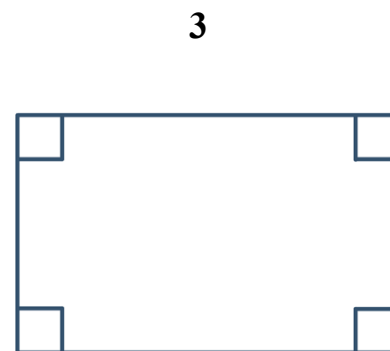
Які геометричні фігури можуть бути проекцією паралелограма $ABCD$?



Ромб



Квадрат



Прямокутник

Розв'язання:

Усі відповіді є правильними.

***Проекція паралелограма – довільний паралелограм.** (Попросіть учнів самостійно пояснити, чому так)

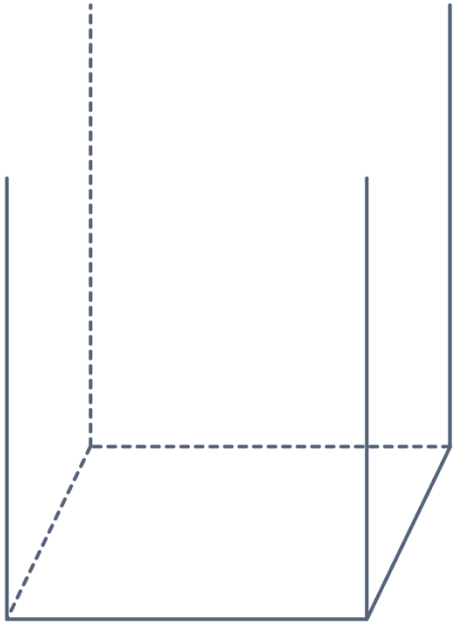
№3

Побудуйте зображення прямокутного паралелепіпеда. Відповідь поясніть.

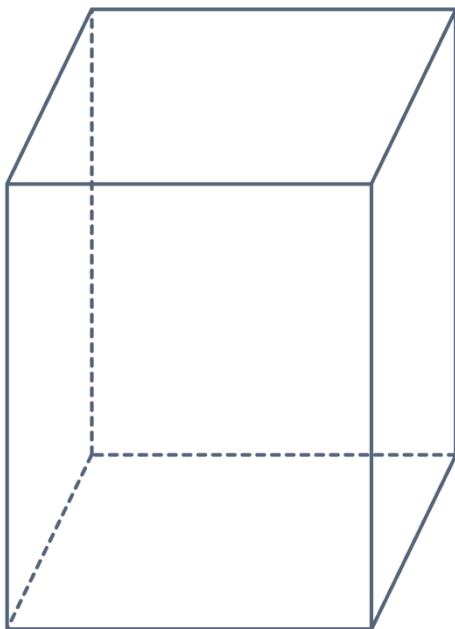
Розв'язання:



1) Основа прямокутного паралелепіпеда – прямокутник, тому проекцією може бути паралелограм



2) Бічні грані прямокутного паралелепіпеда – прямокутники, тому проекції бічних ребер рівні і паралельні



3) Основи – рівні прямокутники, що лежать в паралельних площинах, отже проекції основ будуть рівними з відповідно паралельними сторонами

IV. Підсумок уроку

- Поясніть, як отримати зображення стереометричної фігури на площині за допомогою паралельного проектування.

- Чи може бути рівносторонній трикутник паралельною проекцією прямокутного трикутника? Чому?
- Чи може бути паралелограм паралельною проекцією трапеції? Чому?
- Які ви знаєте властивості паралельного проектування?
- Чи зберігаються кути при паралельному проектування?

V. Домашнє завдання

Опрацювати §3 (вивчити властивості) О.С. Істер
Виконати № 3.2; 3.7; 3.15; 3.19 (2018)

Опрацювати §4, п.32 (вивчити А.Г. Мерзляк
властивості) (2018)
Виконати № 32.7; 32.9; 32.11