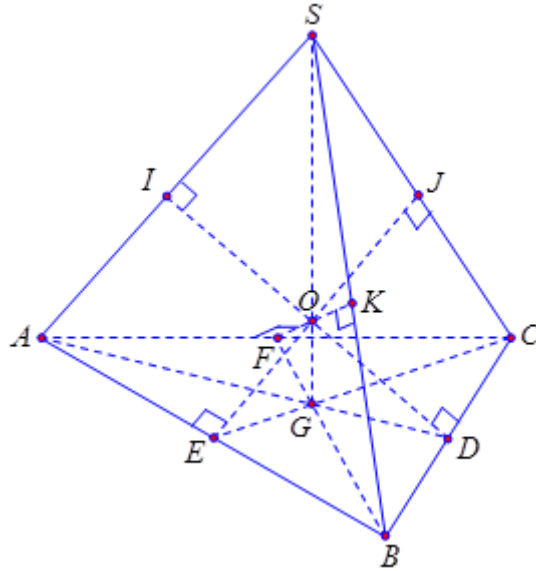


Câu 46. [1H3-5.2-4](THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = BC = CA = a$, $SA = SB = SC = a\sqrt{3}$, M là điểm bất kì trong không gian. Gọi d là tổng khoảng cách từ M đến tất cả các đường thẳng AB , BC , CA , SA , SB , SC . Giá trị nhỏ nhất của d bằng

- A. $2a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C. $a\sqrt{6}$.** D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có khối chóp $S.ABC$ là khối chóp tam giác đều.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó SG là chiều cao của khối chóp $S.ABC$.

Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của BC, AB, CA và I, J, K lần lượt là hình chiếu của D, E, F trên SA, SC, SB .

Khi đó DI, EJ, FK tương ứng là các đường vuông góc chung của các cặp cạnh SA và BC , SC và AB , SB và CA .

Ta có $DI = EJ = FK$. Do đó $\triangle SID = \triangle SJE$ nên $SI = SJ$.

Suy ra $ED \parallel IJ$ (cùng song song với AC). Do đó bốn điểm D, E, I, J đồng phẳng.

Tương tự ta có bộ bốn điểm D, F, I, K và E, F, J, K đồng phẳng.

Ba mặt phẳng $(DEIJ)$, $(DFIK)$, $(EFJK)$ đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến DI, EJ, FK . Suy ra DI, EJ, FK đồng quy tại điểm O thuộc SG .

Xét điểm M bất kì trong không gian.

$$\begin{cases} d(M, SA) + d(M, BC) \geq DI \\ d(M, SC) + d(M, AB) \geq EJ \\ d(M, SB) + d(M, AC) \geq FK \end{cases} \Rightarrow d \geq DI + EJ + FK$$

Do đó d nhỏ nhất bằng $DI + EJ + FK = 3DI$ khi $M \equiv O$.

Ta có $AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AG = \frac{2}{3}AD = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$, $\sin \angle SAG = \frac{SG}{SA} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Suy ra $DI = AD \cdot \sin \angle SAD = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là $3DI = 3 \frac{a\sqrt{6}}{3} = a\sqrt{6}$.

Câu 49: [1H3-5.2-4] (SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABC$. Tam giác ABC vuông tại A , $AB = 1\text{cm}$, $AC = \sqrt{3}\text{cm}$. Tam giác SAB , SAC lần lượt vuông góc tại B và C .

Khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}\text{cm}^3$. Tính khoảng cách từ C tới (SAB)

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}\text{cm}$.

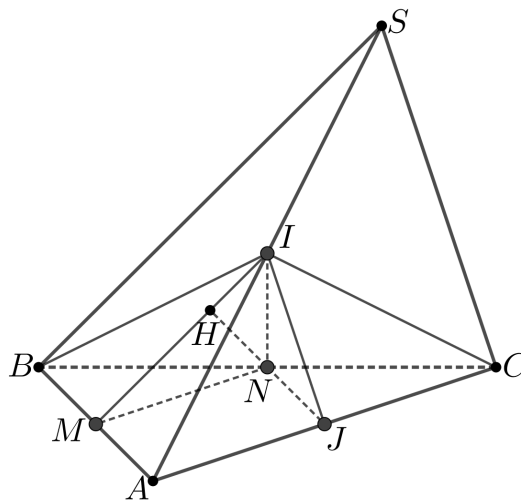
B. $\frac{\sqrt{5}}{4}\text{cm}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}\text{cm}$.

D. 1cm .

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Xét tam giác ABC vuông tại A :

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{1+3} = 2$$

$$V_{mc} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{5\sqrt{5}\pi}{6} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Gọi I, J, M, N lần lượt là trung điểm SA, AC, AB, BC .

Do tam giác SAB, SAC lần lượt vuông góc tại B và C nên $IS = IA = IB = IC$.

Nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ và $IB = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Và IN vuông góc với (ABC) (do N là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC).

Ta có:

$$\begin{cases} MN \perp AB \\ IN \perp AB \end{cases} \Rightarrow (IMN) \perp AB \Rightarrow (IMN) \perp (IAB)$$

Trong (IMN) : Dựng $NH \perp IM \Rightarrow NH \perp (IAB)$

$$\Rightarrow d_{(N;(IAB))} = NH = d_{(N;(SAB))}$$

$$MN = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad IN = \sqrt{IB^2 - BN^2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{NH^2} = \frac{1}{MN^2} + \frac{1}{IN^2} = \frac{4}{3} + 4 = \frac{16}{3} \Rightarrow NH = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Lại có: } CN \cap (SAB) = B \Rightarrow \frac{d_{(C;(SAB))}}{d_{(N;(SAB))}} = \frac{BC}{BN} = 2 \Rightarrow d_{(C;(SAB))} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Câu 48: [1H3-5.2-4] (THPT Kim Liên - HN - L1 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình

thang vuông tại A và B ; $AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy,

$SA = a\sqrt{2}$. Tính theo a khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $d = \frac{1}{2}a$

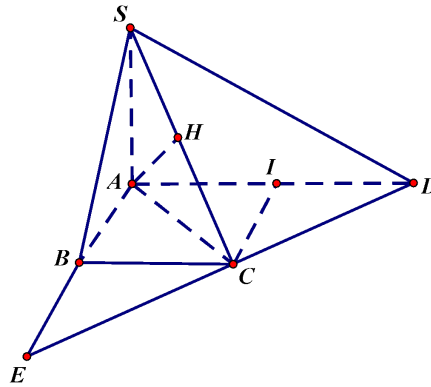
B. $d = \frac{1}{4}a$

C. $d = a$

D. $d = \frac{\sqrt{2}}{2}a$

Lời giải

Chọn A.



Gọi I là trung điểm của đoạn AD .

Ta có $AI \parallel BC$ và $AI = BC$ nên tứ giác

$ABCI$ là hình vuông hay

$$CI = a = \frac{1}{2}AD \Rightarrow \triangle ACD \text{ là tam giác vuông tại } C.$$

Kẻ $AH \perp SC$

$$\text{Ta có } \begin{cases} AC \perp CD \\ AC \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SCA)$$

hay $CD \perp AH$ nên $AH \perp (SCD)$

$$\Rightarrow d(A, (SCD)) = AH; \quad AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$$

$$AH = \frac{SA \cdot AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{2a^2 + 2a^2}} = a$$

Gọi $AB \cap CD = E$, mặt khác $\frac{EB}{EA} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{2}$ nên B là trung điểm của đoạn AE .

$$\frac{d(B, (SCD))}{d(A, (SCD))} = \frac{1}{2} = \frac{a}{2} \quad \text{Vậy } d = \frac{1}{2}a$$

