

20. ЗГИН

1. Основні поняття

Під *згином* розуміється такий вид навантаження, при якому в поперечних перерізах стержня виникають згинаючі моменти. Поряд зі згинаючими моментами при згині в більшості випадків виникають і поперечні зусилля.

Чистий згин – деформація, при якій в поперечних перерізах стержня діє тільки згинаючий момент.

Поперечний згин – деформація, при якій в поперечних перерізах стержня діють одночасно згинаючі моменти і поперечні зусилля.

Якщо зовнішнє навантаження розташоване у площині, що проходить через одну з головних центральних осей інерції цього перерізу (зокрема – вісь симетрії), то балка деформується в цій же площині. Такий згин називають *прямим або плоским*.

На рисунку 1 зображений брус, підданий прямому згину. Згин викликається дією сил і моментів, які лежать у силівній площині Π , що проходить через поздовжню вісь балки.

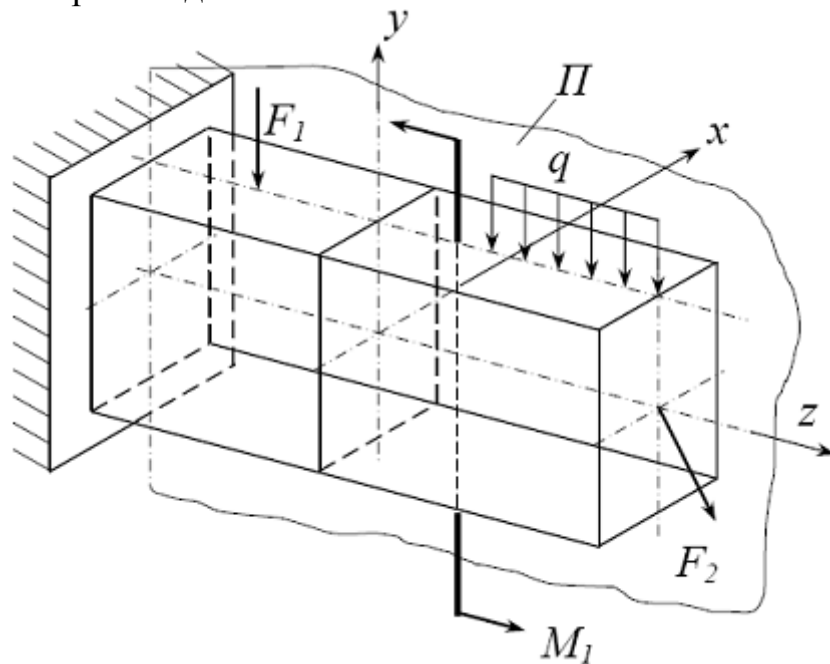


Рисунок 1 – Прямий згин бруса

В умовах згину працюють рейки залізничної колії, хребтові балки вагонів, осі колісних пар, вали зубчастих передач, елементи мостів і мостових перекриттів і т.п. Стержень, що працює на згин, називають *балкою*.

2. Нормальні напруження при прямому чистому згині

При чистому згині в поперечних перерізах балки діють тільки згинаючі моменти M_x , інші внутрішні силові фактори відсутні, в тому числі і поперечне зусилля $Q_y = 0$.

В цьому випадку, із залежності (5.6) витікає, що при чистому згині згинаючий момент на цій ділянці балки постійний: $M_x = \text{const}$.

Прикладом деформації чистого згину являється балка з защемленням під дією зосередженого моменту (рисунок 1), або вісь колісної пари вагону (рисунок 2). В обох випадках вага самих балок не враховується.

Розглянемо деформацію чистого згину гумової моделі балки прямокутного перерізу, на бічну поверхню якої нанесена прямокутна сітка (рисунок 5.9). По торцям балки прикладемо два моменти M . методом перерізів неважко встановити, що в усіх перерізах балки діє постійний згинаючий момент $M_x = M$, а поперечне зусилля $Q_y = 0$.

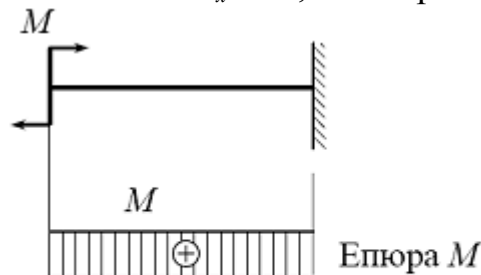


Рисунок 5.7 – Чистий згин консольної балки

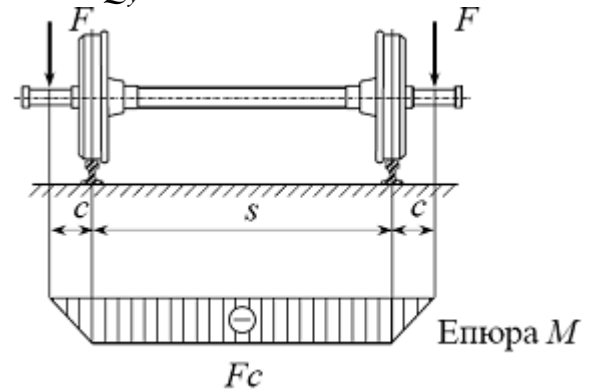
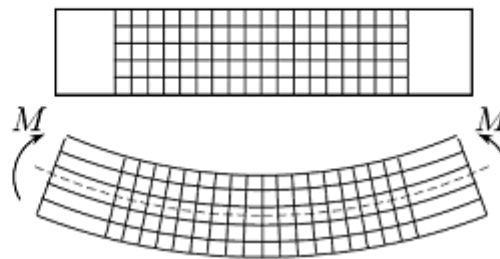


Рисунок 5.8 – Чистий згин колісної пари



21. Теорії міцності

1. Складне навантаження бруса. Еквівалентні напружені стани та еквівалентні напруження.
2. Теорії міцності.
3. Розрахунок бруса круглого поперечного перерізу на згин з крученням.

1. Складне навантаження бруса. Еквівалентні напружені стани та еквівалентні напруження.

На практиці можливі випадки, коли під дією зовнішніх сил матеріал зазнає розтягу або стиску у двох і трьох напрямках, тобто матеріал перебуває в умовах складного (плоского або об'ємного) напруженого стану.

У напруженому тілі у двох взаємно перпендикулярних площадках діють найбільші та найменші напруги, які називаються головними. У цих площадках нема дотичних на пруг, тому вони називаються головними.

У напруженому тілі можна виділити елементарний кубик, по гранях якого будуть діяти лише головні нормальні напруги: найбільша за алгебраїчною величиною σ_1 , проміжна σ_2 і найменша σ_3 .

При розрахунку конструктивних елементів на міцність розрізняють три види напруженого стану:

- об'ємний, коли всі три головні напруги не дорівнюють нулю;
- плоский, коли одна головна напруга дорівнює нулю;
- лінійний, коли дві головні напруги дорівнюють нулю.

Досі розглядалися випадки поєднання основних деформацій, коли в поперечних перетинах бруса виникають тільки нормальні напруги, які в кожній точці можна було додавати алгебраїчно.

Проте часто трапляються і мають велике практичне значення випадки поєднання основних деформацій, коли в поперечних перетинах виникають нормальні і дотичні напруги, розподілені нерівномірно і за різними законами. У таких випадках дослідно визначити величини, що характеризують міцність, неможливо, тому для оцінки міцності деталі доводиться враховувати механічні характеристики даного матеріалу, добуті з діаграми розтягу.

Як відомо, міцність пластичних матеріалів на розтяг характеризують границею текучості, а крихких – границею міцності; ці напруги вважають граничними і залежно від них обчислюють допустимі напруги. Тому граничний напружений стан у пластичних матеріалів настає при появі залишкових деформацій, а крихких на початку руйнування.

Основне завдання теорії граничних напруг складається в розробці припущень, які дозволяють порівняти між собою різнотипні напружені стани з точки зору близькості їх до граничного стану. Порівняння різнотипних напружених станів виконують за допомогою *еквівалентного напруженого стану*, а за еквівалентний береться найбільш вивчений напружений стан при простому розтязі.

Еквівалентною напругою називають таку умовну напругу одновісного розтягу, яка рівнонебезпечна заданому випадку поєднання основних деформацій.

2. Теорії міцності.

Перехід до еквівалентного напруженого стану виконують за допомогою гіпотез міцності.

Гіпотези міцності – це наукові припущення про основні причини настання у матеріалі граничного напруження стану при поєднанні основних деформацій.

Напружені стани при поєднанні основних деформацій і при одновісному розтягу називатимемо рівнонебезпечними або еквівалентними, якщо їх головні напруги відрізняються від граничної для даного матеріалу в однакову кількість разів, інакше кажучи, коефіцієнти запасу міцності для еквівалентних напружених станів однакові.

Оцінка міцності за теорією граничних напруг відбувається за такою схемою: перехід від складного напруженого стану до еквівалентного за допомогою гіпотез міцності, а потім еквівалентний напружений стан зіставляють з допустимою напругою на розтяг.

Таким чином, умова міцності для випадку поєднання основних деформацій, коли в поперечних перетинах діють нормальні і дотичні напруги, матиме вигляд $\sigma_{екв} \leq [\sigma_p]$.

Сформулюємо і охарактеризуємо гіпотези міцності і наведемо відповідні формули для обчислення еквівалентних напруг.

1. Гіпотеза найбільших нормальних напруг (перша теорія міцності), була висунута Галілеєм в XVII столітті.

Причиною руйнування за цією гіпотезою є найбільші нормальні напруги розтягу σ_p і стиску σ_c , без врахування двох інших головних напруг.

Ця теорія дає досить задовільні результати тільки при розрахунку конструктивних елементів з крихких матеріалів.

Істотним протиріччям першої теорії міцності є те, що кубик при всебічному стиску, як показали досліди, витримує набагато більші напруги, ніж при простому стиску.

2. Гіпотеза найбільших відносних деформацій (друга теорія міцності) висунута в 1682 році Е. Маріоттом.

За цією теорією міцність матеріалу досягне критичного стану при максимальному значенні лінійної деформації ε . Ця теорія міцності для пластичних матеріалів не підтверджується дослідями, але для крихких матеріалів вона дає результативно узгоджуються експериментом.

3. Гіпотеза найбільших дотичних напруг (третья теорія міцності).

Згідно з цією гіпотезою, яку запропоновано в 1773 році Ш. Кулоном, небезпечний стан матеріалу настає тоді, коли найбільші дотичні напруги досягають граничної величини, при якому можлива втрата міцності шляхом зсуву і ковзання однієї частини матеріалу по другій.

Гіпотеза найбільших дотичних напруг добре підтверджується дослідями особливо для пластичних матеріалів.

За цією гіпотезою для трьохосного напруженого стану $\sigma_{\text{м.}} = \sigma_1 - \sigma_3$;

Для двоосного напруженого стану $\sigma_{\text{м.}} = \sqrt{\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2}$.

Тотожна з третьою теорією міцності гіпотеза Мора, яку запропоновано на початку XX ст. Згідно з цією гіпотезою небезпечний стан матеріалу настає тоді, коли на деякій площадці трапляється найбільш несприятлива комбінація нормальної і дотичної напруг.

4. Енергетична гіпотеза (четверта, або енергетична, теорія міцності).

Під час деформації елементарної частинки тіла в загальному випадку змінюються її форма і об'єм. Таким чином, повна потенціальна енергія деформації складається з двох частин: енергії зміни форми і енергії зміни об'єму. Енергетична гіпотеза міцності за критерій переходу матеріалу до граничного стану приймає тільки енергію зміни форми.

Згідно з цією гіпотезою, яку запропоновано на початку XX ст., небезпечний стан матеріалу в даній точці настає тоді, коли питома потенціальна енергія зміни форми для цієї точки досягає граничної величини.

Формула для обчислення еквівалентних напруг для двоосного напруженого стану $\sigma_{\text{м.}} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2}$.

Розрахунки за гіпотезами міцності в багатьох випадках позбавляють проектувальників і конструкторів від необхідності випробовувань конструкції на міцність.

3. Розрахунок бруса круглого поперечного перерізу на згин з крученням.

Одночасних деформацій згину і кручення зазнає більшість валів, які звичайно бувають прямими брусами круглого або кільцевого перерізу. Для розрахунку валів братимемо до уваги тільки крутний і згинаючий моменти, які діють у небезпечному поперечному перерізі, і не братимемо до уваги поперечні сили, оскільки відповідні їм дотичні напруги відносно невеликі.

Максимальні нормальні і дотичні напруги для круглих валів обчислюють за формулами $\sigma = \frac{M_{\text{з}}}{W_{\text{з}}}$, $\tau = \frac{M_{\text{к}}}{W_{\text{к}}}$, причому для круглих валів $W_{\text{к}} = 2W_{\text{з}}$.

У випадку одночасного згину і кручення небезпечними будуть точки небезпечного поперечного перерізу вала, які найбільше віддалені від нейтральної осі.

Застосувавши третю теорію міцності, дістанемо

$$\sigma_{\text{екв}} = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2} = \sqrt{\left(\frac{M_{\text{зг}}}{W_x}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{M_{\text{кр}}}{W_p}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{M_{\text{зг}}}{W_x}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{M_{\text{кр}}}{2 \cdot W_x}\right)^2} = \frac{\sqrt{M_{\text{зг}}^2 + M_{\text{кр}}^2}}{W_x}$$

Вираз, що стоїть в чисельнику, назвемо *еквівалентним моментом*

$$M_{\text{екв}} = \sqrt{M_{\text{зг}}^2 + M_{\text{кр}}^2},$$

тоді розрахункова формула для круглих валів буде мати вигляд

$$\sigma_{\text{екв}} = \frac{M_{\text{екв}}}{W_x} \leq [\sigma],$$

За цією формулою круглі вали розраховують як на згин, але не за згинаючим, а за еквівалентним моментом.

За енергетичною теорією міцності $M_{\text{екв}} = \sqrt{M_{\text{зг}}^2 + 0.75 \cdot M_{\text{кр}}^2}$.