

اختبار الثلاثي الثاني

الشعبة: علوم وتكنولوجيا

يوم: 24/02/2009

المدة: ساعتان

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

نعتبر في IR العبارة الجبرية التالية: $A(x) = \alpha x^2 - 8x + 3$ حيث $\alpha \in IR$ 1. عين قيم $\alpha \in IR$ حتى تقبل المعادلة $A(x) = 0$ -1 حلين مختلفين في IR

-2 حلا مضاعفا

-3 لا تقبل حل

2. نضع $\alpha = 4$ 1. حل في IR المعادلة $A(x) = 0$ 2. استنتج تحليلا للعبارة $A(x)$ 3. نضع $E(x) = \frac{A(x)}{2-x}$ 1. عين قيم x حتى تكون للعبارة $E(x)$ معنى في IR 2. شكل جدول إشارة العبارة $E(x)$ 3. استنتج حلول المتراجحة $E(x) \geq 0$ 4. باستعمال السؤال 2-أ عين حلول المعادلة $4 \sin(x)^2 - 8 \sin(x) + 3 = 0$ علىالمجال $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

التمرين الثاني:

نعتبر السلسلة الإحصائية التالية التي تمثل عدد ساعات عمل 60 عاملا في مؤسسة إنتاجية خلال أسبوع

عدد ساعات العمل	3	7	9	11	13	16	19	21
عدد العمال	10	2	5	15	4	8	6	10

I. أنشئ جدول إحصائي تضع فيه عدد الساعات عدد العمال تكرر المجمع الصاعد تكرر المجمع النازل التوترات

II. أحسب كل من:

1. معدل عمل عمال المؤسسة

2. المنوال و الوسيط و المدى

III. اضطر مدير المؤسسة إضافة ساعتين في الأسبوع إلى كل عامل

لتحسين الإنتاج كم يصبح معدل عمل عمال هذه المؤسسة

التمرين الثالث:

I. لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{4}{x-2}$

1. أدرس تغيرات الدالة f على المجالين $]-\infty, 2[$ ثم المجال $]2, +\infty[$

2. شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$

II. لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x - 2$

1. ما نوع هذه الدالة

2. أستنتج أنها متزايدة على $\mathbb{R}$

3. شكل جدول تغيراتها

III. يمتلك 3 إخوة قطعة أرض مثلثة الشكل APM ، يريدون اقتسام هذه الأرض

حيث يأخذ الأخ الأكبر القطعة المربعة $ABCD$ حيث $AB = 2$ ، بينما يأخذ الأخوين

المتبقين الجزآن الباقيان القطعتين المثلثتين DCP و CBM يريدان أن تكون لهما

نفس المساحة لهذا وضعا $AP = x$

(أنظر الشكل)، وقاما بما يلي:

1. لتكن $f(x)$ مساحة المثلث CBM

□ بين أن $MB = \frac{4}{x-2}$

□ عبر عن $f(x)$ بدلالة x

2. لتكن $g(x)$ مساحة المثلث DCP

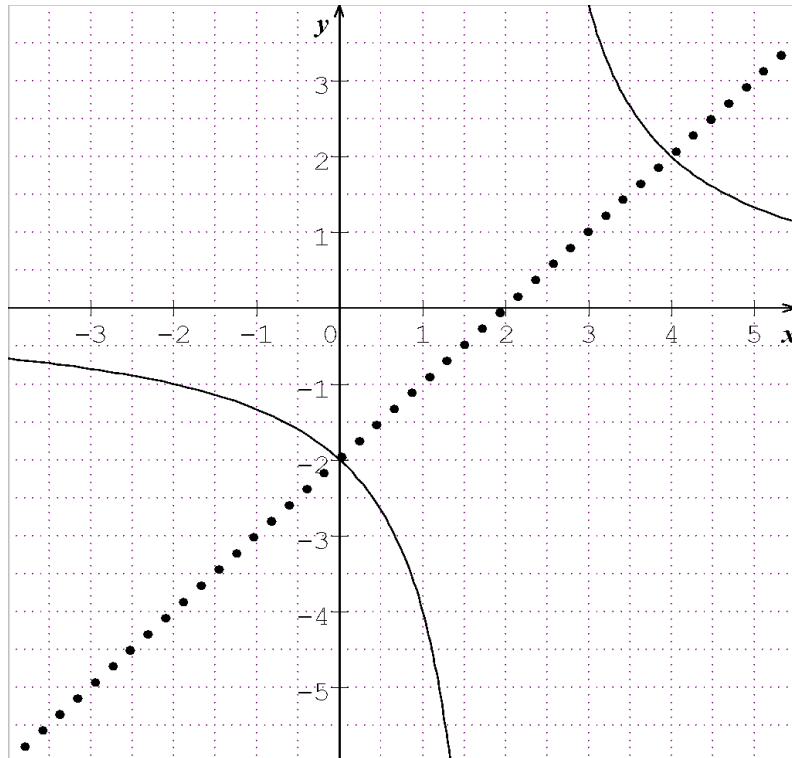
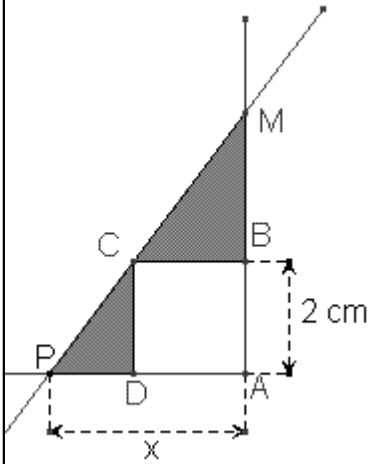
□ عبر عن $g(x)$ بدلالة x

3. ليكن (C_g) و (C_f) منحنىي الدالتين g و f على

الترتيب (أنظر الشكل)،

1. عين منحنى الدالة f و منحنى

2. عين قيمة العدد الحقيقي x



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية								
وزارة التربية الوطنية		ثانوية: ابن زياد المختلطة						
الإجابة النموذجية لامتحان المستوى الثالثة تقني رياضي								
المادة: رياضيات		المدة: 3 ساعات						
معايير الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة						
	التمرين الأول: نعتبر في IR العبارة الجبرية التالية: $A(x) = \alpha x^2 - 8x + 3$ حيث $\alpha \in IR$ 1. عين قيم $\alpha \in IR$ حتى تقبل المعادلة $A(x) = 0$ لدينا: $\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4(\alpha)3 = 64 - 12\alpha$ نضع: $\Delta = 0$ ومنه: $64 - 12\alpha = 0$ وعليه: $\alpha = \frac{64}{12} = \frac{16}{3}$ <table border="1"> <tr> <td>α</td><td>$\frac{16}{3}$</td><td>$+\infty$ $-\infty$</td></tr> <tr> <td>Δ</td><td>$+$ 0 $-$</td><td></td></tr> </table> ومنه: ● إذا كان $\alpha \in]-\infty, \frac{16}{3}[$: $\Delta > 0$ ومنه: المعادلة تقبل حلين ● إذا كان $\alpha = \frac{16}{3}$: $\Delta = 0$ ومنه: المعادلة تقبل حل مضاعف ● إذا كان $\alpha \in]\frac{16}{3}, +\infty[$: $\Delta < 0$ ومنه: المعادلة لا تقبل حلول في IR 2. نضع $\alpha = 4$ 1. حل في IR المعادلة $A(x) = 0$ لدينا: $4x^2 - 8x + 3 = 0$ ومنه: $\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4(4)(3) = 64 - 48 = 16$ وعليه: $\sqrt{\Delta} = \sqrt{16} = 4$ إذن: $\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 + 4}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 - 4}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \end{cases}$	α	$\frac{16}{3}$	$+\infty$ $-\infty$	Δ	$+$ 0 $-$		مجزأة كاملة
α	$\frac{16}{3}$	$+\infty$ $-\infty$						
Δ	$+$ 0 $-$							

$$S = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right\} \text{ ومنه:}$$

2. استنتاج تحليلًا للعبارة $A(x)$

$$A(x) = a(x - x_1)(x - x_2) \text{ لدينا:}$$

$$A(x) = 4 \left(x - \frac{1}{2} \right) \left(x - \frac{3}{2} \right) \text{ ومنه:}$$

$$E(x) = \frac{A(x)}{2 - x} \text{ نضع}$$

3.

1. عين قيم x حتى تكون للعبارة $E(x)$ معنى في IR
 يكون للعبارة معنى من أجل $2 - x \neq 0$ ومنه: $x \neq 2$
 و عليه: يكون للعبارة معنى من أجل $x \in IR - \{2\}$

2. تشكيل جدول إشارة العبارة $E(x)$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	2	$+\infty$
$x - \frac{1}{2}$	-	0	+	+	+
$x - \frac{3}{2}$	-	-	0	+	+
$2 - x$	+	+	0	+	-
$E(x)$	+	0	-	0	+

3. استنتاج حلول المتراجحة $E(x) \geq 0$

من خلال جدول الإشارة فإن: $S' = \left] -\infty, \frac{1}{2} \right] \cup \left[\frac{3}{2}, 2 \right[$

4. باستعمال السؤال 2-أ عين حلول المعادلة

$$4 \sin^2(x) - 8 \sin(x) + 3 = 0 \text{ على المجال } \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\begin{cases} \sin(x) = \frac{3}{2} \\ \sin(x) = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ حسب السؤال 2-أ لدينا:}$$

$$\sin(x) = \frac{3}{2} \text{ إذن: مرفوضة كون: } -1 \leq \sin(x) \leq 1$$

$$S'' = \left\{ \frac{\pi}{6} \right\} \text{ و عليه: ومنه: } \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} \\ x = \frac{5\pi}{6} \end{cases} \text{ و لدينا: } \sin(x) = \frac{1}{2}$$

التمرين الثاني:

I. أنشئ جدول إحصائي توضع فيه عدد الساعات عدد العمال
تكرار المجمع الصاعد تكرار المجمع النازل التواترات

ساعات العمل	3	7	9	11	13	16	19	21
عدد العمال	10	2	5	15	4	8	6	10
ت م الصاعد	10	12	17	32	36	44	50	60
ت م النازل	60	50	48	43	28	24	16	10
التواترات	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{6}$

II. أحسب كل من:

1. معدل عمل عمال المؤسسة

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{i=k} n_i}$$

$$\bar{x} = \frac{3 \times 10 + 7 \times 2 + \dots + 21 \times 10}{10 + 2 + \dots + 10}$$

لدينا: ومنه:

$$\bar{x} = \frac{758}{60} = 12.63$$

وعليه:

2. المنوال و الوسيط و المدى

المنوال: هو القيمة التي لها أكبر تكرار

ومنه: $Mod = 11$

$$e = x(\max) - x(\min)$$

$$e = 21 - 3$$

$$e = 18$$

المدى:

الوسيط: لدينا: $N = 60$ زوجي

$$Med = \frac{x\left(\frac{N}{2}\right) + x\left(\frac{N}{2} + 1\right)}{2}$$

$$Med = \frac{x(30) + x(31)}{2}$$

ومنه:

$$Med = \frac{11 + 11}{2}$$

$$Med = 11$$

وحسب تكرار المجمع الصاعد فان:

III. اضطر مدير المؤسسة إضافة ساعتين في الأسبوع إلى

كل عامل لتحسين الإنتاج كم يصبح معدل عمل عمال هذه

المؤسسة

$$\bar{y} = \bar{x} + 2 \quad \text{لدينا:} \quad \bar{y} = 12.63 + 2 = 14.63 \quad \text{ومنه:}$$

التمرين 3:

I. لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$ كما

$$f(x) = \frac{4}{x-2}$$

يلي: $f(x) = \frac{4}{x-2}$
 1. دراسة تغيرات الدالة f على المجالين $]-\infty, 2[$ ثم $]2, +\infty[$

□ دراسة تغيرات الدالة f على المجال $]-\infty, 2[$

ليكن a, b من المجال $]-\infty, 2[$ حيث: $a < b$

$$a < b < 2$$

$$a - 2 < b - 2 < 0$$

$$\frac{1}{a-2} > \frac{1}{b-2}$$

$$\frac{4}{a-2} > \frac{4}{b-2} \quad \text{أي: } f(a) > f(b) \quad \text{ومنه:}$$

وعليه: الدالة f متناقصة على المجال $]-\infty, 2[$

□ دراسة تغيرات الدالة f على المجال $]2, +\infty[$

ليكن a, b من المجال $]2, +\infty[$ حيث: $a < b$

$$2 < a < b$$

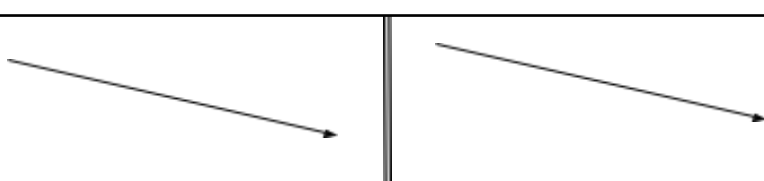
$$0 < a - 2 < b - 2$$

$$\frac{1}{a-2} > \frac{1}{b-2}$$

$$\frac{4}{a-2} > \frac{4}{b-2} \quad \text{أي: } f(a) > f(b) \quad \text{ومنه:}$$

وعليه: الدالة f متناقصة على المجال $]2, +\infty[$

2. شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$			

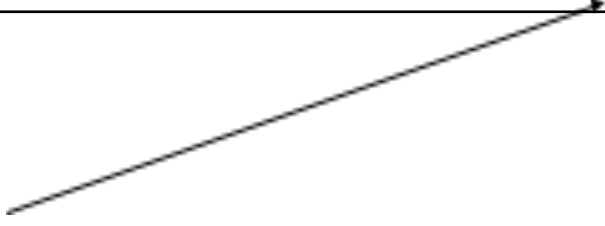
II. لتكن الدالة g المعرفة على IR كما يلي: $g(x) = x - 2$

1. نوع هذه الدالة هي: دالة تألفية

2. استنتاج أنها متزايدة:

لدينا: $a = 1 > 0$ ومنه: الدالة g متزايدة على IR

3. تشكيل جدول تغيراتها

x	$-\infty$	$+\infty$
$g(x)$		

.III

1. لتكن $f(x)$ مساحة المثلث CBM

$$MB = \frac{4}{x-2} \quad \square \text{ تبيان أن}$$

لدينا: المثلث AMP فيه $(AP) \parallel (BC)$

$$\frac{MB}{MA} = \frac{CB}{AP} \quad \text{حسب مبرهنة طالس لدينا:}$$

$$MB = \frac{CB \times MA}{AP} = \frac{2 \times MA}{x} \quad \text{ومنه:}$$

تعيين: MA

المثلث AMP فيه: $(DC) \parallel (AM)$

$$\frac{PD}{PA} = \frac{CD}{AM} \quad \text{حسب مبرهنة طالس لدينا:}$$

$$AM = \frac{CD \times PA}{PD} = \frac{2x}{x-2} \quad \text{ومنه:}$$

$$MB = \frac{4}{x-2} \quad \text{ومنه:} \quad MB = \frac{2 \times \frac{2x}{x-2}}{x} \quad \text{وعليه:}$$

$\square$ التعبير عن $f(x)$ بدلالة x

$$f(x) = \frac{CB \times MB}{2}$$

$$f(x) = \frac{4}{x-2} \quad \text{ومنه:} \quad f(x) = \frac{2 \times \frac{4}{x-2}}{2} \quad \text{لدينا:}$$

2. $g(x)$ مساحة المثلث DCP

$\square$ التعبير عن $g(x)$ بدلالة x

$$g(x) = \frac{PD \times DC}{2}$$

$$g(x) = \frac{(x-2) \times 2}{2}$$

لدينا: $g(x) = x - 2$ ومنه:

3. ليكن (C_f) و (C_g) منحنىي الدالتين f و g على الترتيب (أنظر الشكل)،

1. تعيين منحنى الدالة f و منحنى الدالة g .

المنحنى الممثل بخط مستمر هو منحنى الدالة f

المنحنى الممثل بنقط هو منحنى الدالة g

2. تعيين قيمة العدد الحقيقي x بحيث تكون المساحتين متساويتين

المساحتان متساويتان أي: $f(x) = g(x)$

ومنه: بيانيا هي فواصل نقط تقاطع (C_f) و (C_g)

$$S = \{4\} \quad \text{ومنه:} \quad \begin{cases} x = 0 & \square \square \square \square \\ x = 4 & \end{cases} \quad \text{وعليه:}$$

إعداد الأستاذ: بن حمود الطيب