

1^{er} PROBLEME – LES MOIRES**1/ Les franges de moirés**

Remarque préliminaire : les mires proposées étaient pour le moins imparfaites : elles n'étaient pas périodiques « à vue d'œil », leurs traits n'avaient visiblement pas la même épaisseur. Faisons comme si ...

Interprétation qualitative :

1°/ les zones de coïncidence correspondent à des maxima de lumière réfléchis, puisque les traits noirs s'y superposent, tandis qu'ils se juxtaposent dans les zones d'anticoïncidence . On peut noter une analogie avec les battements d'intensité obtenus avec le doublet du sodium, dans une expérience d'interférences (Michelson par exemple).

2°/ L'abscisse d'une frange de moiré brillante, x , est telle que :

$$x = k_1 p_1 = k_2 p_2 \quad k_1, k_2 \text{ entiers, donc } k_1 - k_2 = n \text{ entier}$$

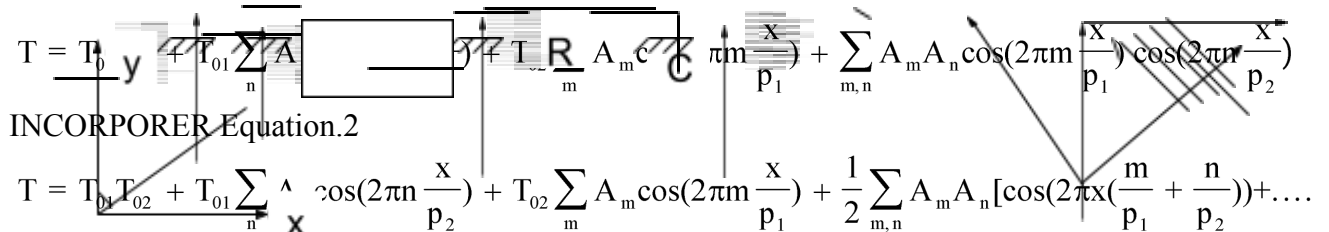
$$3^\circ/ \quad x = \frac{k_1}{1/p_1} = \frac{k_2}{1/p_2} = \frac{k_1 - k_2}{1/p_1 - 1/p_2}$$

$$x = n \frac{p_1 p_2}{p_2 - p_1} \quad n \text{ entier ; pour les mires proposées on a } p_2 > p_1$$

$$D'où la période des moirés : \quad p = \frac{p_1 p_2}{p_2 - p_1} \quad \frac{1}{p} = \frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2}$$

Interprétation quantitative :

4°/



$$T = T_0 + T_{01} \sum_n A_n \cos(2\pi n \frac{x}{p_1}) + \sum_{m,n} A_m A_n \cos(2\pi m \frac{x}{p_1}) \cos(2\pi n \frac{x}{p_2})$$

$$T = T_0 + T_{02} + T_{01} \sum_n A_n \cos(2\pi n \frac{x}{p_2}) + T_{02} \sum_m A_m \cos(2\pi m \frac{x}{p_1}) + \frac{1}{2} \sum_{m,n} A_m A_n [\cos(2\pi x (\frac{m}{p_1} + \frac{n}{p_2})) + \dots$$

$\cos(2\pi x (\frac{m}{p_1} - \frac{n}{p_2}))]$ Le terme principal) dont la période correspond au phénomène de moiré est : INCORPORER Equation.2

$$\frac{1}{2} A_1^2 \cos[2\pi (\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2}) x]$$

Il y a d'autres termes de même période, tous ceux tels que :

$$A_m A_n \cos[2\pi (\frac{m}{p_1} - \frac{n}{p_2})] \text{ avec } \frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} = \frac{m}{p_1} - \frac{n}{p_2}$$

INCORPORER Equation.2 L'œil

agissant comme un filtre passe-bas, le phénomène de moiré sera visible si : INCORPORER

$$A_m A_n \cos[2\pi (\frac{m}{p_1} - \frac{n}{p_2})] \text{ avec } \frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} = \frac{m}{p_1} - \frac{n}{p_2}$$

Equation.2

5°/ Si on fait glisser une mire sur l'autre, la périodicité du moiré ne change pas : il est modulé à une fréquence qui dépend de la vitesse de glissement d'une mire sur l'autre. 2/ Analogie électrique : 6°/

INCORPORER Equation.2

$$u_s = k u_{01} u_{02} \cos(2\pi v_1 t) \cos(2\pi v_2 t) = \frac{k u_{01} u_{02}}{2} [\cos(2\pi(v_1 - v_2)t) + \cos(2\pi(v_1 + v_2)t)]$$

signal de moiré correspond à : INCORPORER Equation.2 $k \frac{u_{01} u_{02}}{2} \cos(2\pi(v_1 - v_2)t)$ Il faut donc placer en sortie un filtre passe-bas R, C.

7°/ INCORPORER Equation.2 $\frac{u_{s'}}{u_s} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}}$ si on prend 200 Hz comme fréquence

de coupure INCORPORER Equation.2 $\frac{u_{s'}}{u_s} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}}$ Alors INCORPORER

Equation.2 $\frac{u_{s'}}{u_s} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}}$ 3/ Etude générale : 8°/ Quand on superpose deux mires identiques, de type M1 avec traits parallèles, l'éclairement obtenu, en réflexion, est périodique, l'amplitude dépendant de la superposition : maximale si les traits noirs coïncident, nulle si les traits noirs des deux mires se juxtaposent. 29°/ Dans le repère INCORPORER

Equation.2 $\frac{u_{s'}}{u_s} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}}$ les traits noirs ont pour équation : $x_2^2 = k_2 p_1 x_2 + y_2^2 = k_2 p_1 [x \cos \theta + y \sin \theta] + [-x \sin \theta + y \cos \theta]$ $x_2^2 = [k_2 p_1 \cos \theta - \sin \theta] x + [k_2 p_1 \sin \theta + \cos \theta] y$ On a donc : $x_2 = k_2 p_1 \cos \theta - \sin \theta$ $y_2 = k_2 p_1 \sin \theta + \cos \theta$

cos) d'où : INCORPORER Equation.2 $\frac{u_{s'}}{u_s} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}}$ 10°/ Les franges brillantes sont en fait formées de petits parallélogrammes. Les intersections de deux traits noirs ont pour

coordonnées : $x_1 = k_1 p_1$; INCORPORER Equation.2 $\frac{u_{s'}}{u_s} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}}$ $k_1 k_2$ entiers $x_1 = x_2$ On pose : $k_2 - k_1 = n$, $x = x_1 = x_2$, $y = y_2$ Les franges brillantes sont donc

repérées par : INCORPORER Equation.2 $\frac{u_{s'}}{u_s} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}}$ or $k_1 p_1 = x_1 = x$

INCORPORER Equation.2 $\frac{u_{s'}}{u_s} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}}$ On obtient donc un ensemble de droites

parallèles équidistantes. 11°/ INCORPORER Equation.2 $\frac{u_{s'}}{u_s} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}}$ = pente d'une droite de franges brillantes = INCORPORER Equation.2

$\frac{u_{s'}}{u_s} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}}$ INCORPORER Equation.2 $\frac{u_{s'}}{u_s} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}}$ On vérifie bien que

pour INCORPORER Equation.2 $\frac{u_{s'}}{u_s} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}}$ INCORPORER Equation.2

$\frac{u_{s'}}{u_s} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}}$ 12°/ L'interfrange i distance perpendiculaire entre deux droites de

franges brillantes est donnée par :

INCORPORER Equation.2

(

$$\text{INCORPORER Equation.2} \quad i = \frac{p_1}{\sin(\alpha)} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \frac{p_1}{\sin(\alpha)} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad i$$

INCORPORER Equation.2 $i = \frac{p_1}{\sin(\alpha)} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \frac{p_1}{\sin(\alpha)} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ 13°/ On mesure 10 périodes p_1 : $p_1 = 2,91 \text{ mm}$ On mesure 10 interfranges $i_{\text{mes}} = 3,9 \text{ mm}$ Or calculé =

INCORPORER Equation.2 $x = k_1 p_1 = k_2 p_2$ il y a concordance 4/ Une application des moirés : 14°/ Remarque :

il aurait fallu distinguer les 2 techniques :

* le moiré géométrique , phénomène purement géométrique qui donne lieu à des franges de battements de basse fréquence ; l'intérêt est qu' on observe de grands changements dans la figure des franges pour de très faibles déplacements relatifs des deux mires ; on peut ainsi mesurer de très faibles déformations ; les réseaux utilisés ont un nombre de traits par mm de l'ordre de 50 (encyclopédie d'analyse des contraintes de J. Avril) .

*le moiré interférométrique qui combine moiré géométrique et interférométrie optique ; la mire est alors un réseau de diffraction.

Tout dépend de la source de lumière blanche : en lumière blanche ambiante, on observe une intensité uniforme, à travers les réseaux : les incidences sont en effet quelconques, et le pas des réseaux est de l'ordre de quelques microns (inférieures à la limite de résolution de l'œil).

Par contre, si l'on observe par exemple, un tube fluorescent, situé à quelques mètres, à travers un réseau dont les traits sont parallèles au tube, on observera différents spectres de part et d'autre de l'image centrale : c'est un moyen simple pour distinguer le réseau de 500 traits/mm du réseau à 140 traits/mm pour lequel on obtient davantage de spectres.

15°/ Avec des réseaux par transmission de bonne qualité (traits identiques, pas rigoureusement constants) on peut espérer identifier les 2 réseaux R identiques : en les faisant glisser l'un sur l'autre, leurs traits étant parallèles, on peut obtenir une transmission nulle, ce qui ne sera pas possible avec un réseau R1 et le réseau R2 .

16°/ On peut considérer que le laser émet une onde monochromatique ; si on l'envoie normalement à un réseau, on observera sur un écran, situé à quelque mètres, plusieurs taches lumineuses situées symétriquement de part et d'autre de la tache centrale, seule présente en l'absence du réseau.

La relation fondamentale des réseaux : $\sin(\theta') = \sin(\theta) + k \lambda$ où θ est l'angle d'incidence (ici 0), θ' l'angle de diffraction, λ la longueur d'onde du laser, k l'ordre du spectre et n le nombre de traits par unité de longueur, montre que les taches seront plus espacées avec R2 qu'avec R1

2ème PROBLEME - LA MECANIQUE DE LA MARCHE

1/ La marche :

17°/ En se limitant à un modèle mécanique, la pesanteur et les forces de contact ne travaillant pas, le théorème de l'énergie cinétique montre que le travail des forces intérieures, travail mécanique effectué par l'homme, est nul. En modélisant l'homme par un solide, le travail des forces intérieures est à priori nul.

18°/ L'application du théorème de l'énergie cinétique donne directement :

INCORPORER Equation.2 si a est considéré comme la moitié de l'amplitude crête à crête
H (530 m

19°/ Energie mécanique fournie : $M g H$ (360 kJ ce qui n'est pas excessif, par rapport à l'énergie de la ration alimentaire quotidienne.

20°/ On sait que INCORPORER Equation.2 un pas étant effectué en une demi période. La vitesse moyenne du

marcheur est donc : INCORPORER Equation.2 soit INCORPORER Equation.2
3,3 km.h-1

AN v (

La modélisation de la marche, bien que simplifiée, donne un résultat presque acceptable.

21°/ Sur la Lune, INCORPORER Equation.2 v_L (1,3 km.h-1

2/ Le repos :

22°/ Dans un modèle à une dimension, l'équation de la chaleur en régime stationnaire s'écrit :

TC

TL

O

INCORPORER Equation.2 d'où $T(x) = a x + b$

(

x

Avec les conditions aux limites : $T(0) = TC$; $T(l) = TL$
INCORPORER Equation.2

Avec la loi de Fourier, la densité de courant thermique est : INCORPORER Equation.2 (en $W.m^{-2}$)

D'où l'énergie correspondant à une durée D :

INCORPORER Equation.2 Q (7,5.106 J

Remarque : Ce résultat n'apparaît pas compatible avec l'énergie de la ration alimentaire quotidienne, 106 J donnée à la question 19 (on trouve 107 J dans l'ouvrage de référence : apports nutritionnels conseillés pour la population française de H. Dupin chez Lavoisier).

23°/ Les vêtements sont alors assimilés à une couche d'eau, et l'on aura :

Keau Deau = Kair Dair

Deau (55 min

Les transferts d'énergie sont d'autant plus importants, que le nombre de particules, par unité de volume est grand ; d'où la plus grande conductivité thermique des liquides par rapport au gaz.