المستوى :3ع ت | إمتحان تجريبي في مادة الرياضيات | السنة الدراسية 2009/2010

التمرين ألأول : : الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ حيث $\left\|\vec{i}\right\|=1cm$

I - 1/ المستوي الذي معادلته $y=0$ يحوي المحور : $\left(o,\vec{i}\right)$ ، $\left(o,\vec{j}\right)$ ، $\left(o,\vec{k}\right)$? علل

2/ المستوي الذي معادلته $x=3$ يوازي المستوي : (xoz) ، (xoy) ، (yoz) ? علل

3/ المستوي الذي معادلته $y=x$ يعامد المستوي : (xoz) ، (xoy) ، المستوي ذو المعادلة : $y=z$? علل

II - لـتـكـن النقط : $A(1,1,2)\,,B(1,2,1)\,,C(2,1,1)$

أ / بين أن النقط $A\,,B\,,C$ تعين مستويا ، أعط معادلة ديكارتية له وليكن (ABC)

ب/ أ عط معادلة سطح الكرة (S) المماسة للمستوي (ABC) والتي مركزها $\omega(1,-1,1)$

جـ/ عين إحداثيات النقطة H نقطة تقاطع (S) و المستوي (ABC)

د / جد إحداثيات النقط : $R\,,q\,,p$ نقط تقاطع المستوي (ABC) مع المحاور $\left(o,\vec{i}\right)$ ، $\left(o,\vec{j}\right)$ ، $\left(o,\vec{k}\right)$ على الترتيب

هـ/ ماهي مجموعة نقط تقاطع سطح الكرة (S) مع المستوي المعين بـ $\left(\omega,\vec{j},\vec{k}\right)$

و/ ماهو نوع الشكل $OPqR$ ثم أحسب حجمه إن أمكن ،

التمرين الثاني : نعتبر في مجموعة ألأعدادالمركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(I)\quad z^3-4z^2+6z-4=0$ ذات المجهول z

1-بين أن المعادلة (I) لاتقبل حلا تخيليا صرفا

2 -عين ألأعداد الحقيقية $\alpha\,,\beta\,,\gamma$ بحيث : $z^3-4z^2+6z-4=(z-2)(\alpha z^2+\beta z+\gamma)$ ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (I)

3- في المستوي المركب مزود بمعلم $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ م م نعتبرالنقط : $A\,,B\,,C$ لواحقها $a=2\,,b=1-i\,,c=1+i$ على الترتيب

أ/ أحسب $\dfrac{c-a}{b-a}$ وإستنتج أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين (أ رسم الشكل)

ليكن R :الدوران مركزه A و $R(B)=C$ عين زاوية الدوران R ولاحقة النقطة D حيث $D=R(C)$

4- لتكن (φ) الدائرة التي قطرها $[BC]$ ، (φ') صورتها بالدوران R . أنشىء (φ')

* لتكن M نقطة من (φ) لاحقتها z تختلف عن C و M' لاحقتها Z' حيث $R(M)=M'$

برهن أنه يوجد عدد حقيقي θ من المجالين $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[\cup\left]\dfrac{\pi}{2},2\pi\right[$ بحيث $Z=1+e^{i\theta}$

عبر عن Z' بدلالة θ وأثبت أن $\dfrac{z'-c}{z-c}$ وإ ستنتج أن : M' ، M ، C في إستقامية

التمرين الثالث : لتكن f دالة لمتغير حقيقي x معرفة على المجموعة $D=]-\infty,-2[\cup]-1,+\infty[$ بـ $f(x)=-x+2\ln\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)$

I / 1- أدرس تغيرات الدالة f

2-أحسب نهاية $f(x)+x$ عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ماذا تستنتج وعين المستقيمات المقاربة للمنحني (C_f)

3-بين أن النقطة $\omega\left(\frac{-3}{2},\frac{3}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحني (C_f)

4- أرسم (C_f)

II / لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على مجموعة الاعداد الطبيعية كمايلي : $u_n = f(n)+n$

1- بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 0$

2- بين ان المتتالية (u_n) متزايدة

3- بين ان (u_n) متقاربة ثم أحسب $\lim u_n$

4- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $f(0)+f(1)+f(2)+\cdots+f(n)=-2\ln(n+2)-\frac{n(n+1)}{2}$

5- نضع : $S_n = u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n$ ، أحسب المجموع S_n بدلالة n

6- عين العدد الطبيعي n حيث $S_n = 2\ln 2004$

7- لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على مجموعة الاعداد الطبيعية كمايلي : $v_n = 2^{f(n)+2n}$

أحسب الجداء التالي بدلالة n : $T = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \cdots \times v_n$

التمرين الرابع : لتكن f دالة معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=x^3\,e^{1-x^2}$ ، و (C_f) تمثلها البياني في م م م

I / أ - بين أن : $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ وعين جدول تغيرات f

ب- أرسم (C_f)

II / لتكن (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $u_n=\int_0^1 x^n\,e^{1-x^2}\,dx$

1- أحسب u_1 وبين أن من كل عدد طبيعي غير معدوم n أن : $\frac{1}{n+1}\le u_n\le\frac{e}{n+1}$

2- أثبت أن (u_n) متناقصة تماما ثم عين نهايتها ماذا تستنتج ؟

III / أ – باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n من $\mathbb{N}^*$: $u_{n+2}=\left(\frac{n+1}{2}\right)u_n-\frac{1}{2}$

ب-إستنتج مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=1\,,\,x=0\,,\,y=0$