

التمرين الأول : الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس حيث $\left\| \vec{i} \right\| = 1cm$ $\left(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k} \right)$

I - 1/ المستوي الذي معادلته $y = 0$ يحوي المحاور : $\left(o, \vec{i} \right)$ ، $\left(o, \vec{j} \right)$ ، $\left(o, \vec{k} \right)$ ؟ علل

2/ المستوي الذي معادلته $x = 3$ يوازي المستوي : (xoz) ، (xoy) ، (yoz) ؟ علل

3/ المستوي الذي معادلته $y = x$ يعامد المستوي : (xoz) ، (xoy) ، المستوي ذو المعادلة : $y = z$ ؟ علل

II - لتكن النقط : $C(2,1,1)$ ، $B(1,2,1)$ ، $A(1,1,2)$

أ/ بين أن النقط A, B, C تعين مستويا ، أعط معادلة ديكارتية له وليكن (ABC)

ب/ أعط معادلة سطح الكرة (S) المماس للمستوي (ABC) والتي مركزها $\omega(1,-1,1)$

ج/ عين إحداثيات النقطة H نقطة تقاطع (S) و المستوي (ABC)

د / جد إحداثيات النقط : R, q, p نقط تقاطع المستوي (ABC) مع المحاور $\left(o, \vec{i} \right)$ ، $\left(o, \vec{j} \right)$ ، $\left(o, \vec{k} \right)$ على الترتيب

هـ/ ماهي مجموعة نقط تقاطع سطح الكرة (S) مع المستوي المعين بـ $\left(\omega, \vec{j}, \vec{k} \right)$

و/ ماهو نوع الشكل $OPQR$ ثم أحسب حجمه إن أمكن ،

التمرين الثاني : نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : (I) $z^3 - 4z^2 + 6z - 4 = 0$ ذات المجهول z

1- بين أن المعادلة (I) لا تقبل حلا تخيليا صرفا

2- عين الأعداد الحقيقية α, β, γ بحيث : $z^3 - 4z^2 + 6z - 4 = (z - 2)(\alpha z^2 + \beta z + \gamma)$ ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (I)

3- في المستوي المركب مزود بمعلم $\left(o, \vec{i}, \vec{j} \right)$ م م نعتبر النقط : C, B, A لواحقتها $a = 2, b = 1 - i, c = 1 + i$ على الترتيب

أ/ أحسب $\frac{c-a}{b-a}$ وإستنتج أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين (أرسم الشكل)

ليكن R : الدوران مركزه A و $R(B) = C$ عين زاوية الدوران R ولاحقة النقطة D حيث $D = R(C)$

4- لتكن (φ) الدائرة التي قطرها $[BC]$ ، (φ') صورتها بالدوران R . أنشئ (φ')

* لتكن M نقطة من (φ) لاحتقتها z تختلف عن C و M' لاحتقتها Z' حيث $R(M) = M'$

برهن أنه يوجد عدد حقيقي θ من المجالين $\left[0, \frac{\pi}{2} \right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, 2\pi \right]$ بحيث $Z = 1 + e^{i\theta}$

عبر عن Z' بدلالة θ وأثبت أن $\frac{z'-c}{z-c}$ وإستنتج أن : M', M, C في إستقامة

التمرين الثالث : لتكن f دالة لمتغير حقيقي x معرفة على المجموعة $D =]-\infty, -2[\cup]-1, +\infty[$ بـ $f(x) = -x + 2 \ln \left(\frac{x+1}{x+2} \right)$

I / 1- أدرس تغيرات الدالة f

2- أحسب نهاية $f(x) + x$ عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ماذا تستنتج وعين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f)

3-بين أن النقطة $\omega\left(\frac{-3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحني (C_f)

4- أرسم (C_f)

II / لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على مجموعة الاعداد الطبيعية كمايلي : $u_n = f(n) + n$

1- بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 0$

2- بين ان المتتالية (u_n) متزايدة

3- بين ان (u_n) متقاربة ثم أحسب $\lim u_n$

4- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(n) = -2 \ln(n+2) - \frac{n(n+1)}{2}$

5- نضع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ ، أ حسب المجموع S_n بدلالة n

6- عين العدد الطبيعي n حيث $S_n = 2 \ln 2004$

7- لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على مجموعة الاعداد الطبيعية كمايلي : $v_n = 2^{f(n)+2n}$

أحسب الجداء التالي بدلالة n : $T = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$

التمرين الرابع: لتكن f دالة معرفة على المجال $[0, +\infty[$ بالعبارة : $f(x) = x^3 e^{1-x^2}$ ، و (C_f) تمثلها البياني في م م م

I / أ - بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ وعين جدول تغيرات f

ب- أرسم (C_f)

II / لتكن (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ ب : $u_n = \int_0^1 x^n e^{1-x^2} dx$

1- أحسب u_1 وبين أن من كل عدد طبيعي غير معدوم n أن : $\frac{1}{n+1} \leq u_n \leq \frac{e}{n+1}$

2- أثبت أن (u_n) متناقصة تماما ثم عين نهايتها ماذا تستنتج ؟

III / أ - باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n من $\mathbb{N}^*$: $u_{n+2} = \left(\frac{n+1}{2}\right)u_n - \frac{1}{2}$

ب- إستنتج مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $x = 1, x = 0, y = 0$

