

Exercice 1 :

Soit f l'application du plan dans lui-même qui à tout point M associe le point M' tel que $\overrightarrow{M'A} - \overrightarrow{M'B} + 2\overrightarrow{M'M} = \vec{0}$ (A et B deux points distincts du plan).

- 1) Construire les points A' et B' images respectives de A et B par f .
- 2) Montrer que f est une translation et préciser son vecteur
- 3) En déduire que les segments $[A'B]$ et $[AB']$ ont même milieu.

Exercice 2 :

ABC un triangle et H l'orthocentre, dans le demi-plan de frontière (BC) ne contenant pas A on considère un point D tel que $(CD) \perp (BC)$

- 1) a) Construire $E = t_{\overrightarrow{CD}}(B)$
b) Montrer que $BCDE$ est un rectangle
- 2) La perpendiculaire à (AB) menée de D coupe (AB) en I . La perpendiculaire à (AC) menée de E coupe (AC) en J . (EJ) et (DI) se coupent en K
a) Déterminer les images des droites (CH) , (BH) et (AH) par $t_{\overrightarrow{CD}}$
b) Montrer que $\overrightarrow{HK} = \overrightarrow{BE}$
c) Montrer que A , H et K sont alignés.

Exercice 3 :

ABC est un triangle isocèle de sommet principal A , on désigne par I le milieu du segment $[BC]$.

- 1) a) Construire les points $A' = t_{\overrightarrow{IC}}(A)$ et $C' = t_{\overrightarrow{IC}}(C)$
b) En déduire la nature du triangle $A'IC'$
- 2) Soit (ζ) le cercle de centre C et passant par I , déterminer et construire le cercle (ζ') image de (ζ) par la translation $t_{\overrightarrow{IC}}$
- 3) Le cercle (ζ) coupe le segment $[AC]$ en K . Soit Δ la droite passant par K et parallèle à (IC) . Δ Coupe le segment $[A'C']$ en E
a) Déterminer l'image de Δ par la translation $t_{\overrightarrow{IC}}$
b) En déduire que $E = t_{\overrightarrow{IC}}(K)$ et que $E \in (\zeta')$

Exercice 4 :

Soit deux cercles (ζ) et (ζ') sécants en A et B , de même rayon et de centres respectifs O et O'

- 1) Soit A' l'image de A par $t_{\overrightarrow{OO'}}$. Montrer que B , O' , A' sont alignés.
- 2) La droite D passant par A' et parallèle à (AB) recoupe le cercle (ζ') en B' . Montrer que $B' = t_{\overrightarrow{OO'}}(B)$
- 3) La droite (AO) recoupe (ζ) en E . Montrer que $B' = t_{2\overrightarrow{OO'}}(E)$
- 4) Une droite Δ passant par A et distinct de (AO) recoupe (ζ) en C et (ζ') en C' . Montrer que $t_{2\overrightarrow{OO'}}((EC)) = (B'C')$

Exercice 5 :

Soit un triangle ABC et H son orthocentre.

- 1) Construire $B' = t_{\overrightarrow{AH}}(B)$ et $C' = t_{\overrightarrow{AH}}(C)$
- 2) Montrer que le quadrilatère $BCC'B'$ est un rectangle.
- 3) a) Construire les droites $\Delta = t_{\overrightarrow{AH}}((BH))$ et $\Delta' = t_{\overrightarrow{AH}}((CH))$
b) Montrer que Δ et Δ' sont sécantes en un point H' et que $H = A * H'$
- 4) Soit (ζ) et (ζ') les cercles de diamètres respectifs $[BC]$ et $[B'C']$. (CH) coupe (ζ) en C et E . $(C'H')$ coupe (ζ') en C' et E' .
Montrer $t_{\overrightarrow{AH}}(E) = E'$

Exercice 6 :

- 1) On considère deux droites sécantes (D) et (D') et deux points A et B n'appartenant ni à (D) et ni à (D') . Construire un parallélogramme $ABCD$ tel que C et D appartiennent respectivement à (D) et (D') .
- 2) On considère deux cercles isométriques ζ et ζ' de centres respectifs O et O' et (D) une droite du plan.

Construire une droite (D') parallèle à (D) qui coupe ζ et ζ' respectivement en M et N et en M' et N' tels que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M'N'}$.

Exercice 7 :

Soit un carré $AIBJ$ et ζ le cercle de centre A et passant par I .

- 1) Déterminer et construire le cercle $\zeta' = t_{\overrightarrow{AB}}(\zeta)$
- 2) Soit $I' = t_{\overrightarrow{AB}}(I)$. Montrer que $B = I' * J$
- 3) Soit Δ la perpendiculaire à (II') en I' . Δ recoupe ζ' en J' .
a) Déterminer $t_{\overrightarrow{AB}}((IJ))$

- b) En déduire que $t_{AB}^-(J) = J'$
- 4) Soit M un point variable de (ζ) et N le point diamétralement opposé à M et soit $P = S_B(N)$
- a) Montrer que $t_{2AB}^-(M) = P$
- b) Déterminer alors l'ensemble des points P lorsque M varie.