數學(二) 第三次段考範圍:排列組合與機率

章節:高中數學(二)CH 3-5 機率性質與期望值	
答案:100張	難易度:中

園遊會的飲料攤位為刺激買氣舉辦促銷活動, 購買任兩件飲料即可從抽獎箱抽一張折價券, 依折價券上的折數享折扣優惠。已知抽獎箱中有5折券60張, 6折券80張及9折券若干, 若攤位希望顧客結帳的價格至少是原價的7折以上, 則抽獎箱中至少要有_____張9折券。

【解】

設原價為A元, 9折券有x張, 依題意,

$$A\times 50\%\times\frac{60}{60+80+x}+A\times 60\%\times\frac{80}{60+80+x}+A\times 90\%\times\frac{x}{60+80+x}\geq A\times 70\%$$

$$\Rightarrow\frac{30+48+0.9x}{140+x}\geq 0.7$$

$$\Rightarrow 0.9x+78\geq 0.7x+98$$

$$\Rightarrow x\geq 100$$

故抽獎箱中至少要有100張9折券。

學習內容:

D-10-4複合事件的古典機率:樣本空間與事件, 複合事件的古典機率性質, 期望值。

學習表現:

d-V-3理解事件的不確定性, 並能以機率將之量化。理解機率的性質並能操作其運算, 能用以溝通和推論。

數學(二) 第三次段考範圍:一維數據與二維數據分析

章節:高中數學(二)CH 4-2 二維數據分析

答案:(1) 0.92　(2) $\frac{13}{2000}$　(3) 15.1

難易度:中

科學家的研究指出, 目前大氣中的二氧化碳濃度已達到人類歷史紀錄以來的最高值。而溫室氣體造成暖化的加速, 將導致地球的氣候系統陷入崩壞。下表為西元1983～2023年之間, 每十年測得大氣中二氧化碳濃度X(ppm)與全球年均溫Y($^\circ$C)之間的關係:

西元	1983	1993	2003	2013	2023
大氣中的二氧化碳X(ppm)濃度	330	350	370	390	410
全球年均溫Y($^\circ$C)	14.3	14.5	14.7	14.6	14.9

試求:

(1) X與Y的相關係數($\sqrt{2}\approx 1.414$, 答案四捨五入至小數點後第二位)。

(2) Y對X的迴歸直線斜率。

(3) 科學家預估西元2033年大氣中的二氧化碳X(ppm)濃度將達到450 ppm, 以此數據推估西元2033年全球年均溫為多少?(答案四捨五入至小數點後第一位)

【解】

(1) $\mu_x=\frac{330+350+370+390+410}{5}=370$、$\mu_y=\frac{14.3+14.5+14.7+14.6+14.9}{5}=14.6$

X	330	350	370	390	410	
Y	14.3	14.5	14.7	14.6	14.9	
$X-\mu_x$	–40	–20	0	20	40	
$Y-\mu_y$	–0.3	–0.1	0.1	0	0.3	
$(X-\mu_x)(Y-\mu_y)$	12	2	0	0	12	$\sum$ $=26$
$(X-\mu_x)^2$	1600	400	0	400	1600	$\sum$ $=4000$
$(Y-\mu_y)^2$	0.09	0.01	0.01	0	0.09	$\sum$ $=0.2$

$r=\frac{26}{\sqrt{4000}\sqrt{0.2}}=\frac{13\sqrt{2}}{20}\approx 0.92$。

(2) $m=\frac{26}{4000}=\frac{13}{2000}$。

(3) Y對X的迴歸直線為 $y-14.6=\frac{13}{2000}(x-370)$

$x=450$ 代入 $y=\frac{13}{2000}\times 80+14.6=15.12\approx 15.1$。

學習內容:

D-10-2數據分析:一維數據的平均數、標準差。二維數據的散布圖, 最適直線與相關係數, 數據的標準化。

學習表現:

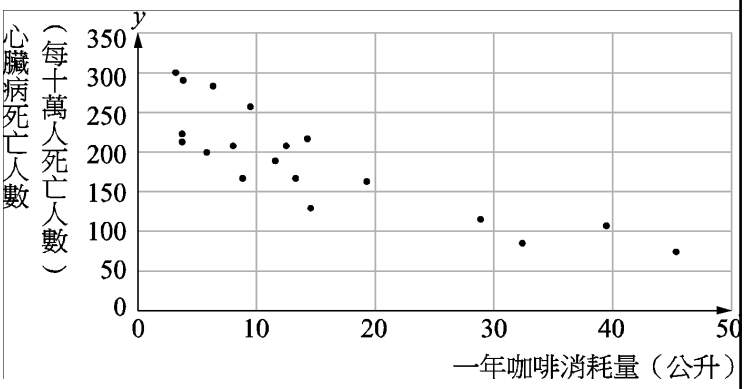
d-V-2能判斷分析數據的時機，能選用適當的統計量作為描述數據的參數，理解數據分析可能產生的例外，並能處理例外。

數學(二) 第三次段考範圍:一維數據與二維數據分析

章節:高中數學(二)CH 4-2 二維數據分析

答案:(1)(3)　　難易度:中

挪威一項研究發現, 喝咖啡可降低心臟病死亡風險。右圖是根據19個已開發國家一年咖啡消耗量(平均一年每人所喝的咖啡公升數)與一年內因心臟病死亡的人數(每十萬人死亡人數)所畫成的散布圖。請選出正確的選項。



(1)　這19個國家一年咖啡消耗量與心臟病死亡人數的相關係數是負的

(2) 這19個國家一年咖啡消耗量的標準差大於50公升

(3) 一年咖啡消耗量的中位數介於10到15公升之間

(4) 若將心臟病死亡人數單位改為每百萬人死亡數, 則相關係數會變小

(5) 若直線 $y=mx+b$ 為「心臟病死亡人數」對「一年咖啡消耗量」的迴歸直線, 則此直線的斜率m等於相關係數

【解】

(1)□:迴歸直線斜率為負, 故相關係數為負。

(2)×:標準差必小於全距50。

(3)□:19筆數據中位數為第10筆, 咖啡消耗量由左至右第10筆資料介於10～15之間。

(4)×:相關係數不變。

(5)×:由圖可知 $\sigma_x > \sigma_y$, 故 $m=r\cdot\frac{\sigma_y}{\sigma_x}<r$。

故選(1)(3)。

學習內容:

D-10-2數據分析:一維數據的平均數、標準差。二維數據的散布圖, 最適直線與相關係數, 數據的標準化。

學習表現:

d-V-2能判斷分析數據的時機, 能選用適當的統計量作為描述數據的參數, 理解數據分析可能產生的例外, 並能處理例外。

n-V-2能熟練操作計算機, 能判斷使用計算機的時機, 理解計算機可能產生誤差, 並能處理誤差。

g-V-5理解並欣賞坐標系統可為幾何問題提供簡潔的算法, 而坐標的平移與伸縮可以簡化代數問題, 能熟練前述操作, 並用以推論及解決問題。

數學(四)A第三次段考範圍:矩陣

章節:高中數學(四)A CH 4-3 矩陣的應用:轉移矩陣與平面上的線性轉換	
答案:(1) $\begin{bmatrix}0.6 & 0.5\\0.4 & 0.5\end{bmatrix}$ (2) 0.56	難易度:易

數學在現今的職業運動中佔有重要的角色, 透過統計方法可以分析出有助於比賽的資料, 來增加球隊獲勝的機率。例如在職業棒球中, 可以利用歷史的數據建立球員打擊表現的轉移矩陣, 用來預測比賽中的表現, 提供教練團作為戰術選擇的參考。已知翔平打出安打時, 下一次上場打出安打的機率為0.6, 若沒有打出安打, 下一次上場打出安打的機率為0.5。

寫出翔平打擊表現的轉移矩陣

某次比賽, 已知翔平在第一次上場打擊就打出安打, 試求他第三次上場打擊也打出安打的機率。

【解】

(1)

	安打	未安打
安打	0.6	0.5
未安打	0.4	0.5

(2) 第一次打擊的狀態 $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$。

第二次打擊的狀態 $\begin{bmatrix}0.6 & 0.5\\0.4 & 0.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.6\\0.4\end{bmatrix}$。

第三次打擊的狀態 $\begin{bmatrix}0.6 & 0.5\\0.4 & 0.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.6\\0.4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.56\\0.44\end{bmatrix}$。

故第三次打擊也打出安打的機率為0.56。

學習內容:

A-11A-3矩陣的運算:矩陣的定義, 矩陣的係數積與加減運算, 矩陣相乘, 反方陣。將矩陣視為資料表, 用電腦做矩陣運算的觀念與示範。

學習表現:

a-V-3認識矩陣, 理解線性組合與矩陣運算的意涵, 並能用以解決問題。

數學(四)B第三次段考範圍:幾何圖形的應用與設計

章節:高中數學(四)B CH 4-1 黃金比例與等角螺線
答案:(4) 難易度:易
目前市面上的電腦螢幕依據顧客的需求, 有各種不同的長寬比。若圖像符合黃金比例能提高視覺的吸引力。試問下列螢幕的長寬比哪一個最接近黃金比例? (1)4:3 (2)5:4 (3)16:9 (4)16:10 (5)21:9
【解】 (1) $\frac{4}{3}\approx 1.333$。(2) $\frac{5}{4}=1.25$。(3) $\frac{16}{9}\approx 1.778$。(4) $\frac{16}{10}=1.6$。(5) $\frac{21}{9}\approx 2.333$。 最接近1.618的是 $\frac{16}{10}$, 故選(4)。
學習內容: G-11B-3平面上的比例:生活情境與平面幾何的比例問題(在設計和透視上)。
學習表現: g-V-4理解並欣賞幾何的性質可以透過坐標而轉化成數與式的關係, 而數與式的代數操作也可以透過坐標產生對應的幾何意義, 能熟練地轉換幾何與代數的表徵, 並能用於推論及解決問題。