L'esempio seguente presenterà un caso di tangente verticale ben diverso; nella seguente funzione il punto di non derivabilità prenderà il nome di cuspide. Studiamo dunque la funzione:

$$y = \sqrt[3]{x^2}$$

Dominio R

Segno: sempre non negativa; si annulla in 0

$$y' = \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$$

La y' non si annulla mai ed è positiva per x>0: dunque fino a 0 la funzione decresce e dopo zero la funzione cresce.

0 è pertanto un punto di minimo relativo, ma in esso la derivata prima non si annulla, anzi addirittura non esiste.

esploriamo anche questo valore della derivata tramite il calcolo dei limiti:

$$\lim_{x \to 0^\pm} \frac{1}{3\sqrt[3]{x}} = \left[\frac{1}{0^\pm}\right] = \pm\infty$$

Dunque prima di 0 la funzione decresce e la retta tangente, partendo da una pendenza negativa, diventa una retta verticale.

Invece avvicinandosi a 0 da destra la retta tangente ha una pendenza positiva che aumenta sempre di più fino a raggiungere una retta verticale.

Prima di fare il disegno acquisiamo un elemento in più, ovvero l'informazione derivante dalla derivata seconda:

$$y'' = \frac{2}{3}\left(\frac{-1}{3}\right) x^{-\frac{4}{3}} = -\frac{2}{9\sqrt[3]{x^4}}$$

y'', laddove esiste, è sempre negativa, pertanto la concavità della funzione è sempre verso il basso.

Il grafico della funzione presenta dunque in x=0 un punto, detto di cuspide.

Esso è individuabile con il limite della derivata prima; a differenza del punto a tangente verticale i limiti da destra e da sinistra sono opposti, sebbene entrambi infiniti.