

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

Área:	Matemáticas	Grado: 8°	Periodo: 3
Docente:	GLORIA EDITH PACHECO		
Correo del Docente:	tareascolegioiemm@gmail.com		
Tema:	FACTORIZACIÓN		
DBA o Indicador de Desempeño	Propone, compara y usa procedimientos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas en diversas situaciones o contextos.		
Instrucciones y Orientaciones	Este taller también lo encuentra en la página de matemáticas www.matematicasinteractivasparalavida.blogspot.com allí hay un vídeo para cada guía en el que se explica cómo resolverla, además aparecen las calificaciones de cada actividad. Recuerde revisar su correo electrónico para realizar las evaluaciones		

**Reflexión: EN TODO TIEMPO AMA EL AMIGO, Y ES
COMO UN HERMANO EN TIEMPO DE ANGUSTIA**

Proverbios 17:17



FACTORIZACIÓN

CASO 1: FACTOR COMÚN

CASO 2: FACTOR COMÚN POR AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS

CASO 3: TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

CASO 4: DIFERENCIA DE CUADRADOS PERFECTOS

CASO 5: TRINOMIO CUADRADO PERFECTO POR ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

CASO 6: TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$

CASO 7: TRINOMIO DE LA FORMA $ax^2 + bx + c$

CASO 8: CUBO PERFECTO DE BINOMIOS

CASO 9: SUMA O DIFERENCIA DE CUBOS PERFECTOS

CASO 10: FACTORIZACIÓN DE UNA SUMA O DIFERENCIA DE POTENCIAS IGUALES

CASO 1: FACTOR COMÚN

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

Objetivos:

- ❖ Hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica
- ❖ Factorar un polinomio cuando todos los términos tienen un factor común

Conocimientos Previos: División de polinomios, mcd.

INTRODUCCIÓN: Se dice que un polinomio tiene factor común cuando una misma cantidad, ya sea número o letra, se encuentra en todos los términos del polinomio.

Conceptos:

FACTORIZACIÓN: Es el proceso que consiste en hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica

A. Factor común monomio [VER VÍDEO QUE EXPLICA EL TEMA](https://youtu.be/QXVEROZ_JZ4)
https://youtu.be/QXVEROZ_JZ4

CASO 1. FACTOR COMÚN:

Cuando todos los términos de un polinomio tienen un factor común, se factoriza así:

1. Se halla el mcd de los coeficientes si los hay
2. Se toman las letras comunes con su menor exponente
3. Se divide el polinomio entre el factor común
4. El factor común se escribe como coeficiente de un paréntesis dentro del cual se colocan los cocientes de dividir el polinomio entre el factor común

Ejemplo 1: Factorizar $3x^4y^2 - 15x^3y^4 + 9x^5y^{20} - 27x^6y^8$

Solución: 1. El mcd de los coeficientes 3, 15, 9, 27 es 3

2. Las letras comunes con el menor exponente de cada una son x^3y^2

3. El factor común es $3x^3y^2$ luego dividimos el polinomio entre el factor común

$$\frac{3x^4y^2 - 15x^3y^4 + 9x^5y^{20} - 27x^6y^8}{3x^3y^2} = x - 5y^2 + 3x^2y^{18} - 9x^3y^6$$

4. De donde concluimos que la factorización del polinomio dado es:

Rta: $(3x^3y^2)(x - 5y^2 + 3x^2y^{18} - 9x^3y^6)$

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

Nota: Se puede omitir el paso 3, se hace la operación mentalmente y de una vez se coloca el resultado

Ejemplo 2: Factorizar $a^{20} - a^{10} + a^5 - a^{50} + a^7$

Solución:

- ❖ El mcd de los coeficientes es 1
- ❖ La letra común con el menor exponente es a^5
- ❖ De donde concluimos que la factorización del polinomio dado es:

Rta: $a^5(a^{15} - a^5 + 1 - a^{45} + a^2)$

Actividad: Factorar o descomponer en dos factores

1. $5a^2b^5 - 10a^3b^6 + 20a^4b^7$
2. $50m^7n^6 - 100m^3n^2 + 20m^8n^9 - 10m^{15}n^{13}$
3. $-15x^8 + 6x^7 - 21x^4 + 30x^5$
4. $p^4 - p^{12} + p^5 - p^9$
5. $110x^2y^3z + 220x^3y^2z^2 - 110x^5y^4$
6. $150a^4b^3c^2 + 50ab^2c^3 - 200a^7b^6c^5 + 100a^5b^6c^7$
7. $34pq^2 + 51p^2r^2 - 68pr^2$
8. $n^5 - 3mn^5 + 8n^3 - 5n^2$

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

B. factor común polinomio: [VER VÍDEO QUE EXPLICA EL TEMA](https://youtu.be/FYvoPxHg2k0)
<https://youtu.be/FYvoPxHg2k0>

En este caso, el factor común es un polinomio

Ejemplo 3: Descomponer $m(a+b) - n(a+b)$

Solución:

- ❖ Los dos términos de esta expresión tienen un factor común que es $(a+b)$
- ❖ Se divide cada término del polinomio entre el factor común

$$\frac{m(a+b)}{(a+b)} = m \quad \text{y} \quad \frac{n(a+b)}{(a+b)} = n$$

- ❖ Se escribe $(a+b)$ como coeficiente de un paréntesis y dentro del paréntesis se escriben los cocientes de dividir los dos términos de la expresión dada entre el factor común $(a+b)$, o sea:

$$\text{Rta:} \quad m(a+b) - n(a+b) = (a+b)(m-n)$$

Ejemplo 4: Descomponer $a(p+q) + p+q$

Solución: Esta expresión se puede escribir así: $a(p+q) + (p+q)$

- ❖ Los dos términos de esta expresión tienen un factor común que es $(p+q)$
- ❖ Se divide cada término del polinomio entre el factor común

$$\frac{a(p+q)}{(p+q)} = a \quad \text{y} \quad \frac{(p+q)}{(p+q)} = 1$$

- ❖ Se escribe $(p+q)$ como coeficiente de un paréntesis y dentro del paréntesis se escriben los cocientes de dividir los dos términos de la expresión dada entre el factor común $(p+q)$, o sea:

$$\text{Rta:} \quad a(p+q) + p+q = (p+q)(a+1)$$

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

Ejemplo 5: Descomponer $x(y+z) - y - z$

Solución: Este polinomio se puede expresar así: $x(y+z) - (y + z)$ por destrucción de paréntesis

- ❖ Los dos términos de esta expresión tiene un factor común que es $(y+z)$
- ❖ Se divide cada término del polinomio entre el factor común

$$\frac{x(y+z)}{(y+z)} = x \quad \text{y} \quad \frac{(y+z)}{(y+z)} = 1$$

- ❖ Se escribe $(y+z)$ como coeficiente de un paréntesis y dentro del paréntesis se escriben los cocientes de dividir los dos términos de la expresión dada entre el factor común $(y+z)$, o sea:

$$\text{Rta:} \quad x(y+z) - y - z = (y+z)(x-1)$$

Actividad: Factorar o descomponer en dos factores

1. $p(m-n) + q(m-n)$
2. $r(s+t) + s+t$
3. $\tilde{n}(a+b) - a - b$
4. $x^2 + 1 - b(x^2 + 1)$
5. $2m(x-y) - 3y(x-y)$

FACTORIZACIÓN CASO 2: FACTOR COMÚN POR AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS

Objetivos:

- ❖ Hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica
- ❖ Factorar un polinomio agrupando términos

Conocimientos Previos: División de polinomios, factor común.

Introducción: Se llama factor común por agrupación de términos, si los términos de un polinomio pueden reunirse en grupos de términos con un factor común diferente en cada grupo. Cuando pueden reunirse en grupos de igual número de términos se le saca en cada uno de ellos el factor común.

Conceptos: [VER VÍDEO QUE EXPLICA EL TEMA](https://youtu.be/y_mkvBoYz-Y) https://youtu.be/y_mkvBoYz-Y

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

FACTORIZACIÓN: Es el proceso que consiste en hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica

CASO 2. FACTOR COMÚN POR AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS:

En algunos polinomios no todos los términos tienen un factor común; pero si agrupamos los términos nos damos cuenta que se pueden presentar factorizaciones parciales que luego pueden volverse a factorizar. Así que en el caso II procedemos así:

1. Se agrupan los términos que tengan coeficientes, letras o signos comunes.
2. Se factoriza cada una de estas agrupaciones
3. Se factorizan los polinomios comunes que se presenten

Ejemplo 1: Factorar la expresión $ab + 2a + 3b + 6$

Solución:

1. Agrupamos $(ab + 2a) + (3b + 6)$
2. Factorizamos cada una $a(b + 2) + 3(b + 2)$
3. Nuevamente factorizamos, pero en esta ocasión es el binomio $b + 2$ que es común, para ello dividimos este polinomio entre el binomio común. Así:

$$\frac{a(b+2)+3(b+2)}{b+2} = a+3$$

De donde la factorización del polinomio dado es:

Rta: $(b + 2)(a + 3)$

Ejemplo 2: Factorar la expresión $3x^3 + x^2 + 6xy + 2y$

Solución:

$$\begin{aligned} 3x^3 + x^2 + 6xy + 2y &= (3x^3 + x^2) + (6xy + 2y) \quad \text{agrupamos} \\ &= x^2(3x + 1) + 2y(3x + 1) \quad \text{Se factoriza cada una de estas expresiones} \\ &= (3x + 1)(x^2 + 2y) \quad \text{Se factoriza el polinomio común} \end{aligned}$$

Luego la factorización del polinomio dado es: $(3x + 1)(x^2 + 2y)$ Rta.

Ejemplo 3: Factorizar $m^2 + mn + mp - nx - px - mx$

Solución:

$$\begin{aligned} &m^2 + mn + mp - nx - px - mx \\ &= (m^2 + mn + mp) + (-nx - px - mx) \quad \text{Agrupamos} \\ &= m(m + n + p) - x(n + p + m) \quad \text{Factorizamos} \end{aligned}$$

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

$$= m(m + n + p) - x(m + n + p) \quad \text{Organizamos segundo trinomio}$$
$$= (m + n + p)(m - x) \quad \text{Factorizamos polinomio común}$$

Rta: $(m + n + p)(m - x)$

Actividad 3: Factorar o descomponer en dos factores

1. $a^2 + ab + ax + bx$
2. $am - bm + an - bn$
3. $a^2x^2 - 3bx^2 + a^2y^2 - 3by^2$
4. $x^2 - a^2 + x - a^2x$
5. $6m - 9n + 21nx - 14mx$
6. $\frac{7}{4}\left(x^2 - \frac{x}{2} + 3\right) - x\left(x^2 + 3 - \frac{x}{2}\right) + \left(x^2 - \frac{x}{2} + 3\right)$
7. $x^3(x - 1) + 3(1 - x) - x^2(x - 1)$
8. $a^2b^3 - n^4 + a^2b^3x^2 - n^4x^2 - 3a^2b^3x + 3n^4x$

FACTORIZACIÓN CASO 3: TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

Objetivos:

- ◆ Hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica
- ◆ Factorar un Trinomio Cuadrado Perfecto

Conocimientos Previos: Raíz cuadrada de polinomios, Binomio al Cuadrado.

Introducción: Se llama trinomio cuadrado perfecto al trinomio (polinomio de tres términos) tal que, dos de sus términos son cuadrados perfectos y el otro término es el doble producto de las bases de esos cuadrados. Se eleva al cuadrado El signo se define en el segundo termino.

Conceptos: [VER VÍDEO QUE EXPLICA EL TEMA](https://youtu.be/YAENVrFtO6E) <https://youtu.be/YAENVrFtO6E>

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

FACTORIZACIÓN: Es el proceso que consiste en hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica

CASO 3 : TRINOMIO CUADRADO PERFECTO:

Este trinomio es equivalente al Producto Notable Cuadrado de un Binomio:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Se identifica fácilmente porque el primer y el último término del trinomio son cuadrados perfectos, es decir, tienen raíz cuadrada exacta, además de ser positivos. (En el ejemplo estos dos términos son a^2 y b^2); y el otro término es el doble producto de sus raíces. ($2ab$)

Para factorizar un Trinomio Cuadrado Perfecto se debe:

1. Ordenar con respecto a una letra.
2. Se extrae la raíz cuadrada del primer y tercer términos.
3. Se verifica que el segundo término del trinomio corresponda al doble producto de las raíces cuadradas del primer y tercer término.
4. Las dos raíces se separan con el signo del doble producto, este binomio se encierra dentro de un paréntesis y se eleva al cuadrado.

Ejemplo 1: Factorar la expresión $x^2 + 10x + 25$

Solución: El trinomio es cuadrado perfecto porque:

Raíz cuadrada de x^2 es x

Raíz cuadrada de 25 es 5

El doble producto de las raíces es $2.(5).x=10x$

Luego al factorizar se obtiene

Rta: $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$

Ejemplo 2: Factorizar $36m^4 - 48m^2n^3 + 16n^6$

Solución: El trinomio es cuadrado perfecto porque:

Raíz cuadrada de $36m^4$ es $6m^2$

Raíz cuadrada de $16n^6$ es $4n^3$

El doble producto de las raíces es $2.(6m^2).(4n^3) = 48m^2n^3$

Luego al factorizar se obtiene

Rta: $36m^4 - 48m^2n^3 + 16n^6 = (6m^2 - 4n^3)^2$

Ejemplo 3: Factorizar $100p^6 + 64 - 160p^3$

Solución: Primero organizamos el trinomio $100p^6 - 160p^3 + 64$

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

El trinomio es cuadrado perfecto porque:

Raíz cuadrada de $100p^6$ es $10p^3$

Raíz cuadrada de 64 es 8

El doble producto de las raíces es $2.(10p^3).(8) = 160p^3$

Luego al factorizar se obtiene

Rta: $100p^6 + 64 - 160p^3 = 100p^6 - 160p^3 + 64 = (10p^3 - 8)^2$

Ejemplo 4: Factorizar $x^2 + 18x + 80$

Solución: Este no es un Trinomio Cuadrado Perfecto porque el tercer término no tiene raíz exacta; por lo tanto no se puede factorizar por este método.

Ejemplo 5: Factorizar $\frac{16}{49} - \frac{8}{7}p + p^2$

Solución: El trinomio es cuadrado perfecto porque:

Raíz cuadrada de $\frac{16}{49}$ es $\frac{4}{7}$

Raíz cuadrada de p^2 es p

El doble producto de las raíces es $2.(\frac{4}{7}).(p) = \frac{8}{7}p$

Luego al factorizar se obtiene

Rta: $\frac{16}{49} - \frac{8}{7}p + p^2 = \left(\frac{4}{7} - p\right)^2$

Actividad 4: Factorizar los trinomios que sean cuadrados perfectos.

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

1. $x^2 + 18x + 81$

2. $y^2 - 12y + 36$

3. $m^2 + 2m + 1$

4. $49p^2 - 14p + 1$

5. $x^6 + y^6 - 2x^3y^3$

6. $m^4 + 49n^2 + 14m^2n$

7. $p^8 + 20p^4 + 100$

8. $64x^2 + 81y^4 - 144xy^2$

9. $m^2 - \frac{6}{5}m + \frac{9}{25}$

10. $\frac{169}{121} - \frac{26}{11}p + p^2$

11. $z^6 + \frac{15}{7}z^3 + \frac{225}{196}$

12. $n^2 + \frac{8}{9}n + \frac{16}{49}$

FACTORIZACIÓN CASO 4: DIFERENCIA DE CUADRADOS PERFECTOS

Objetivos:

- ❖ Hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica
- ❖ Factorar una Diferencia de Cuadrados Perfectos

Conocimientos Previos: Raíz cuadrada de polinomios, Producto de la suma por la diferencia.

Introducción: Se le llama diferencia de cuadrados al binomio conformado por dos términos a los que se les puede sacar raíz cuadrada exacta. Donde siempre la diferencia de cuadrados es igual al producto de la suma por la diferencia de sus bases

Conceptos: [VER VÍDEO QUE EXPLICA EL TEMA](https://youtu.be/dmUjA2V_vOQ)
https://youtu.be/dmUjA2V_vOQ

FACTORIZACIÓN: Es el proceso que consiste en hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica

CASO 4: DIFERENCIA DE CUADRADOS PERFECTOS

Recordar: En los Productos Notables se vio que la suma de dos cantidades multiplicada por su diferencia es igual al cuadrado del minuendo menos el cuadrado del sustraendo. Es decir: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

Ahora en el caso IV tenemos una diferencia de cuadrados, que se expresará en forma de producto de los factores La suma de las raíces de los cuadrados por la diferencia de las mismas. Es decir: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

Para factorar una Diferencia de cuadrados:

1. Se extrae la raíz cuadrada al minuendo y al sustraendo
2. Se multiplica la suma de estas raíces cuadradas por la diferencia entre la raíz cuadrada del minuendo y la del sustraendo.

Ejemplo 1: Factorizar $1 - p^2$

Solución: La raíz cuadrada de 1 es 1

La raíz cuadrada de p^2 es p

Multiplicamos la suma de estas raíces por su diferencia $(1 + p)(1 - p)$

Luego $1 - p^2 = (1 + p)(1 - p)$

Ejemplo 2: Factorizar $121x^4y^6z^{10} - 100$

Solución:

La raíz cuadrada de $121x^4y^6z^{10}$ es $11x^2y^3z^5$

La raíz cuadrada de 100 es 10

Multiplicamos la suma de estas raíces por su diferencia $(11x^2y^3z^5 + 10)(11x^2y^3z^5 - 10)$

$$121x^4y^6z^{10} - 100 = (11x^2y^3z^5 + 10)(11x^2y^3z^5 - 10)$$

Luego

Ejemplo 3: Factorizar $\frac{m^4}{25} - \frac{9}{64}n^8$

Solución:

La raíz cuadrada de $\frac{m^4}{25}$ es $\frac{m^2}{5}$

La raíz cuadrada de $\frac{9}{64}n^8$ es $\frac{3}{8}n^4$

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

Multiplicamos la suma de estas raíces por su diferencia $\left(\frac{m^2}{5} + \frac{3}{8}n^4\right)\left(\frac{m^2}{5} - \frac{3}{8}n^4\right)$

Luego $\frac{m^4}{25} - \frac{9}{64}n^8 = \left(\frac{m^2}{5} + \frac{3}{8}n^4\right)\left(\frac{m^2}{5} - \frac{3}{8}n^4\right)$

Actividad : Factorizar aplicando el caso 4 “Diferencia de cuadrados perfectos”

1. $m^8 - 1$
2. $225x^4y^6 - 49$
3. $z^{20} - 4x^2y^4$
4. $\frac{16}{25} - y^{12}$
5. $\frac{81m^6}{144} - \frac{4}{9}n^2$
6. $289 - p^{84}$
7. $\frac{1}{100} - 196z^{16}$
8. $169m^8 - \frac{49}{64}$
9. $m^{80} - 196p^{20}q^{64}$
10. $169y^{150} - 256z^{258}$

FACTORIZACIÓN CASO 5: TRINOMIO CUADRADO PERFECTO POR ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

Objetivos:

- Hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica
- Factorar un Trinomio Cuadrado Perfecto por Adición y Sustracción

Conocimientos Previos: Raíz cuadrada de polinomios, Producto de la suma por la diferencia, Binomio al cuadrado.

Introducción: Un trinomio cuadrado perfecto por adición o sustracción se basa en el concepto de trinomio cuadrado perfecto y es una extensión de éste

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

Conceptos: Ver vídeo <https://youtu.be/-h8XGI2Bljk>

FACTORIZACIÓN: Es el proceso que consiste en hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica

CASO 5: TRINOMIO CUADRADO PERFECTO POR ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

Este trinomio se caracteriza porque aunque no es un trinomio cuadrado perfecto, se puede convertir en uno por medio de los procedimientos de adición y sustracción.

Ejemplo 1: Factorizar $m^4 + m^2n^2 + n^4$

Solución: La raíz cuadrada de m^4 es m^2

La raíz cuadrada de n^4 es n^2

El doble producto de las raíces es $2m^2n^2$

Podemos observar que para que este trinomio sea cuadrado perfecto debemos tener en el segundo término $2m^2n^2$, lo que no ocurre.

Pero, si sumamos y restamos m^2n^2 al polinomio dado, (lo cual no altera el polinomio pues $m^2n^2 - m^2n^2 = 0$) obtendremos:

$$\begin{array}{r} m^4 + m^2n^2 + n^4 \\ m^2n^2 \quad - m^2n^2 \\ \hline m^4 + 2m^2n^2 + n^4 - m^2n^2 \end{array}$$

$$(m^2 + n^2)^2 - m^2n^2$$

Aplicamos Trinomio Cuadrado Perfecto

$$(m^2 + n^2 + mn)(m^2 + n^2 - mn)$$

Aplicamos Diferencia de Cuadrados Perfectos

$$\text{Rta: } m^4 + m^2n^2 + n^4 = (m^2 + n^2 + mn)(m^2 + n^2 - mn)$$

En resumen para aplicar el caso 5 procedemos así:

1. Ordenamos el trinomio
2. Analizamos que le hace falta al trinomio para que sea cuadrado perfecto
3. Sumamos y restamos lo que le hace falta al trinomio
4. Aplicamos Trinomio Cuadrado Perfecto (Caso III)
5. Aplicamos Diferencia de Cuadrados perfectos (Caso IV)

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

Ejemplo 2: Factorizar $x^4 - 16x^2y^2 + 36y^4$

Solución: La raíz cuadrada de x^4 es x^2

La raíz cuadrada de $36y^4$ es $6y^2$

El doble producto de las raíces es $2.(x^2).(6y^2) = 12x^2y^2$

Podemos observar que para que este trinomio sea cuadrado perfecto debemos tener en el segundo término $12x^2y^2$, lo que no ocurre.

Pero, si sumamos y restamos $4x^2y^2$ al polinomio dado, (lo cual no altera el polinomio pues $4x^2y^2 - 4x^2y^2 = 0$), obtendremos:

$$\begin{array}{r} x^4 - 16x^2y^2 + 36y^4 \\ 4x^2y^2 \qquad - 4x^2y^2 \\ \hline x^4 - 12x^2y^2 + 36y^4 - 4x^2y^2 \end{array}$$

$$(x^2 - 6y^2)^2 - 4x^2y^2$$

Aplicamos Trinomio Cuadrado Perfecto

$$(x^2 - 6y^2 + 2xy)(x^2 - 6y^2 - 2xy)$$

Aplicamos Diferencia de Cuadrados Perfectos

$$\text{Rta: } = x^4 - 16x^2y^2 + 36y^4 = (x^2 - 6y^2 + 2xy)(x^2 - 6y^2 - 2xy)$$

Actividad : Descomponer en factores primos

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

1. $25x^4 + 6x^2y^2 + y^4$
2. $m^8 + 8m^4n^2 + 36n^4$
3. $100p^{12} - 36p^6q^2 + q^4$
4. $81x^4 - 22x^2 + 1$
5. $49y^8 + 38y^4z^2 + 9z^4$

FACTORIZACIÓN CASO 6: TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$

Objetivos:

- Hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica
- Factorar un Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

Conocimientos Previos: El producto notable: Producto de la forma $(x+a)(x+b)$

Introducción: El trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ se basa en el concepto de producto notable de la forma $(x+a)(x+b)$

Conceptos: Ver vídeo <https://youtu.be/UNefUX8oNsE>

FACTORIZACIÓN: Es el proceso que consiste en hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

El sexto caso se reconoce porque

- Es un trinomio
- El primer término es cuadrado perfecto con coeficiente uno
- La parte literal del segundo término es la raíz cuadrada del primero
- El tercer término es un término independiente.

Para factorizar un Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ se debe:

1. Organizar en forma descendente el trinomio
2. Se abren dos paréntesis y en ellos se coloca como primer término, la raíz cuadrada del primer término del trinomio.
3. El signo del primer paréntesis corresponde con el signo del segundo término del trinomio, y el signo del segundo paréntesis es el resultado de multiplicar el segundo y tercer término del trinomio.
4. a. Si los signos de los dos paréntesis son iguales: Se buscan dos números que multiplicados den el tercer término del trinomio, y sumados den el segundo término.
b. Pero si los signos de los dos paréntesis son diferentes, entonces se buscan dos números que multiplicados den el tercer término del trinomio y restados den el segundo.

NOTA: Al colocar estos números en los paréntesis, se debe colocar el número mayor en el primer paréntesis y el otro número en el segundo paréntesis.

Ejemplo 1: Factorizar $x^2 + x - 30$

Solución: $x^2 + x - 30$ Se organiza el trinomio
 $(x \quad)(x \quad)$ Segundo paso
 $(x + \quad)(x - \quad)$ Tercer paso
 $(x + 6)(x - 5)$ Cuarto paso opción b

Rta: $x^2 + x - 30 = (x + 6)(x - 5)$

Ejemplo 2: Factorizar $63 + b^2 + 16b$

Solución: $b^2 + 16b + 63$ Se organiza el trinomio
 $(b \quad)(b \quad)$ Segundo paso
 $(b + \quad)(b + \quad)$ Tercer paso
 $(b + 9)(b + 7)$ Cuarto paso opción a

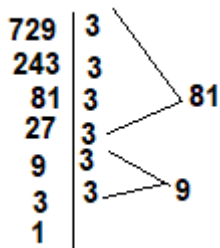
Rta: $63 + b^2 + 16b = (b + 9)(b + 7)$

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

Ejemplo 3: Factorizar $729 + y^4 - 90y^2$

Solución: $y^4 - 90y^2 + 729$ Se organiza el trinomio
 $(y^2 - \quad)(y^2 - \quad)$ Segundo paso
 $(y^2 - \quad)(y^2 - \quad)$ Tercer paso
 $(y^2 - 81)(y^2 - 9)$ Cuarto paso opción a

En este caso, no es fácil buscar los dos números que multiplicados den 729 y sumados den 90. Para resolver esto, descomponemos en factores primos el término independiente (729) y combinamos los factores primos para hallar los números.



Rta: $729 + y^4 - 90y^2 = (y^2 - 81)(y^2 - 9)$

Actividad 2: Descomponer en factores primos:

1. $x^2 + 14x + 48$
2. $-40 + b^2 + 3b$
3. $-p^2 + p^4 - 72$
4. $35 - 12y^3 + y^6$
5. $m^2 - 98m - 200$
6. $500 + 60x^2 + x^4$
7. $y^2 + 125 - 30y$
8. $11n^3 - 60 + n^6$

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

FACTORIZACIÓN CASO 7: TRINOMIO DE LA FORMA $ax^2 + bx + c$

Objetivos:

- Hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica
- Factorar un Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$

Conocimientos Previos: Caso 6: Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

Introducción: Este trinomio $ax^2 + bx + c$ se diferencia del trinomio del caso 6 $x^2 + bx + c$ en que el primer término tiene un coeficiente diferente de uno.

Conceptos: Ver vídeo <https://youtu.be/xZHGI-RUqHs>

FACTORIZACIÓN: Es el proceso que consiste en hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica

CASO 7: TRINOMIO DE LA FORMA $ax^2 + bx + c$

Para factorar un trinomio de esta forma se debe:

1. Ordenar el trinomio en forma descendente
2. Multiplicar y dividir el trinomio por el coeficiente del primer término.
Nota: Se deja indicado el producto del segundo término.
3. Se aplica el caso 6 de factorización.
4. Se simplifica.

Ejemplo 1: Factorizar $-7x - 3 + 6x^2$

Solución: $6x^2 - 7x - 3$ Se ordena el trinomio

$$\begin{array}{r} 6(6x^2 - 7x - 3) \\ \hline 6 \end{array}$$

término

$$\begin{array}{r} 36x^2 - 7(6x) - 18 \\ \hline 6 \end{array}$$

Se multiplica y se divide por el coeficiente del primer

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

$$\frac{(6x)^2 - 7(6x) - 18}{6}$$

Se extrae la raíz cuadrada al primer término

$$\frac{(6x-9)(6x+2)}{6}$$

Se aplica el caso 6

$$\frac{(6x-9)(6x+2)}{3.2} = (2x-3)(3x+1) \quad \text{Se simplifica}$$

Rta: $-7x - 3 + 6x^2 = (2x-3)(3x+1)$

Ejemplo 2: Factorizar $15p^2 + 2 - 11p$

Solución: $15p^2 - 11p + 2$ Se ordena el trinomio

$$\frac{15(15p^2 - 11p + 2)}{15}$$

Se multiplica y se divide por el coeficiente del primer término

$$\frac{225p^2 - 11(15p) + 30}{15}$$

$$\frac{(15p)^2 - 11(15p) + 30}{15}$$

Se extrae la raíz cuadrada al primer término

$$\frac{(15p-6)(15p-5)}{15}$$

Se aplica el caso 6

$$\frac{(15p-6)(15p-5)}{3.5} = (5p-2)(3p-1) \quad \text{Se simplifica}$$

Rta: $15p^2 + 2 - 11p = (5p-2)(3p-1)$

Actividad 3: Descomponer en factores primos

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

1. $4p^2 + 17p + 18$
2. $-12x + 5x^2 + 7$
3. $26m - 9 + 3m^2$
4. $-25 + 2y^2 - 23y$
5. $9n^2 + 21n + 6$
6. $-10 - 38m + 8m^2$
7. $7b^2 + 11 - 18b$
8. $6 + 23x + 20x^2$
9. $5p^2 + p - 6$
10. $4m^2 + 10 + 14m$

FACTORIZACIÓN CASO 8: CUBO PERFECTO DE BINOMIOS

Objetivos:

- Hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica
- Factorar un cubo perfecto de binomios

Conocimientos Previos: Productos notables: Binomio al cubo $(a \pm b)^3$

Introducción: Este caso se basa en el Productos notables: Binomio al cubo $(a \pm b)^3$

Conceptos: Ver vídeo https://youtu.be/DL2_O48dy5M

FACTORIZACIÓN: Es el proceso que consiste en hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica

CASO 8: CUBO PERFECTO DE BINOMIOS

Este polinomio se identifica porque tiene 4 términos en donde el primero y el último son cubos perfectos.

Para saber si un polinomio de 4 términos es un cubo perfecto debemos:

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

1. Ordenar el polinomio
2. Sacar la raíz cúbica al primer y último términos.
3. Verificar que el segundo término del polinomio sea el triple de la raíz cúbica del primer término al cuadrado por la raíz cúbica del cuarto término.
4. Comprobar que el tercer término corresponde al triple de la raíz cúbica del primer término por la raíz cúbica del cuarto término al cuadrado.
5. – Si todos los signos del polinomio son positivos la expresión dada es el cubo de la suma de las raíces cúbicas.
- Si los signos son alternados +, -, entonces la expresión dada es el cubo de la diferencia de las raíces cúbicas

Ejemplo 1: Descomponer en factores primos $8m^3 + 12m^2 + 6m + 1$

Solución:

- La raíz cúbica de $8m^3$ es $2m$
- La raíz cúbica de 1 es 1
- El triple de la raíz cúbica del primer término al cuadrado por la raíz cúbica del cuarto término es $3(2m)^2(1) = 12m^2$
- El triple de la raíz cúbica del primer término por la raíz cúbica del cuarto término al cuadrado es $3(2m)(1)^2 = 6m$
- Como todos los signos del polinomio son positivos entonces el binomio buscado es $(2m + 1)^3$

Rta: $8m^3 + 12m^2 + 6m + 1 = (2m + 1)^3$

Ejemplo 2: Factorizar $125x^3 - 75x^2 + 15x - 1$

Solución:

- La raíz cúbica de $125x^3$ es $5x$
- La raíz cúbica de 1 es 1
- El triple de la raíz cúbica del primer término al cuadrado por la raíz cúbica del cuarto término es $3(5x)^2(1) = 75x^2$
- El triple de la raíz cúbica del primer término por la raíz cúbica del cuarto término al cuadrado es $3(5x)(1)^2 = 15x$
- Como los signos son alternadamente +, - entonces la expresión dada es $(5x - 1)^3$

Rta: $125x^3 - 75x^2 + 15x - 1 = (5x - 1)^3$

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

Actividad 4: Factorizar si es posible:

1. $27x^3 + 54x^2 + 36x + 8$
2. $8p^3 + 12p^2 + 6p + 1$
3. $64m^3 - 48m^2n + 12mn^2 - n^3$
4. $y^3 - 15y^2z + 75yz^2 - 125z^3$
5. $64a^3 + 48a^2b + ab^2 + b^3$

FACTORIZACIÓN CASO 9: SUMA O DIFERENCIA DE CUBOS PERFECTOS

Objetivos:

- Hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica
- Factorar una suma o diferencia de cubos perfectos

Conocimientos Previos: Cocientes notables, raíz cúbica de monomios

Introducción: Este caso se basa en el concepto de cocientes notables

Conceptos: Ver vídeo https://youtu.be/X9DT2c1u_GU

FACTORIZACIÓN: Es el proceso que consiste en hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica.

Recordar:

a. El cociente notable $\frac{a^3 + b^3}{a + b} = a^2 - ab + b^2$

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

$$\frac{a^3 - b^3}{a - b} = a^2 + ab + b^2$$

b. El cociente notable

Teniendo en cuenta que en una división exacta el dividendo es igual al cociente por el divisor entonces los dividendos de los puntos a y b equivalen a:

a. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

b. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

La suma de dos cubos perfectos se descompone en dos factores:

Primero: La suma de sus raíces cúbicas

Segundo: El cuadrado de la primera raíz, menos el producto de las dos raíces, más el cuadrado de la segunda raíz

La diferencia de dos cubos perfectos se descompone en dos factores:

Primero: La diferencia de sus raíces cúbicas

Segundo: El cuadrado de la primera raíz, más el producto de las dos raíces, más el cuadrado de la segunda raíz

Ejemplo 1: Factorar $x^3 + 8$

Solución: La raíz cúbica de x^3 es x

La raíz cúbica de 8 es 2

Luego: **Rta.** $x^3 + 8 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

Ejemplo 2: Factorar $729x^6 - 1$

Solución: La raíz cúbica de $729x^6$ es $9x^2$

La raíz cúbica de 1 es 1

Luego: **Rta.** $729x^6 - 1 = (9x^2 - 1)(81x^4 + 9x^2 + 1)$

Ejemplo 3: Factorar $64m^9 + 27n^{12}$

Solución: La raíz cúbica de $64m^9$ es $4m^3$

La raíz cúbica de $27n^{12}$ es $3n^4$

Luego: **Rta.** $64m^9 + 27n^{12} = (4m^3 + 3n^4)(16m^6 - 12m^3n^4 + 9n^8)$

Actividad 5: Descomponer en factores primos

1. $a^3 - 125$

4. $p^6 - n^9$

7. $b^{21} - 216$

2. $27 + y^3$

5. $512 + k^3$

8. $y^{18} + 1000$

3. $8m^3 - n^3$

6. $343m^3 - 1$

9. $1331x^3 - 1728$

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

FACTORIZACIÓN CASO 10: SUMA O DIFERENCIA DE DOS POTENCIAS IGUALES

Objetivos:

- Hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica
- Factorar una suma o diferencia de dos potencias iguales

Conocimientos Previos: Cocientes notables, raíces

Conceptos: Ver vídeo <https://youtu.be/rQo3ZyywFQ4>

FACTORIZACIÓN: Es el proceso que consiste en hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica.

Recordar: En los cocientes notables se presentan 4 casos:

1. $a^n - b^n$ es divisible por $a - b$ siendo n par o impar. Es decir:

$$\frac{a^n - b^n}{a - b} = a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1}$$

2. $a^n + b^n$ es divisible por $a + b$ siendo n impar. Es decir:

$$\frac{a^n + b^n}{a + b} = a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + b^{n-1}$$

3. $a^n - b^n$ es divisible por $a + b$ siendo n par. Es decir:

$$\frac{a^n - b^n}{a + b} = a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + b^{n-1}$$

4. $a^n + b^n$ NUNCA es divisible por $a - b$

Para factorar una suma o diferencia de potencias iguales se debe:

Primer paso: Identificar el cociente notable a aplicar

Segundo paso: Expresar esta suma o diferencia de potencias iguales como el producto del divisor por el cociente en el cociente notable aplicado.

Ejemplo1: Factorizar $a^7 + b^7$

Solución: En esta suma de potencias iguales se puede aplicar el caso 2 por ser las potencias impares. Apliquemos este caso.

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

$$\frac{a^7 + b^7}{a + b} = a^6 - a^5b + a^4b^2 - a^3b^3 + a^2b^4 - ab^5 + b^6$$

Luego tenemos que la respuesta será el producto del divisor por el cociente de este cociente notable aplicado

Rta: $a^7 + b^7 = (a + b)(a^6 - a^5b + a^4b^2 - a^3b^3 + a^2b^4 - ab^5 + b^6)$

Ejemplo 2: Factorizar $1 - 64m^6$

Solución: Primero identificamos las bases de estas potencias $1 - 64m^6 = 1^6 - 2^6m^6$

En esta diferencia de potencias iguales se puede aplicar el caso 1 o el caso 3 porque las potencias son pares. Entonces apliquemos el caso 3:

$$\frac{1^6 - 2^6m^6}{1 + 2m} = 1^5 - 1^4 2m + 1^3 2^2 m^2 - 1^2 2^3 m^3 + 1 \cdot 2^4 m^4 - 2^5 m^5$$

Ahora desarrollemos las potencias numéricas

$$\frac{1^6 - 2^6m^6}{1 + 2m} = 1 - 2m + 4m^2 - 8m^3 + 16m^4 - 32m^5$$

Luego tenemos que la respuesta será el producto del divisor por el cociente del cociente notable aplicado

Rta: $1 - 64m^6 = 1^6 - 2^6m^6 = (1 + 2m)(1 - 2m + 4m^2 - 8m^3 + 16m^4 - 32m^5)$

Ejemplo 3: Factorizar $243a^5 - 1$

Solución: Primero identificamos las bases de estas potencias $243a^5 - 1 = 3^5a^5 - 1^5$

En esta diferencia de potencias iguales se puede aplicar únicamente el caso 1 porque las potencias son impares. Entonces:

$$\frac{3^5a^5 - 1^5}{3a - 1} = 3^4a^4 + 3^3a^3 \cdot 1 + 3^2a^2 \cdot 1^2 + 3a \cdot 1^3 + 1^4$$

Ahora desarrollemos las potencias numéricas

$$\frac{3^5a^5 - 1^5}{3a - 1} = 81a^4 + 27a^3 + 9a^2 + 3a + 1$$

Luego tenemos que la respuesta será el producto del divisor por el cociente del cociente notable aplicado

I.E. MARÍA MONTESSORI- DOCENTE GLORIA PACHECO
UNIDAD DE APRENDIZAJE FACTORIZACIÓN

Rta: $243a^5 - 1 = 3^5 a^5 - 1^5 = (3a - 1)(81a^4 + 27a^3 + 9a^2 + 3a + 1)$

Actividad : Factorizar o descomponer en factores primos las siguientes sumas o diferencias de dos potencias iguales:

- | | | |
|----------------|----------------|-----------------|
| 1. $m^6 - n^6$ | 4. $b^5 + 243$ | 7. $729 - m^3$ |
| 2. $a^5 - 1$ | 5. $36 - p^2$ | 8. $4x^2 + y^2$ |
| 3. $1 + 64n^3$ | 6. $y^3 + 512$ | 9. $256p^8 - 1$ |

CRITERIOS DE EVALUACIÓN:

- Claridad en las operaciones realizadas (Colocar bien: El signo, los exponentes)
- Entregar el taller en las fechas establecidas