

11. Soal UM UGM 2014 Kode 522 | *Soal Lengkap

Nilai semua x sehingga matriks $\begin{pmatrix} \sqrt{x^2-1} & 1 \\ x & 2 \end{pmatrix}$, mempunyai invers adalah...

- (A) $x \neq -\frac{4}{3}$ dan $x \neq \frac{4}{3}$
 (B) $x \neq -\sqrt{\frac{4}{3}}$ dan $x \neq \sqrt{\frac{4}{3}}$
 (C) $\sqrt{\frac{4}{3}} < x \leq -1$ atau $1 \leq x < \sqrt{\frac{4}{3}}$
 (D) $-\sqrt{\frac{4}{3}} < x \leq -1$ atau $1 < x < \sqrt{\frac{4}{3}}$
 (E) $x < -\sqrt{\frac{4}{3}}$ atau $-\sqrt{\frac{4}{3}} < x \leq -1$ atau $1 \leq x < \sqrt{\frac{4}{3}}$ atau $x > \sqrt{\frac{4}{3}}$

Alternatif Pembahasan:

Hide

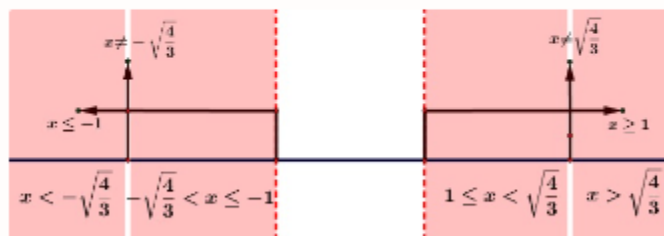
Agar sebuah matriks $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mempunyai invers maka $ad - bc \neq 0$

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} \sqrt{x^2-1} & 1 \\ x & 2 \end{vmatrix} &\neq 0 \\ 2\sqrt{x^2-1} - x &\neq 0 \\ 2\sqrt{x^2-1} &\neq x \\ 4x^2 - 4 &\neq x^2 \\ 3x^2 &\neq 4 \\ x^2 &\neq \frac{4}{3} \\ x &\neq \pm\sqrt{\frac{4}{3}} \end{aligned}$$

Syarat sebuah fungsi bentuk akar $\sqrt{f(x)}$ mempunyai nilai real adalah $f(x) \geq 0$.

Agar $\sqrt{x^2-1}$ mempunyai nilai real maka $x^2 - 1 \geq 0$, nilai x yang memenuhi pertidaksamaan kuadrat $x^2 - 1 \geq 0$ adalah $x \leq -1$ atau $x \geq 1$.

Jika kita gambarkan irisan $x \neq \pm\sqrt{\frac{4}{3}}$ dan $x \leq -1$ atau $x \geq 1$ adalah seperti berikut ini;



∴ Pilihan yang sesuai adalah (E) $x < -\sqrt{\frac{4}{3}}$ atau $-\sqrt{\frac{4}{3}} < x \leq -1$ atau $1 \leq x < \sqrt{\frac{4}{3}}$ atau $x > \sqrt{\frac{4}{3}}$

12. Soal UMB-PT 2014 Kode 672 | *Soal Lengkap

Jika matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$, $b \neq 0$ dan $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ memenuhi $A \cdot A = A + I$, maka $b^2 = \dots$

(A) $\frac{5}{4}$

(B) $\frac{3}{2}$

(C) $\frac{7}{4}$

(D) 2

(E) $\frac{9}{4}$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Karena matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ memenuhi persamaan $A \cdot A = A + I$ sehingga berlaku:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} a^2 + b^2 & ab + ab \\ ab + ab & a^2 + b^2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} a + 1 & b \\ b & a + 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} a^2 + b^2 & 2ab \\ 2ab & a^2 + b^2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} a + 1 & b \\ b & a + 1 \end{pmatrix} \\ \hline 2ab &= b \\ a &= \frac{b}{2b} = \frac{1}{2} \\ a^2 + b^2 &= a + 1 \\ b^2 &= a + 1 - a^2 \\ &= \frac{1}{2} + 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= \frac{3}{2} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

$\therefore$ Pilihan yang sesuai adalah (A) $\frac{5}{4}$

13. Soal SBMPTN 2014 Kode 643 | *Soal Lengkap

Jika $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & x \\ 1 & y \\ 0 & z \end{pmatrix}$ dan $AB = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, maka nilai $z - x$ adalah...

- (A) 6
- (B) 3
- (C) 0
- (D) -3
- (E) -6

Alternatif Pembahasan:

Hide

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & x \\ 1 & y \\ 0 & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 - 1 + 0 & -x - y + 0 \\ 1 + 1 + 0 & -x + y + 2z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 0 & -x - y \\ 2 & -x + y + 2z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Dari kesamaan dua matriks di atas kita peroleh:

$$\begin{array}{l|l} -x - y = 2 & \\ -x + y + 2z = 4 & (+) \\ \hline -2x + 2z = 6 & \\ -x + z = 3 & \end{array}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (B) 3

14. Soal SBMPTN 2014 Kode 613 | *Soal Lengkap

Jika $\begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & x \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ dengan $x \neq \frac{1}{2}$, maka nilai $\frac{1}{2}x + y = \dots$

- (A) -4
- (B) -2
- (C) 0
- (D) 2
- (E) 4

Alternatif Pembahasan:

Hide

Kita mengetahui sifat perkalian matriks yaitu jika $A = B^{-1} \cdot C$ maka $BA = C$.

$$\begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & x \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 2y + x \\ -y + x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Dari kesamaan dua matriks di atas kita peroleh $2y + x = 4$ sehingga $y + \frac{1}{2}x = 2$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (D) 2

15. Soal SBMPTN 2014 Kode 601 | *Soal Lengkap

Jika $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ dan $\begin{pmatrix} x & y \\ -z & z \end{pmatrix} = 2P^{-1}$ dengan P^{-1} menyatakan invers matriks P , maka $x + y = \dots$

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3
- (E) 4

Alternatif Pembahasan:

Hide

Invers sebuah matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ adalah $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$
$$P^{-1} = \frac{1}{(1)(3) - (2)(1)} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} x & y \\ -z & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Dari kesamaan dua matriks di atas kita peroleh $\frac{1}{2}x = 3$ dan $\frac{1}{2}y = -2$ sehingga $x + y = 2$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (C) 2

16. Soal SBMPTN 2014 Kode 631 | *Soal Lengkap

Jika $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, B memiliki invers, dan $(AB^{-1})^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ maka matriks $B = \dots$

(A) $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$

(B) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(D) $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

(E) $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Sifat perkalian invers pada matriks berlaku $(AB)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$.

$$(AB^{-1})^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A^{-1} \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot A$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2+1 & 3-1 \\ 6+0 & 9+0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$\therefore$ Pilihan yang sesuai adalah (B) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$

17. Soal SBMPTN 2014 Kode 673 | *Soal Lengkap

Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, dan $B = \begin{pmatrix} 1 & y \\ x & 3 \end{pmatrix}$. Jika determinan AB adalah 10, maka $xy = \dots$

- (A) 4
- (B) 6
- (C) 8
- (D) 10
- (E) 12

Alternatif Pembahasan:

Hide

$$\begin{aligned} AB &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & y \\ x & 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1+2x & y+6 \\ 3+4x & 3y+12 \end{pmatrix} \\ |AB| &= \begin{vmatrix} 1+2x & y+6 \\ 3+4x & 3y+12 \end{vmatrix} \\ 10 &= (1+2x)(3y+12) - (y+6)(3+4x) \\ 10 &= 3y+12+6xy+24x-3y-4xy-18-24x \\ 10 &= 2xy-6 \\ 10+6 &= 2xy \\ 16 &= 2xy \\ 8 &= xy \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (C) 8

18. Soal SBMPTN 2014 Kode 673 | *Soal Lengkap

Jika $\begin{pmatrix} a & b \\ b & 2a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x+y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ dengan $b^2 \neq 2a^2$, maka $x+y = \dots$

- (A) -2
- (B) -1
- (C) 0
- (D) 1
- (E) 2

Alternatif Pembahasan:

Hide

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & 2a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x+y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} ax + bx + by \\ bx + 2ax + 2ay \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Dari kesamaan dua matriks di atas kita peroleh:

$ax + bx + by = a$	$(\times b)$
$bx + 2ax + 2ay = b$	$(\times a)$
$abx + b^2x + b^2y = ab$	
$abx + 2a^2x + 2a^2y = ab$	$(-)$
$b^2x + b^2y - 2a^2x + 2a^2y = 0$	
$(b^2 - 2a^2)x + (b^2 - 2a^2)y = 0$	
$(b^2 - 2a^2)(x + y) = 0$	
$(x + y) = \frac{0}{(b^2 - 2a^2)}$	
$(x + y) = 0$	

$\therefore$ Pilihan yang sesuai adalah (C) 0

19. Soal SBMPTN 2014 Kode 663 | *Soal Lengkap

Jika matriks $A = \begin{pmatrix} 2x & -2 \\ x & 3y+2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 9 & 3x \\ 8 & -4 \end{pmatrix}$ dan $C = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ -8 & 7 \end{pmatrix}$ memenuhi $A + B = C^t$ dengan C^t transpose matriks C , maka $2x + 3y = \dots$

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 6
- (E) 7

Alternatif Pembahasan:

Hide

$$\begin{aligned} A + B &= C^t \\ \begin{pmatrix} 2x & -2 \\ x & 3y+2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 & 3x \\ 8 & -4 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 5 & -8 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2x+9 & -2+3x \\ x+8 & 3y-2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 5 & -8 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Dari kesamaan dua matriks di atas kita peroleh:

- $x + 8 = 6$ sehingga $x = -2$
- $3y - 2 = 7$ sehingga $y = 3$
- $2x + 3y = 2(-2) + 3(3) = -4 + 9 = 5$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (C) 5

20. Soal SIMAK UI 2013 Kode 334 | *Soal Lengkap

Jumlah semua entri pada matriks X dari sistem persamaan berikut adalah...

$$3X - 2Y = \begin{bmatrix} 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$2X - 5Y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$$

(A) $\frac{13}{11}$

(B) $\frac{9}{11}$

(C) $\frac{8}{11}$

(D) $\frac{5}{11}$

(E) $\frac{4}{11}$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Matriks X dan Y adalah matriks berordo 1×2 karena hasil pengurangan matriks tersebut adalah sebuah matriks berordo 1×2 . Sehingga dapat kita misalkan $X = \begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix}$ dan $Y = \begin{bmatrix} c & d \end{bmatrix}$

$$3X - 2Y = \begin{bmatrix} 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$3 \begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3a - 2c & 3b - 2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$2X - 5Y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$2 \begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2a - 5c & 2b - 5d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Dari kesamaan dua matriks di atas kita peroleh:

- $3a - 2c = 3$ dan $2a - 5c = 1$
- $3b - 2d = -1$ dan $2b - 5d = 2$

$3a - 2c = 3$	$3b - 2d = -1$	$\times 5$
$2a - 5c = 1$	$2b - 5d = 2$	$\times 2$
$15a - 10c = 15$	$15b - 10d = -5$	
$4a - 10c = 2$	$4b - 10d = 4$	$-$
$11a = 13$	$11b = -9$	
$a = \frac{13}{11}$	$b = \frac{-9}{11}$	

Jumlah semua entri pada matriks X adalah $a + b = \frac{4}{11}$

$\therefore$ Pilihan yang sesuai adalah (E) $\frac{4}{11}$