

MODUL AJAR DEEP LEARNING
MATA PELAJARAN : MATEMATIKA
BAB 3: TURUNAN FUNGSI

A. IDENTITAS MODUL

Nama Sekolah :
Nama Penyusun :
Mata Pelajaran : **Matematika**
Kelas / Fase /Semester : **XII/ F / Ganjil**
Alokasi Waktu : **12 JP (6 pertemuan x 2 JP)**
Tahun Pelajaran : **20.. / 20..**

B. IDENTIFIKASI KESIAPAN PESERTA DIDIK

Peserta didik kelas XII yang akan mempelajari turunan fungsi diharapkan telah memiliki pemahaman yang kuat tentang konsep fungsi, limit fungsi, dan aljabar dasar (termasuk manipulasi ekspresi aljabar dan eksponen). Mereka juga diharapkan memiliki kemampuan penalaran logis dan pemecahan masalah sederhana. Beberapa peserta didik mungkin sudah pernah terpapar konsep turunan secara sekilas dari sumber lain atau mata pelajaran Fisika (misalnya, kecepatan dan percepatan sebagai turunan posisi). Keterampilan menggambar grafik fungsi sederhana juga akan sangat membantu.

C. KARAKTERISTIK MATERI PELAJARAN

Materi "Turunan Fungsi" adalah salah satu pilar utama dalam Kalkulus yang memiliki aplikasi luas.

- **Jenis Pengetahuan:** Konseptual (pemahaman definisi turunan, makna geometris dan fisis), Prosedural (langkah-langkah menghitung turunan menggunakan berbagai aturan), dan Aplikasi (menggunakan turunan untuk menyelesaikan masalah optimasi, laju perubahan, dll.).
- **Relevansi dengan Kehidupan Nyata:** Sangat relevan. Turunan digunakan untuk memodelkan perubahan dan optimasi di berbagai bidang seperti fisika (kecepatan, percepatan), ekonomi (laju perubahan biaya/pendapatan, keuntungan maksimum), biologi (laju pertumbuhan populasi), teknik, dan banyak lagi.
- **Tingkat Kesulitan:** Sedang hingga tinggi. Konsep dasar turunan membutuhkan pemahaman limit, sementara aplikasi turunan seringkali melibatkan pemecahan masalah yang lebih kompleks. Kesalahan aljabar sering menjadi hambatan.
- **Struktur Materi:** Dimulai dari definisi formal turunan menggunakan limit, dilanjutkan dengan aturan-aturan turunan (konstan, pangkat, penjumlahan/pengurangan, perkalian, pembagian, rantai), kemudian aplikasi geometris (garis singgung, fungsi naik/turun, kecekungan, titik ekstrem), dan diakhiri dengan aplikasi di berbagai bidang ilmu.
- **Integrasi Nilai dan Karakter:** Ketelitian dan ketekunan dalam perhitungan, penalaran logis, kreativitas dalam memodelkan masalah, dan rasa ingin tahu untuk mengeksplorasi aplikasi matematika.

D. DIMENSI PROFIL LULUSAN PEMBELAJARAN

Berdasarkan tujuan pembelajaran dan karakteristik materi, dimensi profil lulusan yang akan dicapai meliputi:

1. **Penalaran Kritis:** Mampu menganalisis masalah, menerapkan konsep turunan untuk menemukan solusi, dan mengevaluasi kebenaran hasil.
2. **Kreativitas:** Mampu memodelkan masalah dunia nyata ke dalam bentuk matematis dan menemukan strategi pemecahan masalah yang efisien.
3. **Kemandirian:** Mampu mengerjakan soal-soal turunan dan aplikasinya secara mandiri, serta mencari solusi atas kesulitan yang dihadapi.
4. **Komunikasi:** Mampu menjelaskan konsep turunan, langkah-langkah penyelesaian, dan interpretasi hasil secara lisan dan tulisan dengan jelas.

DESAIN PEMBELAJARAN

A. CAPAIAN PEMBELAJARAN (CP) NOMOR : 32 TAHUN 2024

Pada akhir fase F (Kelas XII), peserta didik diharapkan mampu:

- Memahami dan mengaplikasikan konsep turunan fungsi aljabar untuk menentukan laju perubahan dan gradien garis singgung.
- Menguasai sifat-sifat turunan fungsi untuk menyelesaikan berbagai permasalahan turunan.
- Menganalisis dan memecahkan masalah kontekstual yang melibatkan aplikasi turunan dalam berbagai bidang ilmu, seperti optimasi, laju terkait, dan sketsa grafik fungsi.

B. LINTAS DISIPLIN ILMU YANG RELEVAN

- **Fisika:** Konsep kecepatan sesaat (turunan posisi terhadap waktu), percepatan (turunan kecepatan terhadap waktu), laju perubahan.
- **Ekonomi:** Marginal cost, marginal revenue, profit maximization (optimasi keuntungan), elastisitas permintaan.
- **Biologi:** Laju pertumbuhan populasi, laju reaksi kimia.
- **Kimia:** Laju reaksi.
- **Teknik:** Optimasi desain, analisis gerak.

C. TUJUAN PEMBELAJARAN

(Pertemuan 1: Definisi dan Aturan Dasar Turunan Fungsi - Durasi 3 JP)

- Peserta didik dapat menjelaskan definisi turunan fungsi sebagai limit dari laju perubahan rata-rata secara lisan dan tertulis, dengan memberikan contoh interpretasi geometrisnya sebagai gradien garis singgung. (Pengetahuan, Komunikasi)
- Peserta didik dapat menghitung turunan fungsi aljabar sederhana (fungsi konstan dan fungsi pangkat) menggunakan definisi limit, dengan tingkat akurasi minimal 80%. (Keterampilan, Penalaran Kritis)
- Peserta didik dapat menerapkan aturan turunan dasar (konstanta, pangkat, penjumlahan, pengurangan) untuk menghitung turunan fungsi polinomial, dengan akurasi 90%. (Keterampilan)

(Pertemuan 2: Aturan Perkalian, Pembagian, dan Rantai - Durasi 3 JP)

- Peserta didik dapat menerapkan aturan perkalian dan pembagian untuk menghitung turunan fungsi yang melibatkan perkalian dan pembagian fungsi aljabar, dengan akurasi 85%. (Keterampilan, Penalaran Kritis)
- Peserta didik dapat menerapkan aturan rantai untuk menghitung turunan fungsi komposisi, termasuk fungsi trigonometri dasar, dengan akurasi 80%. (Keterampilan, Penalaran Kritis)

(Pertemuan 3: Aplikasi Turunan: Fungsi Naik/Turun, Titik Ekstrem - Durasi 3 JP)

- Peserta didik dapat menggunakan turunan pertama untuk menentukan interval fungsi naik dan turun, serta titik stasioner (titik maksimum, minimum, atau belok horizontal) dari grafik fungsi polinomial, dengan memberikan justifikasi. (Keterampilan, Penalaran Kritis)

- Peserta didik dapat menyelesaikan masalah optimasi sederhana yang melibatkan penentuan nilai maksimum atau minimum dari suatu besaran, dengan memodelkan masalah ke dalam fungsi dan menggunakan turunan. (Keterampilan, Kreativitas, Penalaran Kritis)

(Pertemuan 4: Aplikasi Turunan di Berbagai Bidang Ilmu & Laju Perubahan - Durasi 3 JP)

- Peserta didik dapat mengidentifikasi dan menjelaskan contoh aplikasi turunan dalam bidang ilmu lain (fisika, ekonomi, biologi) secara lisan dan tulisan. (Pengetahuan, Komunikasi)
- Peserta didik dapat menyelesaikan masalah laju perubahan terkait (related rates) dengan memodelkan hubungan antar variabel dan menggunakan aturan rantai, dengan langkah-langkah yang sistematis. (Keterampilan, Penalaran Kritis)

D. TOPIK PEMBELAJARAN KONTEKSTUAL

Topik pembelajaran akan berpusat pada "Mengukur dan Mengoptimalkan Perubahan di Sekitar Kita". Peserta didik akan diajak untuk mengidentifikasi fenomena perubahan dalam kehidupan sehari-hari (misalnya, perubahan kecepatan kendaraan, pertumbuhan populasi, perubahan keuntungan bisnis, efisiensi penggunaan bahan bakar) dan melihat bagaimana turunan fungsi dapat digunakan untuk menganalisis, memprediksi, dan mengoptimalkan fenomena tersebut.

E. KERANGKA PEMBELAJARAN

PRAKTIK PEDAGOGIK:

- **Metode Pembelajaran Berbasis Proyek (Project-Based Learning - untuk Aplikasi Turunan):** Peserta didik akan mengerjakan proyek kecil yang melibatkan pemodelan dan penyelesaian masalah optimasi atau laju perubahan dari konteks nyata (misalnya, merancang wadah dengan volume maksimum, mencari kecepatan rata-rata terbaik).
- **Diskusi Kelompok:** Mendorong kolaborasi, berbagi ide, dan saling membantu dalam memahami konsep dan menyelesaikan soal-soal turunan.
- **Eksplorasi Lapangan (Studi Kasus/Simulasi):** Jika memungkinkan, simulasi sederhana di lapangan (misalnya, mengukur kecepatan dengan turunan) atau studi kasus berbasis data dari dunia nyata untuk mengilustrasikan aplikasi turunan.
- **Wawancara (Opsional):** Jika memungkinkan, wawancara dengan ahli di bidang tertentu (misalnya, insinyur, ekonom) tentang bagaimana mereka menggunakan turunan dalam pekerjaan mereka.
- **Presentasi:** Melatih peserta didik untuk mengkomunikasikan pemahaman mereka tentang konsep dan solusi masalah.

MITRA PEMBELAJARAN:

- **Lingkungan Sekolah:** Guru Fisika/Ekonomi/Biologi (sebagai narasumber ahli untuk aplikasi turunan di bidang masing-masing), pustakawan (untuk sumber belajar).
- **Lingkungan Luar Sekolah:** Ahli matematika, insinyur, ekonom, atau praktisi di bidang terkait (dapat diundang sebagai *guest speaker* secara daring atau luring, atau melalui wawancara kelompok).
- **Masyarakat Daring:** Saluran YouTube pendidikan (misalnya, Khan Academy, 3Blue1Brown), forum matematika daring, situs web simulasi matematika.

LINGKUNGAN BELAJAR:

- **Ruang Fisik:** Kelas yang dilengkapi proyektor dan papan tulis yang cukup besar untuk coret-coretan matematis. Ruang yang memungkinkan diskusi kelompok dengan nyaman.
- **Ruang Virtual:** Google Classroom sebagai pusat materi, tugas, dan pengumuman. Penggunaan aplikasi grafik online (misalnya, Desmos, GeoGebra) untuk memvisualisasikan fungsi dan turunannya. Forum diskusi daring di Google Classroom untuk pertanyaan dan berbagi solusi.
- **Budaya Belajar:**
- **Kolaboratif:** Mendorong budaya saling membantu, *peer learning*, dan diskusi untuk memahami konsep yang kompleks.
- **Berpartisipasi Aktif:** Menciptakan lingkungan di mana peserta didik tidak takut untuk bertanya, mencoba berbagai pendekatan, dan belajar dari kesalahan.
- **Rasa Ingin Tahu:** Memicu pertanyaan tentang "mengapa" dan "bagaimana" turunan bekerja, serta aplikasinya yang luas.

PEMANFAATAN DIGITAL:

- **Perpustakaan Digital:** Mengakses e-book, artikel, dan video tutorial tentang turunan fungsi.
- **Forum Diskusi Daring:** Google Classroom untuk memfasilitasi diskusi asinkron, tempat peserta didik bisa bertanya dan menjawab pertanyaan teman.
- **Penilaian Daring:** Google Forms untuk kuis, Kahoot!/Mentimeter untuk evaluasi interaktif.
- **Google Classroom:** Sebagai LMS utama untuk manajemen kelas.
- **Aplikasi Grafik Online:** Desmos atau GeoGebra untuk memvisualisasikan grafik fungsi, garis singgung, dan perubahan gradien.

F. LANGKAH-LANGKAH PEMBELAJARAN BERDIFERENSIASI

PERTEMUAN 1:

DEFINISI DAN ATURAN DASAR TURUNAN FUNGSI (3 JP)

KEGIATAN PENDAHULUAN (15 MENIT)

Pembukaan (Berkesadaran & Menggembirakan):

- Guru menyapa peserta didik dengan antusias.
- Aktivitas Pembuka (**Menggembirakan**): Guru menampilkan grafik sederhana (misalnya, $y = x^2$, $y = x^3$) dan meminta peserta didik menebak bagaimana kemiringan garis singgung berubah seiring titik yang digeser. Atau, menampilkan video singkat tentang konsep "laju perubahan" (misalnya, speedometer mobil yang menunjukkan kecepatan sesaat).
- Guru mengaitkan diskusi ini dengan konsep "turunan" sebagai laju perubahan sesaat atau gradien garis singgung.
- Menyampaikan tujuan pembelajaran hari ini dan pentingnya memahami dasar turunan.

KEGIATAN INTI (105 MENIT)

Fase Memahami (Bermakna & Berkesadaran):

- **Review Limit (Berkesadaran):** Guru melakukan review singkat tentang konsep limit yang diperlukan untuk definisi turunan.
- **Definisi Turunan (Bermakna):** Guru menjelaskan definisi formal turunan fungsi ($f'(x)=\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$). Guru menekankan makna geometrisnya sebagai gradien garis singgung dan makna fisisnya sebagai laju perubahan sesaat. Visualisasi menggunakan aplikasi grafik online (Desmos/GeoGebra) untuk menunjukkan garis sekant yang mendekati garis singgung akan sangat membantu.
- **Latihan Turunan Menggunakan Definisi (Berkesadaran):** Peserta didik secara berpasangan mencoba menghitung turunan fungsi sederhana (misalnya, $f(x)=2x+1$, $f(x)=x^2$) menggunakan definisi limit. Guru berkeliling memberikan bimbingan dan koreksi.

Fase Mengaplikasi (Bermakna & Menggembirakan):

- **Pengenalan Aturan Turunan Dasar (Bermakna):** Guru memperkenalkan aturan turunan dasar (konstanta, pangkat, penjumlahan, pengurangan). Guru dapat meminta peserta didik untuk menemukan pola dari hasil turunan menggunakan definisi limit untuk "menemukan" aturan pangkat.
- **Latihan Soal (Diferensiasi Konten & Proses):** Peserta didik mengerjakan soal latihan dengan tingkat kesulitan yang bervariasi.
- **Diferensiasi Konten:** Guru menyediakan set soal yang lebih mudah (hanya polinomial sederhana) untuk peserta didik yang masih berjuang, dan set soal yang lebih kompleks (polinomial dengan pangkat tinggi, koefisien pecahan) untuk peserta didik yang sudah menguasai.
- **Diferensiasi Proses:** Peserta didik dapat memilih untuk bekerja secara mandiri atau dalam kelompok kecil. Guru memberikan scaffolding bagi yang membutuhkan.
- **Diskusi & Konfirmasi (Menggembirakan):** Guru memilih beberapa peserta didik untuk menuliskan solusi mereka di papan tulis. Diskusi kelas untuk mengkonfirmasi jawaban dan menjelaskan kesalahan umum.

KEGIATAN PENUTUP (15 MENIT)

- **Refleksi Diri (Berkesadaran & Bermakna):** Guru meminta peserta didik menuliskan satu hal baru yang mereka pelajari tentang turunan dan satu aturan turunan yang menurut mereka paling mudah/sulit.
- **Umpan Balik Konstruktif (Bermakna):** Guru memberikan umpan balik umum atas pemahaman konsep dan kemampuan perhitungan, serta memotivasi untuk terus berlatih.
- **Perencanaan Pembelajaran Selanjutnya (Bermakna):** Guru menginformasikan materi untuk pertemuan berikutnya (aturan perkalian, pembagian, dan rantai) dan meminta peserta didik untuk berlatih soal-soal dasar di rumah.

PERTEMUAN 2:

ATURAN PERKALIAN, PEMBAGIAN, DAN RANTAI (3 JP)

KEGIATAN PENDAHULUAN (15 MENIT)

Pembukaan (Berkesadaran & Menggembirakan):

- Guru menyapa dan mengecek kesiapan peserta didik.
- Kuis Singkat (Menggembirakan): Menggunakan Kahoot! atau kuis lisan singkat tentang aturan turunan dasar dari pertemuan sebelumnya.

- **Guru memperkenalkan tantangan:** "Bagaimana jika fungsinya tidak sesederhana kemarin, misalnya dua fungsi dikalikan atau satu fungsi di dalam fungsi lain?" Ini mengarahkan ke aturan turunan lanjutan.
- Menyampaikan tujuan pembelajaran hari ini.

KEGIATAN INTI (105 MENIT)

Fase Memahami (Bermakna & Berkesadaran):

- **Pengenalan Aturan Perkalian dan Pembagian (Bermakna):** Guru menjelaskan dan menurunkan (jika memungkinkan secara sederhana) aturan perkalian $((uv)'=u'v+uv')$ dan aturan pembagian $((\frac{u}{v})'=v^2u'v-uv')$. Berikan contoh-contoh yang jelas.
- **Latihan Penerapan (Berkesadaran):** Peserta didik mengerjakan latihan soal secara mandiri atau berpasangan untuk mengaplikasikan kedua aturan ini. Guru berkeliling memberikan bantuan.
- **Pengenalan Aturan Rantai (Bermakna):** Guru memperkenalkan konsep fungsi komposisi dan menjelaskan aturan rantai $((f(g(x)))'=f'(g(x)) \cdot g'(x))$. Berikan contoh-contoh yang bervariasi, termasuk fungsi aljabar dan trigonometri sederhana (misalnya, $\sin(2x)$).

Fase Mengaplikasi (Bermakna & Menggembirakan):

Latihan Soal Komprehensif (Diferensiasi Proses & Produk):

- Peserta didik diberikan set soal yang menggabungkan aturan perkalian, pembagian, dan rantai.
- **Diferensiasi Proses:** Guru menyediakan soal dengan tingkat kesulitan yang bervariasi. Peserta didik dapat memilih soal sesuai tingkat kenyamanan mereka atau menantang diri dengan soal yang lebih sulit. Guru dapat memberikan langkah-langkah petunjuk untuk soal yang lebih rumit.
- **Diferensiasi Produk:** Peserta didik dapat diminta untuk menunjukkan langkah-langkah penyelesaian secara detail di kertas, atau jika memungkinkan, menggunakan whiteboard interaktif atau tablet.
- **Peer Teaching (Menggembirakan):** Peserta didik yang sudah menguasai dapat membantu menjelaskan kepada teman-temannya yang kesulitan.
- **Diskusi Hasil (Bermakna):** Guru memfasilitasi diskusi kelas untuk membahas beberapa soal yang menantang dan mengidentifikasi kesalahan umum.

KEGIATAN PENUTUP (15 MENIT)

- **Refleksi Proses (Berkesadaran):** Peserta didik menuliskan aturan turunan yang paling menantang dan bagaimana mereka berusaha memahaminya.
- **Umpan Balik Kelompok/Individu (Bermakna):** Guru memberikan umpan balik umum tentang penguasaan aturan turunan lanjutan dan mendorong latihan yang konsisten.
- **Perencanaan Selanjutnya (Bermakna):** Guru menginformasikan bahwa pertemuan berikutnya akan membahas aplikasi turunan untuk menganalisis grafik fungsi (naik/turun, titik ekstrem) dan meminta peserta didik untuk mengulang kembali materi turunan pertama.

PERTEMUAN 3:

APLIKASI TURUNAN: FUNGSI NAIK/TURUN, TITIK EKSTREM (3 JP)

KEGIATAN PENDAHULUAN (15 MENIT)

Pembukaan (Berkesadaran & Menggembirakan):

- Guru menyapa dengan energik.
- Visualisasi (**Menggembirakan**): Guru menampilkan grafik fungsi yang bervariasi (naik, turun, memiliki puncak/lembah). Meminta peserta didik untuk menebak pada bagian mana grafik itu naik, turun, atau mencapai titik tertinggi/terendah.
- Guru mengaitkan ini dengan turunan pertama dan memperkenalkan bahwa turunan dapat "memberitahu" kita karakteristik grafik.
- Menyampaikan tujuan pembelajaran hari ini.

KEGIATAN INTI (105 MENIT)

Fase Mengaplikasi (Bermakna & Berkesadaran):

- **Fungsi Naik/Turun (Bermakna):** Guru menjelaskan konsep fungsi naik dan turun berdasarkan tanda turunan pertama ($f'(x) > 0$ untuk naik, $f'(x) < 0$ untuk turun). Berikan contoh langkah demi langkah.
- **Titik Stasioner & Ekstrem (Bermakna):** Guru menjelaskan bahwa titik stasioner terjadi saat $f'(x) = 0$. Menjelaskan cara menguji apakah titik stasioner adalah maksimum lokal, minimum lokal, atau titik belok horizontal menggunakan uji turunan pertama atau uji turunan kedua (jika waktu memungkinkan).
- **Latihan Analisis Grafik (Diferensiasi Proses):** Peserta didik bekerja dalam kelompok. Setiap kelompok diberi beberapa fungsi polinomial. Tugasnya adalah:
 1. Menghitung turunan pertamanya.
 2. Menentukan titik stasioner.
 3. Menentukan interval fungsi naik/turun.
 4. Menentukan jenis titik stasioner (maksimum/minimum).
 5. Membuat sketsa grafik berdasarkan analisis tersebut.
- **Diferensiasi Proses:** Guru menyediakan fungsi dengan tingkat kompleksitas yang berbeda (fungsi kuadrat sederhana, fungsi kubik, fungsi pangkat empat). Kelompok yang cepat dapat ditantang untuk juga menemukan titik belok (menggunakan turunan kedua jika sudah diajarkan).
- **Presentasi & Diskusi (Menggembirakan):** Setiap kelompok mempresentasikan hasil analisis dan sketsa grafik mereka. Guru memfasilitasi diskusi dan membandingkan hasil antar kelompok, serta memberikan umpan balik tentang akurasi dan kelengkapan analisis.

KEGIATAN PENUTUP (15 MENIT)

- **Refleksi Konsep (Berkesadaran & Bermakna):** Peserta didik menuliskan bagaimana turunan membantu mereka "melihat" bentuk grafik fungsi tanpa harus plotting banyak titik.
- **Umpan Balik Kritis (Bermakna):** Guru memberikan umpan balik umum tentang pemahaman konsep fungsi naik/turun dan titik ekstrem, serta menekankan ketelitian dalam perhitungan.
- **Perencanaan Selanjutnya (Bermakna):** Guru memperkenalkan bahwa aplikasi

turunan tidak hanya untuk grafik, tetapi juga untuk memecahkan masalah optimasi di kehidupan nyata. Memberi tantangan awal: "Bayangkan Anda ingin membuat kotak tanpa tutup dari selembar karton. Bagaimana Anda memaksimalkan volumenya?"

PERTEMUAN 4:

APLIKASI TURUNAN DI BERBAGAI BIDANG ILMU & LAJU PERUBAHAN (3 JP)

KEGIATAN PENDAHULUAN (15 MENIT)

Pembukaan (Berkesadaran & Menggembirakan):

- Guru menyapa dengan antusias.
- Studi Kasus Awal (**Menggembirakan**): Guru menampilkan contoh masalah optimasi sederhana dari kehidupan nyata (misalnya, "Bagaimana cara membuat pagar taman agar luasnya maksimal dengan panjang kawat tertentu?"). Peserta didik diminta untuk berpikir bagaimana mereka akan mendekati masalah ini.
- Guru mengaitkan masalah ini dengan kekuatan turunan untuk menemukan nilai optimal.
- Menyampaikan tujuan pembelajaran hari ini.

KEGIATAN INTI (105 MENIT)

Fase Mengaplikasi (Bermakna & Berkesadaran):

- **Masalah Optimasi (Bermakna):** Guru menjelaskan langkah-langkah umum dalam menyelesaikan masalah optimasi:
 1. Memahami masalah dan mengidentifikasi besaran yang akan dioptimalkan.
 2. Membuat model matematis (fungsi) dari besaran tersebut.
 3. Menentukan turunan pertama dan mencari titik kritis.
 4. Menguji titik kritis (dan batas domain jika ada) untuk menemukan nilai ekstrem.
 5. Menginterpretasikan hasil.
- Berikan beberapa contoh masalah optimasi dari bidang yang berbeda (fisika, ekonomi sederhana) dan selesaikan bersama-sama.
- **Masalah Laju Perubahan Terkait (Related Rates) (Bermakna):** Guru memperkenalkan konsep laju perubahan terkait, menjelaskan bagaimana menggunakan aturan rantai untuk menghubungkan laju perubahan beberapa variabel (misalnya, masalah tangga yang bergeser, volume air yang berubah).
- Berikan contoh dan selesaikan bersama-sama.

Fase Merefleksi (Berkesadaran & Menggembirakan):

- **Proyek Mini (Diferensiasi Proses & Produk):** Peserta didik dibagi menjadi kelompok. Setiap kelompok memilih satu dari beberapa masalah aplikasi turunan (optimasi atau laju perubahan) yang telah disiapkan guru (dengan tingkat kesulitan bervariasi).
- **Diferensiasi Proses:** Kelompok dapat memilih masalah yang sesuai dengan minat mereka (misalnya, masalah ekonomi bagi yang suka ekonomi, fisika bagi yang suka fisika). Guru memberikan bimbingan dan sumber daya tambahan (misalnya, data sederhana dari kehidupan nyata).
- **Diferensiasi Produk:** Kelompok diminta untuk menyajikan solusi mereka dalam format presentasi singkat, poster, atau bahkan video penjelasan singkat. Mereka harus

menjelaskan masalah, pemodelan matematis, langkah-langkah penyelesaian, dan interpretasi hasilnya.

- **Presentasi Proyek & Diskusi (Menggembirakan):** Setiap kelompok mempresentasikan proyek mini mereka. Diskusi kelas untuk membahas berbagai pendekatan dan solusi. Guru menekankan bagaimana turunan adalah alat universal untuk memecahkan masalah perubahan dan optimasi.

KEGIATAN PENUTUP (15 MENIT)

- **Jurnal Reflektif (Berkesadaran & Bermakna):** Peserta didik menulis jurnal reflektif tentang keseluruhan unit turunan: Apa yang mereka pahami, keterampilan apa yang mereka kembangkan, aplikasi turunan yang paling menarik bagi mereka, dan bagaimana mereka akan menggunakan pengetahuan ini di masa depan.
- **Umpan Balik Komprehensif (Bermakna):** Guru memberikan umpan balik umum tentang kinerja proyek, pemahaman aplikasi, dan mendorong peserta didik untuk terus eksplorasi matematika di kehidupan nyata.
- **Kesimpulan Pembelajaran (Bermakna):** Guru menyimpulkan bahwa turunan adalah alat yang sangat ampuh dalam matematika dan sains, membantu kita memahami dan mengoptimalkan dunia di sekitar kita.
- **Perencanaan Pembelajaran Selanjutnya (Bermakna):** Guru menginformasikan materi untuk unit berikutnya (misalnya, Integral) dan mengaitkannya dengan turunan (sebagai anti-turunan).

G. ASESMEN PEMBELAJARAN

1. ASESMEN AWAL PEMBELAJARAN (DIAGNOSTIK)

- **Tujuan:** Mengidentifikasi pengetahuan awal peserta didik tentang fungsi, limit, dan aljabar yang relevan.

Jenis Asesmen:

- **Kuesioner (Google Forms):** Mengandung pertanyaan tentang kenyamanan peserta didik dengan aljabar, limit, dan konsep fungsi.
- **Tes Diagnostik Singkat:** Menguji pemahaman tentang:
 1. Konsep limit dasar (misalnya, mencari nilai limit fungsi aljabar).
 2. Evaluasi fungsi pada titik tertentu.
 3. Operasi aljabar dasar (penyederhanaan ekspresi, faktorisasi).
 4. Kemampuan menggambar grafik fungsi linear/kuadrat sederhana.
 5. Definisi gradien garis.

Contoh Soal Tes Diagnostik Singkat (5 soal):

1. Tentukan nilai dari $x \rightarrow 2 \lim(3x^2 - 4x + 1)$.
2. Jika $f(x) = x^2 - 5x$, berapakah nilai $f(3)$?
3. Sederhanakan ekspresi $(2x+3)(x-1)$.
4. Apa yang dimaksud dengan "gradien" sebuah garis lurus?
5. Jika sebuah mobil bergerak dari posisi 0 km ke 100 km dalam 2 jam, berapakah kecepatan rata-ratanya?

2. ASESMEN PROSES PEMBELAJARAN (FORMATIF)

- **Tujuan:** Memantau kemajuan belajar peserta didik, memberikan umpan balik, dan menyesuaikan strategi mengajar.

Jenis Asesmen:

- **Tugas Harian (Latihan Soal):** Penilaian terhadap ketepatan perhitungan turunan menggunakan berbagai aturan, serta langkah-langkah penyelesaian yang sistematis.
- **Diskusi Kelompok:** Observasi guru terhadap partisipasi aktif setiap anggota kelompok, kualitas argumen yang disampaikan, dan kemampuan kolaborasi dalam memecahkan soal.
- **Kuis Singkat (Paper/Digital):** Penilaian pemahaman konsep dan aturan turunan yang spesifik.

Contoh Soal Kuis Singkat (5 soal):

1. Gunakan definisi limit untuk mencari turunan dari $f(x)=3x-5$.
2. Tentukan turunan pertama dari $f(x)=4x^3-2x^2+7x-1$.
3. Hitung turunan pertama dari $f(x)=(x^2+1)(3x-2)$.
4. Gunakan aturan rantai untuk mencari turunan dari $f(x)=(2x-5)^4$.
5. Jika sebuah fungsi $g(x)$ memiliki turunan $g'(x)=x^2-4$, pada interval mana fungsi $g(x)$ akan naik?

3. ASESMEN AKHIR PEMBELAJARAN (SUMATIF)

- **Tujuan:** Mengukur pencapaian kompetensi peserta didik di akhir unit pembelajaran.

Jenis Asesmen:

- **Jurnal Reflektif Individu:** Penilaian terhadap kedalaman refleksi, pemahaman konsep, dan aplikasi turunan.
- **Tes Tertulis:** Menguji pemahaman konseptual, prosedural, dan kemampuan aplikasi turunan secara komprehensif.
- **Tugas Akhir (Proyek Aplikasi Turunan):** Penilaian terhadap kemampuan memodelkan, menyelesaikan, dan menginterpretasikan masalah dunia nyata menggunakan turunan.

Contoh Soal Tes Tertulis (5 soal):

1. Diberikan fungsi $f(x)=x^3-6x^2+9x-2$.
 - Tentukan turunan pertama dan keduanya.
 - Tentukan interval fungsi naik dan turun.
 - Tentukan titik stasioner (lokasi dan jenisnya).
2. Sebuah kotak tanpa tutup akan dibuat dari selembar karton berbentuk persegi panjang berukuran 20 cm x 30 cm dengan memotong persegi sama sisi dari keempat sudutnya dan melipat sisinya ke atas. Tentukan ukuran sisi persegi yang harus dipotong agar volume kotak menjadi maksimum.
3. Laju perubahan volume bola terhadap jari-jarinya adalah $4\pi r^2$. Jika jari-jari bola bertambah dengan laju 2 cm/detik, tentukan laju perubahan volume bola ketika jari-jarinya 5 cm.
4. Jelaskan secara singkat tiga contoh aplikasi turunan dalam bidang ilmu yang berbeda

selain matematika.

5. Sebuah perusahaan memproduksi X unit barang. Biaya total produksi diberikan oleh fungsi $C(x)=0.01x^2+50x+1000$. Tentukan fungsi biaya marginal (laju perubahan biaya total terhadap jumlah unit). Interpretasikan makna biaya marginal ketika $X = 100$ unit.