

國立高師大附中107學年度第2學期期末考高二數學科(社會組)試題

考試時間:80分鐘, 應考班級:高二忠孝和

一、多重選擇題:每題答對得6分, 只錯1個選項得4分, 只錯2個選項得2分, 其餘不給分, 未作答者不給分, 合計30分。

1.二階方陣 A 滿足 $A\begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$, $A\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$, 下列哪些選項正確?

(1) $A\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -3 \end{bmatrix}$ (2) $A\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 \\ 7 \end{bmatrix}$ (3) $A\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23 \\ 15 \end{bmatrix}$ (4) $A\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

(5) $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 時, $a + b + c + d = -5$ 。

2.已知拋物線方程式為 $y^2 - 8x + 4y + 20 = 0$, 下列哪些選項正確?

(1)對稱軸為 $x = 2$ (2)頂點 $(2, -2)$ (3)焦點 $(2, 0)$ (4)正焦弦長為8 (5)開口向上。

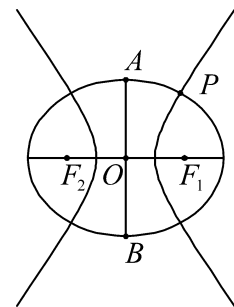
3.關於橢圓 $\Gamma: \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} + \sqrt{(x-5)^2 + (y-2)^2} = 10$, 下列哪些選項正確?

(1)中心為 $(3, 2)$ (2)長軸兩頂點為 $(8, 2)$ 及 $(-2, 2)$ (3)短軸兩頂點為 $(3, 5)$ 及 $(3, -1)$

(4)以兩正焦弦四個端點為頂點的矩形面積為 $\frac{168}{5}$ (5)斜率為2且與 Γ 相切之直線只有一條。

4.右圖中,橢圓與雙曲線有共同的焦點 F_1, F_2 , 橢圓的中心為 O , A, B 是橢圓的二個頂點, 且 $\overline{AF_1} + \overline{AF_2} = 10$, $\overline{F_1F_2} = 6$ 。若 P 是橢圓與雙曲線的交點, 且 $\overline{PF_1} = 3$, 下列哪些選項正確?

(1)橢圓的長軸長為10 (2)橢圓的短軸長為6 (3) $\overline{AB} = 5$ (4) $\overline{PF_2} = 7$
(5)雙曲線的貫軸長為4。



5.有關方程式 $|\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} - \sqrt{(x-5)^2 + (y-2)^2}| = 2$ 之圖形, 下列哪些選項正確?

(1)圖形是中心在 $(2, 3)$ 之雙曲線 (2)貫軸兩頂點為 $(2, 2)$ 及 $(2, 4)$ (3)正焦弦長為 $2\sqrt{3}$
(4)有一漸近線的斜率為 $\sqrt{3}$ (5)若 $(3+a, b)$ 在圖形上, 則 $(3-a, b)$ 也會在圖形上。

二、填充題:答案全對才給分

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91

1.設甲袋有10元硬幣1枚, 乙袋有5元硬幣3枚。每一輪操作“各從甲、乙袋中任取出一枚硬幣, 互換後放回袋內”。則第三輪操作後甲袋仍有一枚10元硬幣的機率為_____。

2.設甲、乙兩地人口總數在這十年內都維持不變, 而且兩地一直沒有外來人口, 但其間互有遷移。經調查發現, 乙地人口數一直是甲地人口數的兩倍, 且知甲地人口中, 每年有一成會遷居乙地, 那麼在這十年中, 乙地的人口每年有多少比例會遷居甲地_____?

3.市場上有甲、乙兩款手機，根據資料顯示，甲款手機的使用者每年有 20% 改使用乙款，乙款手機的使用者每年有 30% 改使用甲款。若第一年甲款手機的市佔率是 40% ，乙款手機的市佔率是 60% ，則長期而言，甲款手機的市佔率為_____。

4.設 P, Q, R 為二階方陣，已知 $PQ = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 12 & 0 \end{bmatrix}$ ， $PR = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 12 \end{bmatrix}$ ，且 $Q + R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ ，則 $P =$ _____。

5.頂點 $(-1, 1)$ ，焦點 $(-\frac{1}{2}, 1)$ 的拋物線方程式為_____。

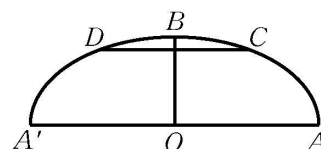
6.設點 P 在拋物線 $\Gamma: y^2 = 8x$ 上，且 P 到 Γ 的焦點的距離為6，則 P 點的坐標為_____。

7.設 F 為拋物線 $\Gamma: y^2 = 8x$ 的一焦點， P 是 Γ 上之動點，已知 $A(6, 4)$ ，則 $\overline{AP} + \overline{PF}$ 的最小值為_____。

8.長軸頂點為 $(-4, 1)$ 與 $(8, 1)$ ，一焦點為 $(6, 1)$ 的橢圓標準式為_____。

9.設 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{18} = 1$ 上的兩焦點 F, F' ， $\overline{AB}$ 為通過 F 的一焦弦，則 $\triangle ABF'$ 的周長為_____。

10.有一教堂是半橢圓形建築，如右圖，長 $\overline{AA'}$ 是20公尺，高 $\overline{OB}$ 是6公尺(O 是橢圓中心)，內有一橫樑 $\overline{CD}$ ，若此橫樑離地面的高度為 $3\sqrt{3}$ 公尺，則橫樑 $\overline{CD}$ 的長為_____公尺。



11.二頂點 $(3, 0), (-3, 0)$ ，兩焦點相距8的雙曲線標準式為_____。

12.設 F, F' 為雙曲線 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$)之兩焦點，若 P 為此雙曲線上一點，且滿足 $\overline{PF'} = 2\overline{PF} = 12$ ， $\angle FPF' = 60^\circ$ ，則此雙曲線標準式為_____。

13.雙曲線 Γ 與橢圓 $\frac{(x-1)^2}{123} + \frac{(y-2)^2}{98} = 1$ 共焦點，且一漸近線斜率為 $\frac{4}{3}$ ，則 Γ 的標準式為_____。

答案卷(社會組)

高二__班 座號:__ 姓名:

一、多重選擇題:每題答對得**6**分, 只錯**1**個選項得**4**分, 只錯**2**個選項得**2**分, 其餘不給分, 未作答者不給分, 合計**30**分。

1	2	3	4	5
24	24	124	145	45

二、填充題:答案全對才給分

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	7	14	21	28	35	42	47	52	57	62	65	68	70

1	2	3
$\frac{2}{9}$	5 %	60 %
4	5	6
$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$	$(y-1)^2 = 2(x+1)$	$(4, 4\sqrt{2}) , (4, -4\sqrt{2})$
7	8	9
8	$\frac{(x-2)^2}{36} + \frac{(y-1)^2}{20} = 1$	20
10	11	12
10	$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$	$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{18} = 1$
13		
$\frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y-2)^2}{16} = 1$		