PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN VĨNH TƯỜNG

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN
Môn: Toán 9
Thời gian làm bài: 120 phút
Đề gồm 01 trang

Bài 1: (6,0 điểm)

a. Cho biểu thức: $P=\left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}+1}-\frac{1}{\sqrt{x}+1}\right).\frac{4\sqrt{x}}{3}$

1.Rút gon P 2.Tìm các giá trị của x để P= $\frac{8}{9}$ 3. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của P

b. Chứng minh rằng A= $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}+\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{8}}+...+\frac{1}{\sqrt{79}+\sqrt{80}}>4$

Bài2: (4,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt{2x^2+x+6}+\sqrt{x^2+x+2}=x+\frac{4}{x}$

b)Chứng minh rằng : $n^2 + 7n + 2014$ không chia hết cho 9 với mọi số tự nhiên n.

Bài 3: (3,0 điểm)

a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $1 + x + x^2 + x^3 = y^3$

b)Cho a,b,c là các số dương và a+b+c=1 Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

A= $a^3+b^3+c^3$

Bài 4: (6,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O bán kính R, từ một điểm S ở ngoài đường tròn vẽ các tiếp tuyến SA.SB (A, B là các tiếp điểm). Kẻ đường kính AC của (O) cắt AB tại E. Chứng minh:

a) Bốn điểm A,O,S,B thuộc cùng một đường tròn.
b) AC^2 = AB.AE b) SO // CB c) OE vuông góc với SC

Bài 5: (1,0 điểm)

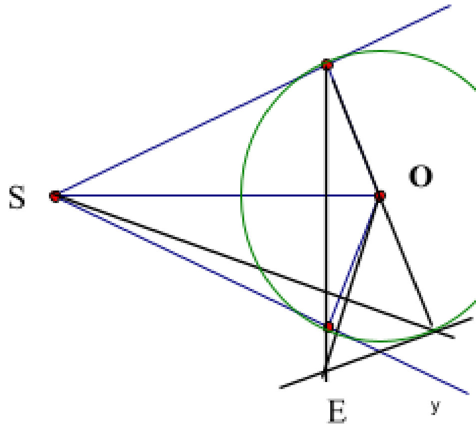
Tìm a,b là các số nguyên dương sao cho: $a + b^2$ chia hết cho a^2b-1

Đáp án + biểu điểm

Bài 1: a) (4đ) 1.(2đ) Tìm được ĐK: $x \geq 0$ $\left(\frac{x+2}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}-\frac{1}{\sqrt{x}+1}\right).\frac{4\sqrt{x}}{3}$ $=\left(\frac{x+2-(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}\right).\frac{4\sqrt{x}}{3}$ $=\frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}.\frac{4\sqrt{x}}{3}$ $=\frac{4\sqrt{x}}{3(x-\sqrt{x}+1)}$	0,25đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,25đ
2. (1đ) P= $\frac{8}{9} \Leftrightarrow 2x-5\sqrt{x}+2=0 \Rightarrow x_1=4; x_2=\frac{1}{4}$ (TMĐK)	1đ
3.Với x $\geq 0; 3(x-\sqrt{x}+1)>0$ $\Rightarrow P \geq 0$, minP=0 khi x=0 Với x>0,P= $\frac{4}{3(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}-1)}$ vì $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}} \geq 2$ nên $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}-1 \geq 1$. Do đó P $\leq \frac{4}{3}$. Dấu ”=” xảy ra khi x=1. Vậy maxP= $\frac{4}{3}$ khi x=1	0,5đ 0,25đ 0,25đ
b. A= $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}+...+\frac{1}{\sqrt{79}+\sqrt{80}}$ A> $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{7}}+...+\frac{1}{\sqrt{80}+\sqrt{81}}$ 2A > $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}+...+\frac{1}{\sqrt{79}+\sqrt{80}}+\frac{1}{\sqrt{80}+\sqrt{81}}$	1đ 1đ

2A > $\sqrt{2}-\sqrt{1}+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{4}+...+\sqrt{81}-\sqrt{80}$ 2A > $\sqrt{81}-1=9-1=8 \Rightarrow A>4$ (đpcm)	
Bài 2:(4đ) a) (2đ) ĐK: x>0 Nhận thấy $2x^2+x+6 \neq x^2+x+2$ với mọi x Biến đổi: $\sqrt{2x^2+x+6}+\sqrt{x^2+x+2}=x+\frac{4}{x}$ $\Leftrightarrow \frac{x^2+4}{\sqrt{2x^2+x+6}-\sqrt{x^2+x+2}}=\frac{x^2+4}{x}$ $\Leftrightarrow \sqrt{2x^2+x+6}-\sqrt{x^2+x+2}=x$ $\Rightarrow 2\sqrt{x^2+x+2}=\frac{4}{x} \Leftrightarrow x\sqrt{x^2+x+2}=2 \Leftrightarrow x^4+x^3+2x^2-4=0$ $\Leftrightarrow (x-1)(x^3+2x^2+4x+4)=0$ $\Leftrightarrow x=1(do x^3+2x^2+4x+4>0 khi x>0)$	0,25đ 0,5đ 0,25đ 0,5đ 0,5đ
b)(2đ) Giả sử $n^2+7n+2014 \vdots 9$ $\Rightarrow n^2+7n+2014 \vdots 3 \Rightarrow 4n^2+28n+8056 \vdots 3 \Leftrightarrow (2n+7)^2+8007 \vdots 3$ vì 8007 $\vdots$ 3 $\Rightarrow (2n+7)^2 \vdots 3 \Rightarrow (2n+7)^2 \vdots 9$ mà 8007 không chia hết cho 9. Nên $(2n+7)^2+8007$ không chia hêt cho 9 $\Rightarrow n^2+7n+2014$ không chia hết cho 9 mâu thuẫn với giả sử nên điều giả sử là sai. Vậy $n^2+7n+2014$ không chia hết cho 9 (đpcm)	0,5đ 0,5đ 1đ
Bài 3: (3điểm) **a. (1,5d) Giải:** Ta cú $x^2+x+1=(x+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>0$ $5x^2+11x+7=5(x+\frac{11}{10})^2+\frac{19}{20}>0$ Nờn$(1+x+x^2+x^3)-(1+x+x^2)<1+x+x^2+x^3<(1+x+x^2+x^3)+(5x^2+11x+7)$ $\Leftrightarrow x^3<1+x+x^2+x^3<(x+2)^3$ hay $x^3<y^3<(x+2)^3$ .Do đú $y^3=(x+1)^3$ $\Rightarrow (x+1)^3=1+x+x^2+x^3 \Leftrightarrow x(x+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$	0,25đ 0,25đ 0,5đ 0,5đ

*x=0=>y=1 *x=-1=>y=0 Vậy nghiệm nguyờn của PT là : (0;1), (-1;0) **b) (1,5đ)** ta có a>0 nên $a^3+\frac{1}{27}+\frac{1}{27}\geq 3\sqrt[3]{a^3.\frac{1}{27}.\frac{1}{27}}=\frac{a}{3}$ (bđt côsi cho 3 số dương) $\Rightarrow a^3\geq\frac{a}{3}-\frac{2}{27}$ tương tự $b^3\geq\frac{b}{3}-\frac{2}{27};c^3\geq\frac{c}{3}-\frac{2}{27}$, $\Rightarrow\ a^3+b^3+c^3\ \geq\frac{1}{3}(a+b+c)-\frac{2}{9}=\frac{1}{3}-\frac{2}{9}=\frac{1}{9}$ Do đó A $\geq\frac{1}{9}$. Dấu "=" xảy ra khi a=b=c= $\frac{1}{3}$ Vậy min A= $\frac{1}{9}\Leftrightarrow a=b=c=\frac{1}{3}$	 0,5đ 0,5đ 0,5đ
Bài 4:(6đ) a. Vẽ đúng hình chứng minh được 4 điểm A,O,S,B cùng thuộc 1 đường tròn đường kính SO	 1,5đ 1,5đ 1,5đ 1,5đ

b.Cm được AC^2=AB.AE S  B A C c. Cm được SO//CB d. Cm Δ AECđồng dạng Δ SOA $\Rightarrow \frac{EC}{OA}=\frac{AC}{SA} \Rightarrow \frac{EC}{OC}=\frac{AC}{SA} \Rightarrow$ Δ OCE đồng dạng Δ SAC từ đó suy ra OE vuông góc với SC	
Bài 5: (1đ) $x^2-2 \vdots xy+2 \Rightarrow y(x^2-2) \vdots xy+2 \Rightarrow x(xy+2)-2(x+y) \vdots xy+2$ $\Rightarrow 2(x+y) \vdots xy+2$ Đặt 2(x+y)=k(xy+2) với k $\in Z^+$ Nừu k=1 $\Rightarrow 2x+2y=xy+2 \Leftrightarrow (x-2)(y-2)=2$ Tìm được x=4 ; y=3 Nừu k ≥ 2 $\Rightarrow 2(x+y) \geq 2(xy+2) \Rightarrow x+y \geq xy+2 \Rightarrow (x-1)(y-1)+1 \leq 0$ vô lí (loại) Vậy x=4. y=3	1,0đ