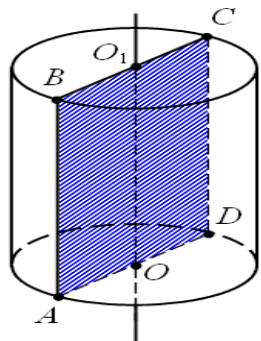


Урок

Тема: Повторення теми: Тіла обертання

Коротко про основне:

1. Циліндр



Циліндр - тіло, утворене обертанням прямокутника навколо його сторони, як осі. На рис. зображено циліндр, утворений обертанням плоского прямокутника $ABCD$ навколо прямої OO_1 — осі циліндра.

Елементи циліндра:

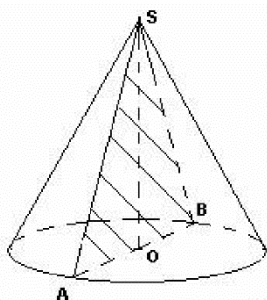
Радіусом циліндра називається радіус його основи (AO).

Висотою циліндра називається відстань між площинами його основ (AB). **Віссю** циліндра називається пряма, що проходить через центри його основ (OO_1). **Твірні** циліндра – відрізки, що

сполучають точки основ. (твірні циліндра паралельні і рівні) $AB = CD$ – твірні OO_1 – Висота циліндра. $AO = OB = BO_1 = O_1C$ – радіус циліндра.

Осьовий переріз циліндра – переріз циліндра площиною, що проходить через його вісь. $ABCD$ – осьовий переріз циліндра. циліндра.

2. Конус



Конус - тіло, утворене обертанням прямокутного трикутника навколо одного із його катетів. Якщо прямокутний трикутник SOA обертається навколо катета SO , то його гіпотенуза описує бічну поверхню, а катет OA - круг - основу конуса. Радіус цього круга називається радіусом конуса (AO); точка S - вершина конуса.

Твірні конуса - відрізки, що сполучають вершину конуса з точками кола основи (SA, SB)

Висота конуса - перпендикуляр, опущений з його вершини на площину основи SO . Конус прямий, якщо пряма, що сполучає вершину конуса з центром основи, перпендикулярна до площини основи.

Осьовий переріз конуса - переріз конуса площиною, яка проходить через його вісь. ($\triangle ASB$) Осьовий переріз конуса - рівнобедрений трикутник ($SA = SB$), основа якого - діаметр конуса (AB), а бічні сторони - твірні конуса. У прямого кругового конуса основа висоти збігається з центром основи. (SO - висота конуса). ! Якщо осьовим перерізом конуса є рівносторонній трикутник, то його іноді називають рівностороннім.

3. Куля

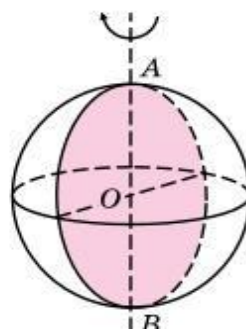
Куля – геометричне тіло, утворене обертанням круга навколо осі, що містить його діаметр.

Центр круга, який обертається, називають *центром кулі*, радіус круга – *радіусом кулі*, а діаметр круга – *діаметром кулі*. На малюнку 7.1: точка O – центр кулі, OA і OB – радіуси кулі, а AB – діаметр кулі.



Поверхню кулі називають сферою.

Центр, радіус і діаметр кулі є також *центром, радіусом і діаметром сфери*.



Усі точки сфери знаходяться на одній і тій самій відстані, що дорівнює радіусу, від центра сфери. Інші точки кулі, які належать сфері, називають *внутрішніми точками*, про такі точки кажуть, що вони лежать *всередині сфери*. Внутрішні точки кулі знаходяться від центра кулі на відстані, яка менша за радіус.

Таким чином, приходимо ще до одного означення сфери і кулі.

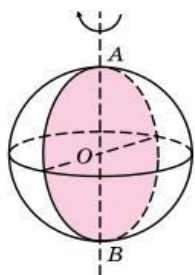


Сферою називають поверхню, яка складається з усіх точок простору, рівновіддалених від однієї і тієї самої точки. Цю точку називають *центром сфери*, а відстань від центра сфери до будь-якої її точки – *радіусом сфери*.

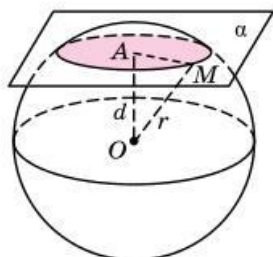


Кулею називають геометричне тіло, що складається з усіх точок простору, які знаходяться від заданої точки на відстані, не більший за дану відстань. Цю точку називають *центром кулі*, а дану відстань – *радіусом кулі*.

Якщо площина і куля мають безліч спільних точок, (мал. 7.4), то говорять про переріз кулі площиною. Якщо площина проходить через діаметр кулі, то її називають **діаметральною площиною** (мал. 7.1). Перерізом кулі діаметральною площиною є круг, радіус якого дорівнює радіусу кулі. Такий переріз називають **великим кругом**, а коло, що його обмежує, – **великим колом**.



Мал. 7.1



Мал. 7.4

Переріз кулі площиною, відмінною від діаметральної площини, є також круг, радіус якого менший, ніж радіус кулі. На малюнку 7.4 перерізом кулі площиною α є круг, центр якого – точка A – основа перпендикуляра, проведеного із центра кулі O до площини α . Радіус цього круга AM , де M – точка, що належить перерізу площини α зі сферою, що обмежує кулю. При цьому $OM = r$ – радіус кулі.

Задача 4. Діаметр кулі дорівнює 34 см. Кулю перетнуто площиною на відстані 8 см від центра. Знайти площу утвореного перерізу.

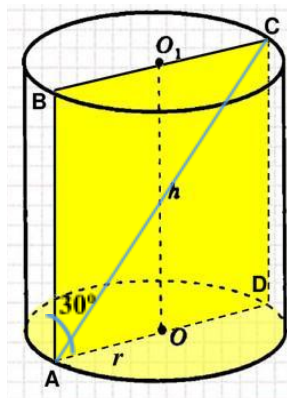
- Розв'язання. 1) Радіус кулі $r = 34 : 2 = 17$ (см).
 - 2) За малюнком 7.4: $AM = \sqrt{OM^2 - AO^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$ (см), AM – радіус перерізу.
 - 3) Площа перерізу $S = \pi \cdot AM^2 = \pi \cdot 15^2 = 225\pi$ (см²).
- Відповідь. 225π см².

Поміркуйте:

1. Задано прямокутник зі сторонами a і b ($a > b$). Навколо якої зі сторін треба обертати цей прямокутник, щоб одержати циліндр із більшою площею основи?
2. Чи може тіло бути одночасно і циліндром, і конусом?
3. Чи може пряма мати безліч спільних точок: 1) зі сферою; 2) із кулею?

№1. Діагональ осевого перерізу циліндра дорівнює 8см і утворює кут 30° із твірною циліндра. Обчисліть: а) радіус циліндра; б) висоту циліндра.

Розв'язання:



За умовою задачі $AC = 8\text{ см}$, $\angle BAC = 30^\circ$

а) з прямокутного трикутника ABC:

$$BC = AC \sin 30^\circ = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4 \text{ (см)} \text{ Тоді радіус циліндра}$$

$$BO_1 = \frac{1}{2} BC = 2\text{ см}$$

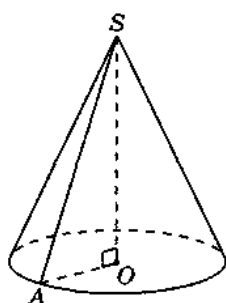
б) з прямокутного трикутника ABC:

$$AB = AC \cos 30^\circ = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ (см)} \quad H = OO_1 = 4\sqrt{3}\text{ см}$$

Відповідь: а) 2см ; б) $4\sqrt{3}\text{ см}$

№2. Твірна конуса дорівнює 4см і утворює з площиною основи кут 45° . Знайдіть радіус основи та висоту конуса

Розв'язання:



За умовою задачі $SA = 4\text{ см}$, $\angle SAO = 45^\circ$. Потрібно знайти AO і SO. $\triangle AOS$ – прямокутний, ($\angle O = 90^\circ$)

За співвідношеннями між сторонами і кутами в прямокутному трикутнику:

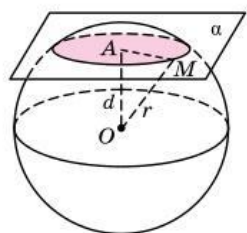
$$\text{а) } AO = SA \cos \angle SAO = 4 \cdot \cos 45^\circ = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \text{ см.}$$

$$\text{б) } SO = SA \sin \angle SAO = 4 \cdot \sin 45^\circ = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \text{ см.}$$

Відповідь: $AO = 2\sqrt{2}\text{ см}$, $SO = 2\sqrt{2}\text{ см}$.

№3. Переріз кулі площиною, віддаленої від її центра на 12см, має площу $25\pi\text{ см}^2$. Обчисліть радіус кулі

Розв'язання:



За умовою задачі $AO = 12\text{ см}$, $S = 25\pi\text{ см}^2$ Знайдемо радіус перерізу: $S = \pi R^2$, $\pi R^2 = 25\pi$, $R = 5\text{ см}$. $AM = 5\text{ см}$. З прямокутного трикутника OAM знайдемо радіус кулі OM:

$$OM = \sqrt{AM^2 + OA^2}$$

$$OM = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = 13\text{ см.}$$

Відповідь: 13 см

! Готуємось до ЗНО: Виконайте онлайн-тестування:

1. Циліндри та їх властивості. [Розпочати:](#)
2. Конуси та їх властивості. [Розпочати:](#)
3. Кулі, сфери та їх властивості. [Розпочати:](#)

Домашнє завдання: Част.2. Розділ 2, §5 - 7, п(Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підручник для 11 кл. О. Істер.– К. : Генеза, 2019) .

№8.д Осьовим перерізом конуса є рівносторонній трикутник зі стороною 6см. Чому дорівнює:

- а) радіус основи конуса;
- б) висота конуса

